



# Prise en compte des non-linéarités de comportement des sols et des roches dans la modélisation du creusement d'un tunnel

Yu-Lin Lee

## ► To cite this version:

Yu-Lin Lee. Prise en compte des non-linéarités de comportement des sols et des roches dans la modélisation du creusement d'un tunnel. Géologie appliquée. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1994. Français. NNT : . pastel-00569423

**HAL Id: pastel-00569423**

**<https://pastel.archives-ouvertes.fr/pastel-00569423>**

Submitted on 25 Feb 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

X

présentée pour l'obtention du grade de

Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées

Spécialité : Géotechnique

par

Yu-Lin LEE

Sujet de thèse

**PRISE EN COMPTE DES NON-LINEARITES DE  
COMPORTEMENT DES SOLS ET DES ROCHES DANS LA  
MODELISATION DU CREUSEMENT D'UN TUNNEL**

Soutenue le 28 Septembre 1994

devant le jury composé de :

M.	F.	SCHLOSSER	Président
M.	J. L.	FAVRE	Rapporteur
M.	J. P.	HENRY	Rapporteur
M.	R.	KASTNER	Examineur
M.	E.	LECA	Examineur
M.	M.	PANET	Directeur de thèse



**PRISE EN COMPTE DES NON-LINEARITES DE  
COMPORTEMENT DES SOLS ET DES ROCHES DANS LA  
MODELISATION DU CREUSEMENT D'UN TUNNEL**

**INFLUENCE OF THE NON-LINEAR BEHAVIORS OF  
SOIL AND ROCK IN THE NUMERICAL ANALYSIS  
OF TUNNEL CONSTRUCTION**





獻給 我親愛的父母親

與 葉博文先生夫人

及 琿輝與至昊

A mes parents ,

Monsieur B. W. YEH ,

Camille et Victor



## AVANT - PROPOS

Les travaux faisant l'objet de ce mémoire ont été effectués au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC), au sein de la Section de Mécanique des Sols et Fondations. Que tous ceux qui, par leur aide ou leur soutien, ont contribué à la réalisation de cette étude, trouvent ici l'expression de ma profonde reconnaissance.

Ma reconnaissance s'adresse tout particulièrement à mon Directeur de thèse, Monsieur M. PANET, Président Directeur Général de SIMECSOL, qui m'a proposé le sujet de thèse et a bien voulu diriger ce travail. Son expérience et ses conseils avisés m'ont permis de mener à bien l'ensemble de cette recherche.

Je tiens à remercier très vivement et respectueusement Monsieur F. SCHLOSSER, Professeur à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées et Président Directeur Général de TERRASOL, qui m'a fait l'honneur de présider le jury de thèse.

Mes remerciements vont également à Messieurs J.-L. FAVRE, Professeur à l'Ecole Centrale Paris, et J.-P. HENRY, Professeur des Universités EUDIL Villeneuve-d'Ascq, qui ont bien voulu assurer la laborieuse tâche de rapporteurs de cette thèse.

Je suis heureux de compter Monsieur R. KASTNER, Professeur des Universités INSA Lyon, qui m'a fait l'honneur d'être membre du jury.

Mes pensées s'adressent spécialement à Monsieur J.-P. MAGNAN, Directeur Technique du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, qu'il m'a beaucoup appris, tant du point de vue moral que scientifique. Qu'il soit assuré de mon profond respect et de mon amitié pour la confiance et la sympathie qu'il m'a témoignées.

J'adresse ma plus profonde reconnaissance à Monsieur E. LECA, Chef de la Section de Mécanique des Sols et Fondations du LCPC, pour avoir suivi et conseillé mon travail tout au long de ces quelques années.

Je souhaite exprimer ma profonde gratitude à Monsieur Ph. MESTAT, Chef de la Section de Rhéologie et Modélisation des Sols du LCPC, pour ses judicieux conseils dans la réalisation de cette étude.

J'aurai enfin une pensée pour tous mes amis du laboratoire, et plus particulièrement pour les membres de la Section de Mécanique des Sols et Fondations, et leur secrétaire Madame D. GUILLEMIN, qui m'ont apporté leur soutien dans la réalisation de ce travail. Je les remercie chaleureusement.



## RESUME

Cette thèse a pour cadre général l'étude du comportement des ouvrages de génie civil, sous le double aspect, de la loi de comportement non-linéaire des sols et des roches, et de la résolution des problèmes du creusement des tunnels par la méthode de calcul aux éléments finis.

Deux catégories de lois de comportement non-linéaires ont été plus particulièrement considérées : modèles hyperboliques (modèle de Duncan et Chang, 1970 ; modèle modifié de Hardin et Drnevich, 1972) et modèles élastoplastiques avec écrouissage (modèle Cam-Clay modifié, 1968) ; dans le dernier, différentes variantes ont été proposées pour tenir compte de la non-linéarité de la partie élastique, trois variantes de type hyperélastique, considérés à partir d'une fonction énergie complémentaire et obéissent aux principes de la thermodynamique.

Ces modèles ont été appliqués à la simulation du creusement d'une galerie à section circulaire en milieu homogène. Les variantes élastiques non-linéaires du modèle Cam-Clay modifié donnent, dans le cas de contraintes initiales anisotropes, en piedroit des zones en compression et en clé des zones en extension à l'intérieur du massif. L'étude des chemins de contrainte à proximité de la galerie met en évidence l'influence de l'état des contraintes initiales sur les mécanismes différents de rupture induits par le déconfinement.

Les modèles retenus ont également été appliqués à la construction du tube Sud du tunnel de Las Planas, creusé dans des marnes. Le comportement de la marne de Las Planas a été étudié à partir d'essais triaxiaux réalisés sous fortes contraintes (essais isotropes et de cisaillement). Les variantes élastiques non-linéaires de type hyperélastique du modèle Cam-Clay modifié et le modèle de Duncan et Chang (1970) conduisent aux résultats les plus satisfaisants pour la plupart des essais de cisaillement. En revanche, la variante élastique linéaire du modèle Cam-Clay modifié surestime systématiquement les déformations volumiques.

La modélisation de creusement du tunnel Sud de Las Planas à l'aide des variantes hyperélastiques du modèle Cam-Clay modifié conduisent également à des simulations plus représentatives des mesures expérimentales que les autres modèles. Les modèles hyperboliques tendent à surestimer les déplacements induits, par le creusement, dans le massif encaissant.

**Mots-clés :** *Loi de comportement, élasticité non-linéaire, élastoplasticité, écrouissage, modèle numérique, éléments finis, marne, essai triaxial, chemin de contrainte, tunnel.*



## SUMMARY

This thesis relates to the analysis of the behavior of civil engineering structures, from the point of view of both, the non-linear behaviour of soils and rocks and the resolution of tunnel excavation problems by means of the finite element method.

Two categories of constitutive laws have been considered with particular attention to account for the non-linear behavior of the ground : hyperbolic models (Duncan and Chang, 1970 ; modified Hardin and Drnevich, 1972) and elastoplastic models with strain hardening rules (modified Cam-Clay model, 1968) ; in latter case, different assumptions have considered to accounts for the non-linear response with the elastic range of deformation, including hyperelastic models which are derived from a complimentary energy function and comply with the thermodynamics principals.

These models have been applied to the simulation of a circular tunnel excavated in homogenous ground. The alternatives of the modified Cam-Clay model give, in case of anisotropic initial stresses, to compressive zones in springline and extensive zones in vault inside of rock mass. Stress paths analysis of the ground response around of the tunnel emphasise the influence of the initial stress state on failure mechanisms induced by ground excavation.

The models have been also used to model the construction of Las Planas South tunnel, which was excavated in marls. The behaviour of the Las Planas marls has been studied from triaxial tests under high compressive stresses (isotropic and shear tests). The hyperelastic alternatives of the modified Cam-Clay model and the Duncan and Chang (1970) model lead to satisfactory results for most of the triaxial shear tests. On the other hand, the linear elastic alternative of the modified Cam-Clay model systematically overestimates the volumetric strains, generated during the tests.

The numerical analysis of the construction of the Las Planas South tunnel, using the hyperelastic alternative of the modified Cam-Clay model is found to the best displacements observed from extensometer measurements, whereas the hyperbolic models tend to overestimate the displacements, induced by excavation in the rock mass.

**Keyword :** *Constitutive law, non-linear elasticity, elastoplasticity, strain hardening, numerical model, finite element, marl, triaxial test, stress path, tunnel.*





## **TABLE DES MATIERES**

	<b>Page</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	<b>1</b>
 <b><u>PARTIE I : TRAVAUX CONSACRES A LA MODELISATION DU COMPOTEMENT DES SOLS ET DES ROCHES</u></b>	
<b>Chapitre 1 MODELISATION DU COMPORTEMENT NON-LINEARITE DES SOLS ET DES ROCHES</b>	<b>9</b>
<b>1.1 Introduction</b>	<b>9</b>
<b>1.2 Définitions</b>	<b>9</b>
1.2.1 Formulation de la non linéarité	9
1.2.2 Invariants des tenseurs de contraintes et de déformations	10
1.2.3 Potentiel thermodynamique	13
<b>1.3 Formulation des lois de comportement élastiques linéaires</b>	<b>14</b>
<b>1.4 Formulation des lois de comportement élastiques non-linéaires</b>	<b>16</b>
1.4.1 Formulation de type hyperélastique	16
1.4.2 Formulation de type hypoélastique	25
1.4.3 Formulation de modèles hyperboliques	33
1.4.4.1 Modèle de Duncan et Chang	33
1.4.4.2 Modèle modifié de Hardin et Drnevich	37
<b>1.5 Formulation des lois de comportement élastoplastiques</b>	<b>40</b>
1.5.1 Comportement élastoplastique	40
1.5.1.1 Notion de surface de charge	40
1.5.1.2 Notion de règle d'écrouissage	41
1.5.1.3 Notion de règle d'écoulement	41
1.5.2 Modèles élastoplastiques parfaits	43
1.5.2.1 Modèles à un paramètre	43
1.5.2.2 Modèles à deux paramètre	44

1.5.3 Modèles élastoplastiques avec écrouissage (modèles Cam-Clay)	51
1.5.3.1 Concepts d'état critique	51
1.5.3.2 Relation contrainte-déformation élastique	55
1.5.3.3 Relation contrainte-déformation élastoplastique	56

## **Partie II : MISE EN OEUVRE DES MODELES DE COMPOTEMENT NON-LINEAIRES**

<b>Chapitre 2 FORMULATION DES MODELES NON-LINEAIRES</b>	<b>63</b>
2.1 Introduction	63
2.2 Formulation des modèles hyperélastiques	63
2.2.1 Construction d'une loi de comportement élastique non-linéaire	64
2.2.2 Choix des modules élastiques non-linéaires	67
2.3 Application à la simulation d'essais particuliers à l'appareil triaxial	71
2.4 Conclusions	75
 <b>Chapitre 3 ETUDE DES MODELES DE COMPOTEMENT NON-LINEAIRES A PARTIR DU LOGICIEL LOIS-LCPC</b>	 <b>77</b>
3.1 Introduction	77
3.2 Description du logiciel LOIS-LCPC	77
3.2.1 Organisation du logiciel LOIS-LCPC	77
3.2.1 Le sous-programme d'exécution EXSUR1	79
3.3 Introduction des différentes hypothèses d'élasticité non-linéaire dans LOIS-LCPC	81
3.3.1 Caractérisation des lois élastiques non-linéaires considérées	81
3.3.2 Programmation des lois de comportement élastiques non-linéaires	82
3.4 Application à la simulation de l'essai de compression à l'appareil triaxial	86
3.5 Etude paramétrique des modèles considérés pour la simulation de l'essai de compression à l'appareil triaxial	91

3.5.1 Sensibilité aux paramètres d'élasticité linéaire	91
3.5.1 Sensibilité aux paramètres d'élasticité non-linéaire correspondant aux hypothèses H1 et H2	92
3.5.2 Sensibilité aux paramètres d'élasticité non-linéaire correspondant aux hypothèses H3, H4 et H5	94
3.6 Conclusions	98

### **PARTIE III : MODELISATION DU CREUSEMENT D'UN TUNNEL** **– INFLUENCE DE LA LOI DE COMPORTEMENT**

<b>Chapitre 4 CALCULS DE TUNNELS PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS</b>	<b>101</b>
4.1 Introduction	101
4.2 Présentation du problème mécanique et description la méthode convergence-confinement	101
4.2.1 Présentation de la méthode convergence-confinement	102
4.2.2 Cas d'un champ de contraintes initiales anisotropes	105
4.3 Description du code de calcul CESAR-LCPC	109
4.3.1 Pré-processeur MAX	110
4.3.2 Programme de calcul CESAR	110
4.3.3 Post-processeur PEGGY	111
4.4 Description du module LAM pour la méthode convergence-confinement	112
<b>Chapitre 5 INFLUENCE DE LA LOI DE COMPORTEMENT DU TERRAIN SUR LE CALCUL DU CREUSEMENT D'UN TUNNEL</b>	<b>117</b>
5.1 Introduction	117
5.2 Présentation des modules permettant le calcul de différentes lois de comportement non-linéaires dans CESAR-LCPC	118
5.3 Modifications apportées à CESAR-LCPC pour l'introduction de nouvelles lois de comportement non-linéaires	121

5.3.1	Programmation des modèles hyperélastiques	121
5.3.2	Programmation des modèles hyperboliques	124
<b>5.4</b>	<b>Etude de l'état de contraintes et de déformations autour d'une galerie à section circulaire en milieu homogène</b>	<b>126</b>
5.4.1	Galerie creusée dans un milieu élastique linéaire	126
5.4.2	Galerie creusée dans un milieu élastique non-linéaire	133
5.4.2.1	Comportement élastique non-linéaire correspondant aux hypothèses H1 et H2	133
5.4.2.2	Comportement élastique non-linéaire correspondant aux hypothèses H3, H4 et H5	134
5.4.2.3	Comportement élastique non-linéaire correspondant aux lois hyperboliques	135
5.4.3	Galerie creusée dans un milieu élastoplastique parfait	136
5.4.4	Galerie creusée dans un milieu élastoplastique avec écrouissage	138
<b>5.5</b>	<b>Etude de l'influence de la loi de comportement sur les distribution de contraintes</b>	<b>140</b>
5.5.1	Galerie creusée dans un milieu élastique linéaire et non-linéaire	140
5.5.2	Galerie creusée dans un milieu élastoplastique	143
<b>5.6</b>	<b>Etude de l'influence de la loi de comportement sur les distribution de déplacements</b>	<b>151</b>
5.6.1	Cas de l'élasticité linéaire et des modèles non-linéaires correspondant aux hypothèses H1, H2, H3, H4 et H5	151
5.6.2	Modèles hyperboliques	157
5.6.3	Modèles élastoplastiques	163
<b>5.7</b>	<b>Chemins de contrainte autour d'une galerie creusée dans un milieu homogène</b>	<b>169</b>
5.7.1	Cas d'un champ de contraintes initiales isotropes	169
5.7.2	Cas d'un champ de contraintes initiales anisotropes	173
<b>5.8</b>	<b>Conclusions</b>	<b>178</b>

## Partie IV : APPLICATIONS AU TUNNEL DE LAS PLANAS

<b>Chapitre 6 PRESENTATION DU TUNNEL LAS PLANAS</b>	<b>183</b>
<b>6.1 Introduction</b>	<b>183</b>
<b>6.2 Tunnel de Las Planas</b>	<b>183</b>
6.2.1 Géologie du site	184
6.2.2 Géométrie de l'ouvrage, méthode de creusement et système de soutènement	184
6.2.3 Dispositifs de mesure et résultats expérimentaux	184
<b>6.3 Propriétés physiques de la marne de Las Planas</b>	<b>188</b>
<b>6.4 Résultats des essais triaxiaux</b>	<b>189</b>
6.4.1 Essais isotropes sous fortes contraintes	189
6.4.2 Essais triaxiaux de cisaillement sous fortes contraintes	190
<b>6.5 Paramètres obtenus correspondant aux différents modèles considérés</b>	<b>193</b>
6.5.1 Paramètres du modèle Cam-Clay modifié	193
6.5.2 Paramètres des modèles élastiques linéaires et non-linéaires	195
<b>Chapitre 7 SIMULATION DU COMPORTEMENT DE LA MARNE DE LAS PLANAS</b>	<b>199</b>
<b>7.1 Introduction</b>	<b>199</b>
<b>7.2 Simulation des essais triaxiaux isotropes</b>	<b>199</b>
<b>7.3 Simulation des essais de cisaillement pour un état surconsolidé de la marne</b>	<b>201</b>
<b>7.4 Simulation des essais de cisaillement pour un état normalement consolidé de la marne</b>	<b>205</b>
<b>7.5 Conclusions</b>	<b>212</b>
<b>Chapitre 8 MODELISATION DU CREUSEMENT DU TUNNEL DE LAS PLANAS</b>	
<b>8.1 Introduction</b>	<b>213</b>
<b>8.2 Phases d'excavation du tunnel Sud de Las Planas</b>	<b>213</b>
<b>8.3 Comparaison entre résultats expérimentaux et numériques pour le creusement de la demi-section supérieure</b>	<b>218</b>

<b>8.4 Comparaison entre résultats expérimentaux et numériques pour le creusement de la demi-section inférieure</b>	<b>223</b>
<b>8.5 Conclusions</b>	<b>227</b>
 <b><u>CONCLUSIONS GENERALES</u></b>	 <b>229</b>
 <b><u>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</u></b>	 <b>237</b>
 <b><u>ANNEXES</u></b>	 <b>247</b>
 <b>Annexe A</b> Etude paramétrique concernant l'application du modèle Cam-Clay modifié à la simulation d'un essai de compression à l'appareil triaxial	 <b>249</b>
 <b>Annexe B</b> Etude l'influence des paramètres des lois de comportement élastiques linéaires, élastiques non-linéaires et élastoplastiques sur la modélisation du creusement d'une galerie circulaire dans un état de contraintes initiales isotropes et anisotrope ( $\theta = 45^\circ$ )	 <b>259</b>
 <b>Annexe C</b> Exemple de résultats de calculs	
<b>C1</b> - Simulation du creusement d'une galerie circulaire dans un milieu élastique non-linéaire (hypothèse H4)	<b>277</b>
<b>C2</b> - Simulation du creusement d'une galerie circulaire dans un milieu élastoplastique avec écrouissage (modèle Cam-Clay modifié)	<b>287</b>
 <b>Annexe D</b> Exemple de résultats de calculs - modélisation du creusement du tunnel Sud de Las Planas	 <b>297</b>

## **NOTATIONS EMPLOYEES**





$[B]$	matrice de transformation déformation-déplacement
$[C]$ , $[C_t]$	matrice de la rigidité (contrainte-déformation), à l'instant temps $t$
$\{dF\}$	incrément de force
$[H]$ et $[H']$	matrices de Hessien
$[K]$ , $[K_t]$	matrice de rigidité (force-déplacement), à l'instant temps $t$
$[K_i]$	matrice de rigidité (force-déplacement) initiale
$\{du\}$	incrément de déplacement
$D(R)$	diamètre (rayon) d'une galerie à section circulaire
$E$ , $E_i$ , $E_t$ , $E_s$	module d'Young, initial ( $E_0$ , $E_1$ ), tangent, sécant
$F_R$ , $F_T$ , $F_Z$	forces volumiques correspondant aux coordonnées polaires ( $r$ , $\theta$ , $z$ ).
$G$ , $G_i$ , $G_t$ , $G_s$	module de cisaillement, initial ( $G_0$ , $G_1$ ), tangent, sécant
$H$	module plastique
$H_p$	paramètre d'écrouissage
$I_j$ ( $j = 1,3$ )	invariants des contraintes
$I'_j$ ( $j = 1,3$ )	invariants des déformations
$J_2(\sigma_{ij})$ , $J_3(\sigma_{ij})$	deuxième et troisième invariants des contraintes
$J'_2(\epsilon_{ij})$ , $J'_3(\epsilon_{ij})$	deuxième et troisième invariants des déformations
$K$ , $K_i$ , $K_t$ , $K_s$	module volumique, initial ( $K_0$ , $K_1$ ), tangent, sécant
$K_a$	module volumique élastique apparent
$K_0$	coefficient de pression des terrains au repos $K_0 = \frac{\sigma_h^0}{\sigma_v^0}$
$M$	penne d'état critique du modèle Cam-Clay
$R_{oc}$	degré de surconsolidé (OCR)
$W(\epsilon_{ij})$	énergie potentielle

$c$	cohésion
$e_0$	indice des vides initial
$e_{ij}$	tenseur de déformation déviatorique
$f(\sigma_{ij})$	surface de charge
$g(\sigma_{ij})$	surface de potentielle plastique
$p$	contrainte moyenne $p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3}I_1$
$p_0$	contrainte moyenne initiale
$p_c, p_{co}$	pression de preconsolidation, initiale
$p_a$	pression atmosphérique
$q$	contrainte déviatorique $q = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{3J_2}$
$q_0$	contrainte déviatorique initial
$r, \theta, z$	coordonnées polaires
$s_{ij}$	tenseur de contrainte déviatorique
$s$	contrainte moyenne $s = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$
$t$	contrainte moyenne $t = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$
$u_r, u_\theta$	déplacements radial et tangentiel en coordonnées polaires
$u_r (r = R)$	déplacement radial à l'intrados d'une galerie circulaire
$u_\theta (r = R)$	déplacement tangentiel à l'intrados d'une galerie circulaire
$\alpha_i = \frac{\partial W}{\partial I_i}$	fonction d'énergie potentielle
$\alpha_e, \alpha_p$	coefficients $\alpha_e = \frac{1+e_0}{\kappa}, \alpha_p = \frac{1+e_0}{\lambda-\kappa}$
$\beta_p, \beta_q$	coefficients $\beta_p = \frac{\partial G}{\partial p}, \beta_q = \frac{\partial G}{\partial q}$

$\delta_{ij}$	symbole de Kronecker
$d\epsilon, \Delta\epsilon$	incréments de déformation
$\epsilon_{ij}$	tenseur des déformations
$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$	déformations principales majeure, intermédiaire et mineure
$\epsilon_a$	déformation axiale
$\epsilon_d, \epsilon_d^e, \epsilon_d^p$	déformation déviatorique totale, élastique, plastique $\epsilon_d = \frac{2}{3}(\epsilon_1 - \epsilon_3)$
$\epsilon_v, \epsilon_v^e, \epsilon_v^p$	déformation volumique totale, élastique, plastique $\epsilon_v = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3$
$\epsilon_r, \epsilon_\theta$	déformations radiale et tangentielle en coordonnées polaires
$\phi$	angle de frottement
$\phi_i = \frac{\partial \Omega}{\partial I_i}$	fonction de l'énergie complémentaire
$\eta$	taux de contrainte ( $\eta = q / p$ )
$\lambda(z)$	taux de déconfinement $\lambda(z) = u_r(z) / u_r(z \rightarrow \infty)$
$\lambda_e$	taux de déconfinement correspondant à l'application de déformations plastiques sur le bord de la galerie
$\lambda$	pente de la courbe de chargement pour un état normalement consolidé
$\kappa$	pente la courbe de déchargement-rechargement pour un état surconsolidé
$\nu, \nu_i, \nu_t, \nu_s$	coefficient de Poisson, initial ( $\nu_0, \nu_1$ ), tangent, sécant
$\theta$	angle de Lode $\theta = -\frac{1}{3}(\sin)^{-1}\left(\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}}\right)$ et $-\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}$
$\gamma$	déformation de cisaillement
$d\sigma, \Delta\sigma$	incréments de contrainte
$\sigma_{ij}, \sigma_{ij}^0$	tenseur des contraintes, initiales
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	contraintes principales majeure, intermédiaire et mineure

$\sigma_v^0, \sigma_h^0$	contraintes verticale et horizontale dans un plan transversal
$\sigma_z^0$	contrainte horizontale parallèle à l'axe de la galerie
$\sigma_r, \sigma_\theta$	contraintes radiale et tangentielle en coordonnées polaires
$\sigma_r (r = R)$	contrainte radiale à l'intrados d'une galerie circulaire
$\sigma_\theta (r = R)$	contrainte tangentielle à l'intrados d'une galerie circulaire
$\sigma_c$	résistance en compression simple
$(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$	valeur asymptotique de contrainte déviatorique $(\sigma_1 - \sigma_3)$
$(\sigma_1 - \sigma_3)_f$	contrainte de rupture
$\tau, \tau_{max}, \tau_{oct}$	contrainte de cisaillement, maximum, octaédrique
$\tau_{r\theta}$	contrainte de cisaillement en coordonnées polaires
$\Omega(\sigma_{ij})$	énergie complémentaire
$\psi$	paramètre d'écoulement (ou un angle de dilatance)

## **INTRODUCTION GENERALE**



L'analyse de la construction d'un tunnel, creusé dans un massif et soutenu par une structure, constitue un problème complexe d'interaction sol-structure, qui nécessite une bonne représentation du comportement du massif et du soutènement, ainsi que des phases de construction.

Du point de vue mécanique, les hypothèses de base concernent la formulation du comportement du terrain et du soutènement, les chargements induits par les travaux et la géométrie de l'ouvrage. D'une manière générale, les facteurs suivants doivent être considérés : comportement mécanique du massif et du soutènement, géométrie de l'excavation et du soutènement, état des contraintes initiales, interaction entre massif et soutènement, vitesse d'avancement du front de taille et influence de l'eau.

La méthode convergence-confinement introduite par Panet et Guellec (1974) est largement utilisée depuis plusieurs années pour représenter, dans les calculs, le phénomène d'interaction entre massif et soutènement propre à la construction des tunnels. Parallèlement, les modèles numériques se sont considérablement développés grâce aux progrès réalisés dans le domaine de l'informatique ; ils permettent d'améliorer la précision des calculs, tant au niveau de la prise en compte des procédés de construction que du comportement des sols et des roches.

C'est à ce dernier aspect que nous nous sommes intéressés dans le cadre de cette thèse. L'approche utilisée est basée sur la méthode des éléments finis (code de calcul CESAR-LCPC). Les résultats de l'analyse ont été appliqués à un ouvrage construit dans des marnes du pliocène. Cette modélisation nécessite une connaissance aussi approfondie que possible des caractéristiques du comportement mécanique du terrain encaissant.

La réaction du soutènement est aussi une composante essentielle de la modélisation d'un tunnel. Ses conditions de mise en place, notamment sa distance de pose au front de taille, doivent être prises en compte de la manière la plus réaliste possible.

Compte tenu de la nature du matériau considéré (marne du pliocène), nous avons plus particulièrement considéré des représentations basées sur les modèles hyperboliques (Duncan et Chang, 1970 ; Hardin et Drnevich, 1972) et le modèle Cam-Clay modifié (Roscoe et Burland, 1968). Le dernier modèle a été modifié pour tenir compte de différentes représentations de la non-linéarité dans la partie élastique. Dans cette étude, l'un des objectifs concerne la construction de lois de comportement élastiques non-linéaires à partir d'une fonction potentielle qui est déduit par la théorie thermodynamique, à savoir les modèles hyperélastiques.



Le but de cette étude est de mieux comprendre l'influence de la non-linéarité de comportement du massif liée dans la modélisation du creusement d'un tunnel, dans l'optique de l'amélioration des méthodes de dimensionnement des ouvrages souterrains.

L'étude est centrée autour de points suivants : construction de modèles non-linéaires, implantation des modèles dans des codes de calcul et application à la modélisation du creusement d'un tunnel.

Le présent rapport comporte huit chapitres, répartis en quatre parties :

- la première partie se compose d'un seul chapitre: Elle présente une synthèse bibliographique sur les modèles de comportement développés pour représenter le comportement des sols et des roches. Les aspects suivants sont abordés :
  - formulation des lois de comportement élastique linéaire et non-linéaire (formulation de type Cauchy, hyperélastique, hypoélastique, modèles hyperboliques) ; théorie de la plasticité (modèles élastoplastiques parfaits et modèles élastoplastiques avec écrouissage). La présentation insiste sur les modèles qui ont été utilisés dans le cadre de ce travail, notamment sur le modèle Cam-Clay modifié et les différentes lois développées pour décrire l'élasticité non-linéaire.
- la deuxième partie présente les développements effectués, dans le cadre de cette thèse, pour tenir compte de différentes lois de comportement dans le calcul des ouvrages. Elle comprend deux chapitres:
  - le chapitre 2 décrit la formulation des modèles hyperélastiques et aboutit à la sélection de différentes hypothèses de variations des modules, qui pourraient être utilisées dans le calcul des ouvrages souterrains. Ce travail a conduit à développer plusieurs variantes du modèle Cam-Clay modifié obtenues en introduisant différentes lois dans la partie élastique du modèle.
  - le chapitre 3 décrit la contribution apportée au développement du logiciel LOIS-LCPC, mis au point par Mestat (1991) pour étudier la sensibilité des lois de comportement aux paramètres permettant de les caractériser. Ce logiciel a été complété afin de pouvoir intégrer les modèles considérés au chapitre 2.

- ❑ la troisième partie concerne l'application des modèles retenus dans la partie II à la modélisation du creusement d'un tunnel, pour le cas d'une galerie circulaire creusée dans un milieu homogène. Elle est divisée en deux chapitres :
  - le chapitre 4 décrit les méthodes de calcul de tunnels par la méthode des éléments finis, en insistant sur les principes de la méthode convergence-confinement et son implantation dans le code de calcul CESAR-LCPC.
  - le chapitre 5 présente programmation des lois de comportement non-linéaires, retenues au chapitre 2, dans le code de calcul CESAR-LCPC et l'application de ces modèles au calcul du creusement d'une galerie circulaire dans un milieu homogène. Le chapitre donne une comparaison des résultats obtenus à partir de différentes lois de comportement, en s'intéressant aux déplacements et contraintes induites par le creusement dans le massif encaissant.
  
- ❑ la quatrième partie est consacrée à l'application de ces travaux à un ouvrage particulier : le tube sud du tunnel de Las Planas. Elle comprend trois chapitres :
  - le chapitre 6 décrit la géologie du site, la géométrie de l'ouvrage, la méthode de creusement, et le système de revêtement. Il donne également une présentation des dispositifs d'instrumentation de l'ouvrage et des résultats des mesures effectuées sur le site pendant les travaux. Les résultats des essais effectués en laboratoire pour caractériser le comportement du massif encaissant sont également rassemblés dans ce chapitre.
  - le chapitre 7 porte sur la modélisation du comportement de la marne de Las Planas. Les essais de consolidation isotrope et de cisaillement effectués sur cette marne à l'appareil triaxial ont été simulés à l'aide des variantes élastiques du modèle Cam-Clay modifié et du modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970). Les résultats théoriques ont été comparés aux valeurs expérimentales obtenues en laboratoire.
  - le chapitre 8 présente l'application des lois de comportement non-linéaires à la modélisation du creusement du tunnel Sud de Las Planas. Les différentes phases de construction de l'ouvrage sont prise en compte dans la modélisation. Les résultats de calculs ont été comparés aux mesures relevées sur des extensomètres installés sur une section instrumentée du tunnel.



## **PARTIE I**

### **TRAVAUX CONSACRES A LA MODELISATION DU COMPORTEMENT DES SOLS ET DES ROCHES**



## Chapitre 1

### MODELISATION DU COMPORTEMENT NON-LINEAIRE DES SOLS ET DES ROCHES

#### 1.1 Introduction

La présente revue bibliographique concerne essentiellement les modèles utilisés pour simuler le comportement linéaire et non-linéaire des sols et des roches. Elle a notamment été effectuée afin de sélectionner les modèles de comportement à prendre en compte dans l'étude de l'influence de la non-linéarité de comportement des sols et des roches sur la modélisation du creusement des tunnels.

Cette bibliographie est organisée en quatre parties : (1) élasticité linéaire isotrope, (2) élasticité non-linéaire (modèles de type hyperélastiques, hypoélastiques et modèles hyperboliques), (3) élastoplasticité parfaite (modèles à un paramètre et à deux paramètres), et (4) élastoplasticité avec écrouissage positif (modèles Cam-Clay).

Les caractéristiques des modèles de comportement étudiés ont été rassemblées et résumées dans des tableaux, précisant les équations et les paramètres de chaque loi.

#### 1.2 Définitions

##### 1.2.1 Formulation de la non-linéarité

D'une manière générale, les caractéristiques de la non-linéarité peuvent être schématisées sur un diagramme en contrainte-déformation (figure 1.1). On distingue généralement deux catégories de non-linéarités, l'une géométrique, et l'autre de comportement. Seul le deuxième aspect sera abordé dans cette étude.

La figure 1.2 décrit le schéma de résolution d'un problème de mécanique, utilisant le formalisme des éléments finis. Elle montre les relations entre les variables (forces, déplacements, contraintes et déformations) d'un problème de mécanique des solides. La relation entre efforts et déplacements peut se mettre sous la forme matricielle incrémentale :

$$[K_t]\{du\} = \{dF\} \quad (1-1)$$

où  $[K_t]$  est une matrice de rigidité traduisant les propriétés du matériau à l'instant  $t$  (temps),  $\{du\}$  l'incrément de déplacement et  $\{dF\}$  l'incrément de force. Pour un matériau linéaire, on peut écrire

$$[K_t] = [K_i] \quad (1-2)$$

où  $[K_i]$  est la matrice de rigidité initiale ; dans ce cas,  $[K_t]$  reste constante à chaque étape de chargement.

Deuxièmement, on a, entre incréments de contrainte  $\{d\sigma\}$  et de déformation  $\{d\varepsilon\}$ , la relation

$$\{d\sigma\} = [C_t]\{d\varepsilon\} \quad (1-3)$$

$[C_t]$  représentant le tenseur, à l'instant  $t$ , de comportement (contrainte-déformation) du matériau.

Dans le cas de calculs par éléments finis, les matrices  $[K_t]$  et  $[C_t]$  sont liées par relation :

$$[K_t] = \iiint_V [B^T] [C_t] [B] dV \quad (1-4)$$

où  $[B]$  représente la matrice de transformation déformation-déplacement, et  $V$  le volume élémentaire de matériau considéré.

La non-linéarité de comportement, qui sera considérée dans notre étude, correspond à la non-linéarité de la relation contrainte-déformation, i.e. de la matrice  $C_t$ .

### 1.2.2 Invariants des tenseurs de contraintes et de déformations

Dans ce qui suit, les contraintes correspondent aux contraintes *effectives*. Par ailleurs, les contraintes sont considérées comme *positives en compression*, conformément à la convention de la mécanique des sols.

Le tenseur des contraintes  $\sigma_{ij}$  est défini par

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (1-5)$$

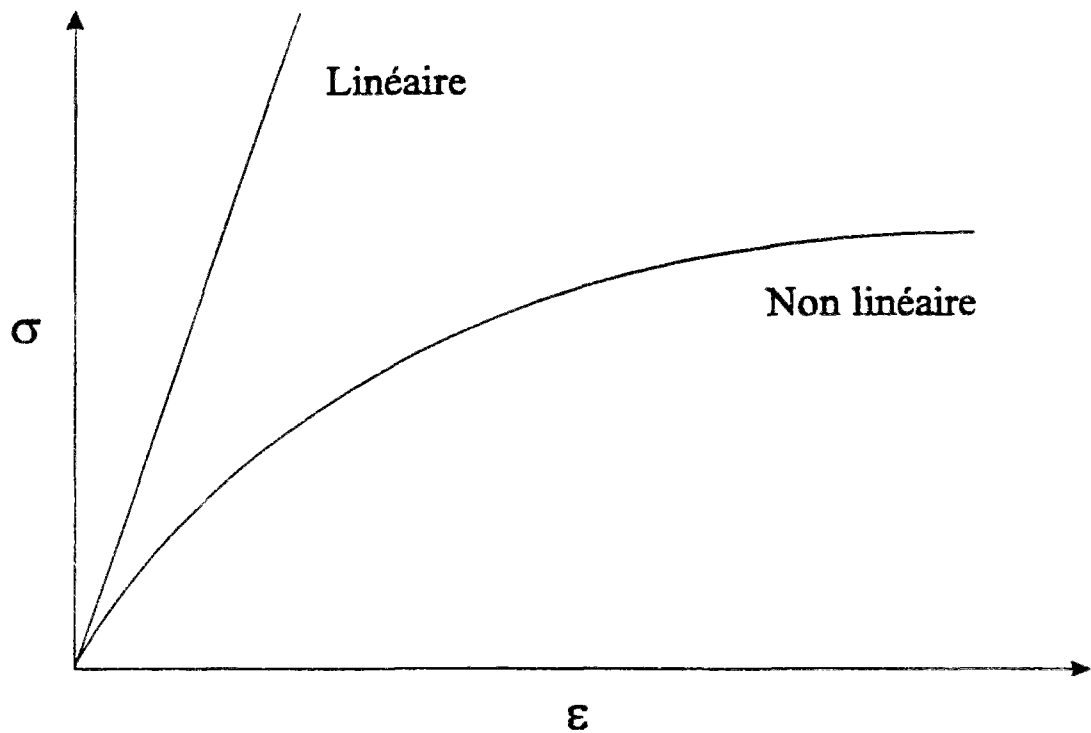


Figure 1.1 Schématisation des lois de comportement linéaire et non-linéaire en diagramme contrainte-déformation.

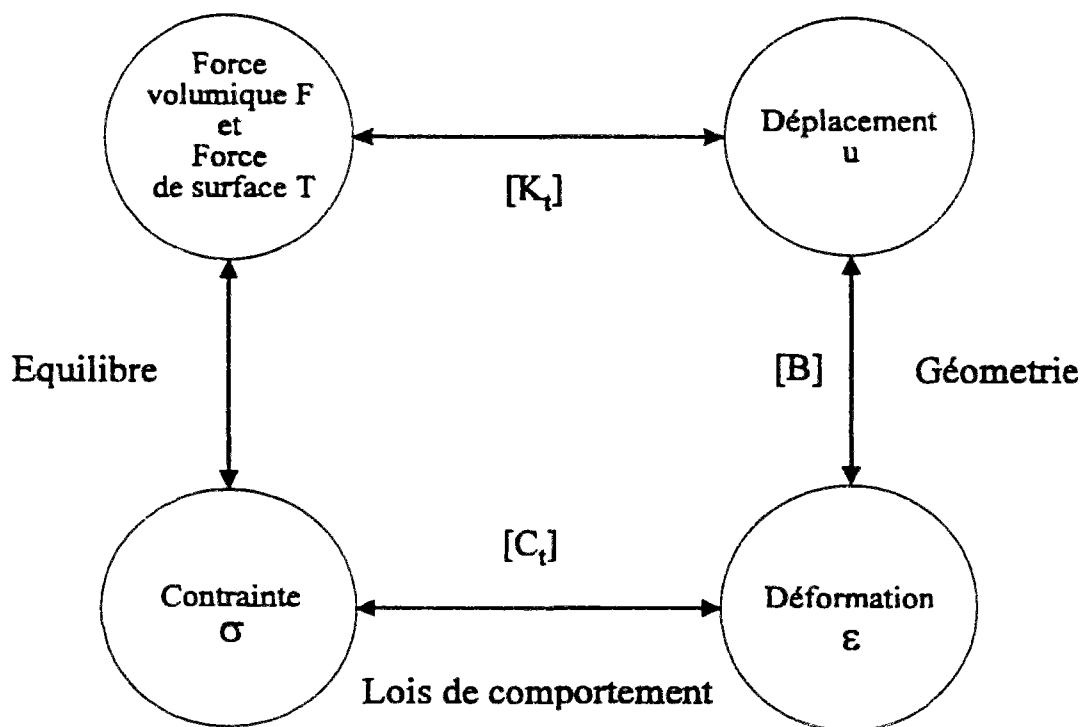


Figure 1.2 Relations entre les variables d'un problème de mécanique des solides.



Ce tenseur est symétrique et peut être décomposé en la somme de deux tenseurs également symétriques :

$$\sigma_{ij} = s_{ij} + p\delta_{ij} \quad (1-6a)$$

où  $s_{ij}$  représente le tenseur déviatorique

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \text{tr}(\sigma_{ij})\delta_{ij} \quad (1-6b)$$

et  $p$  la contrainte moyenne :

$$p = \frac{1}{3} \text{tr}(\sigma_{ij}) = \frac{1}{3} \sigma_{kk} \quad (1-6c)$$

Dans ces expressions,  $\delta_{ij}$  représente le symbole de Kronecker.

Les deuxième et troisième invariants des contraintes,  $J_2(\sigma_{ij})$  et  $J_3(\sigma_{ij})$  sont respectivement définis par :

$$\begin{aligned} J_2(\sigma_{ij}) &= \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} = \frac{1}{3} \text{tr}(s_{ij})^2 = \frac{1}{3} I_1(\sigma_{ij})^2 - I_2(\sigma_{ij}) \\ &= \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2] \\ &= \frac{1}{6} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2] + \sigma_{xy}^2 + \sigma_{xz}^2 + \sigma_{yz}^2 \end{aligned} \quad (1-7a)$$

$$\begin{aligned} J_3(\sigma_{ij}) &= \frac{1}{3} s_{ij} s_{jm} s_{mi} = \frac{1}{3} \text{tr}(s_{ij})^3 \\ &= \frac{2}{27} I_1(\sigma_{ij})^3 - \frac{1}{3} I_1(\sigma_{ij}) I_2(\sigma_{ij}) + I_3(\sigma_{ij}) \end{aligned} \quad (1-7b)$$

avec :

$$I_1(\sigma_{ij}) = \text{tr}(\sigma_{ij}) = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \quad (1-8a)$$

$$I_2(\sigma_{ij}) = \sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{xy}\sigma_{xy} + \sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{yz}\sigma_{yz} + \sigma_{xx}\sigma_{zz} - \sigma_{xz}\sigma_{xz} \quad (1-8b)$$

$$\begin{aligned} I_3(\sigma_{ij}) = \det(\sigma_{ij}) &= \sigma_{xx}\sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{xx}\sigma_{yz}^2 - \sigma_{zz}\sigma_{xy}^2 - \sigma_{yy}\sigma_{xz}^2 \\ &\quad + \sigma_{xy}\sigma_{xz}\sigma_{yz} + \sigma_{zx}\sigma_{xy}\sigma_{yz} \end{aligned} \quad (1-8c)$$

Des expressions analogues peuvent être obtenues pour le tenseur des déformations  $\epsilon_{ij}$  et ses invariants  $J'_2$ ,  $J'_3$ ,  $I'_1$ ,  $I'_2$  et  $I'_3$ .

Pour la description des lois de comportement, on utilise souvent les invariants suivants :

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (1-9a)$$

$$q = \sqrt{\frac{3}{2}s_{ij}s_{ij}} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} \quad (1-9b)$$

$$\varepsilon_v = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \quad (1-9c)$$

$$\varepsilon_d = \sqrt{\frac{2}{3}e_{ij}e_{ij}} \quad \text{avec} \quad e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3}\text{tr}(\varepsilon_{ij})\delta_{ij} \quad (1-9d)$$

où  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  et  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  représentent respectivement les contraintes et déformations principales majeure, intermédiaire et mineure ;  $\varepsilon_v$  et  $\varepsilon_d$  désignent les déformations volumique et déviatorique, respectivement. Pour les développements analytiques, les contraintes principales peuvent se mettre sous les formes suivantes (Nayak et Zienkiewicz, 1972) :

$$\sigma_1 = 2\sqrt{\frac{J_2}{3}} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{3}\text{tr}(\sigma_{ij}) \quad (1-10a)$$

$$\sigma_2 = 2\sqrt{\frac{J_2}{3}} \sin(\theta) + \frac{1}{3}\text{tr}(\sigma_{ij}) \quad (1-10b)$$

$$\sigma_3 = 2\sqrt{\frac{J_2}{3}} \sin\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) + \frac{1}{3}\text{tr}(\sigma_{ij}) \quad (1-10c)$$

$\theta$  désignant l'angle de Lode  $\theta = -\frac{1}{3}(\sin)^{-1}\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{J_3}{J_2^{3/2}}\right)$  et  $-\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}$ .

### 1.2.3 Potentiel thermodynamique

Si on considère, dans un milieu continu élastique, un volume  $V$  de surface extérieure  $S$ , ce volume élémentaire est sollicité par des forces internes  $F_i$  et des forces externes  $T_i$ . Dans ces conditions, le principe des travaux virtuels s'écrit :

$$\int_S T_i \delta u_i dS + \int_V F_i \delta u_i dV = \int_V \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV \quad (1-11)$$

A partir de la relation ci-dessus, on peut définir l'énergie potentielle  $W$  comme :

$$\int_V \delta W dV = \int_V \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV \quad (1-12)$$

L'énergie potentielle est, par définition, fonction uniquement du tenseur de déformation  $\varepsilon_{ij}$  et peut se mettre sous forme différentielle :

$$\delta W = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_{ij}} \delta \varepsilon_{ij} \quad (1-13)$$

Par conséquent, la contrainte  $\sigma_{ij}$  se déduit de l'énergie potentielle  $W(\varepsilon_{ij})$  à partir de la relation suivante :

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad (1-14)$$

De la même façon, on peut définir une énergie complémentaire  $\Omega(\sigma_{ij})$  qui est seulement fonction du tenseur de contrainte  $\sigma_{ij}$  et qui est telle que :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\partial \Omega}{\partial \sigma_{ij}} \quad (1-15)$$

### 1.3 Formulation des lois de comportement élastiques linéaires

La présente partie concerne la formulation du comportement élastique linéaire isotrope des matériaux.

La théorie de l'élasticité linéaire isotrope a été décrite par Hooke (1676), Young (1807), Cauchy (1822) et Timoshenko (1934). On se bornera à en rappeler les principaux aspects. Par définition, un matériau est dit élastique, si après avoir été déformé par une sollicitation, il retrouve son l'état initial, lorsque cette sollicitation cesse d'être appliquée (Timoshenko, 1934).

Pour le matériau élastique, l'état de contrainte ne dépend que de l'état de déformation (et vice versa). Mathématiquement, le matériau élastique peut être défini à partir de la relation suivante :

$$\sigma_{ij} = F_{ij}(\varepsilon_{kl}) \quad (1-16)$$

où  $F_{ij}$  est la fonction de réponse élastique. Cette relation unique traduit l'indépendance du comportement du matériau vis-à-vis de l'histoire des chargements auxquels il a été soumis.

Le matériau élastique défini ci-dessus est appelé matériau élastique de Cauchy (Eringen, 1962 ; Malvern, 1969). On peut aussi définir un matériau élastique comme un matériau pour lequel la courbe contrainte-déformation est unique, et qui n'occasionne pas de dissipation d'énergie lors d'un cycle fermé de chargement-déchargement (Lemaitre et Chaboche, 1988).

La relation contrainte-déformation pour un matériau élastique isotrope de Cauchy se met sous la forme générale suivante :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} + \sigma_{ij}^0 \quad (1-17)$$

où  $\sigma_{ij}^0$  représente le tenseur des contraintes initiales correspondant un état initial de déformation nulle ( $\varepsilon_{kl} = 0$ ), et  $C_{ijkl}$  le tenseur décrivant le comportement physique du matériau. Si on suppose que l'état initial de contrainte est nul ( $\sigma_{ij}^0 = 0$ ), l'équation (1-17) s'écrit

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \quad (1-18)$$

L'équation ci-dessus correspond à la relation générale de Hooke dans laquelle  $\sigma_{ij}$  et  $\varepsilon_{kl}$  sont des tenseurs du 2<sup>e</sup> ordre et  $C_{ijkl}$  est un tenseur du 4<sup>e</sup> ordre. Pour le matériau élastique linéaire isotrope, le tenseur  $C_{ijkl}$  prend la forme générale

$$C_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \quad (1-19)$$

Les équations (1-18) et (1-19) conduisent à

$$\sigma_{ij} = \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} \quad (1-20a)$$

soit

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\lambda\delta_{ij}}{2\mu(3\lambda + 2\mu)}\sigma_{kk} + \frac{1}{2\mu}\sigma_{ij} \quad (1-20b)$$

Dans ce cas, le comportement est entièrement caractérisé à partir de deux constantes indépendantes,  $\lambda$  et  $\mu$ , appelées constantes de Lamé. Les équations (1-20a) et (1-20b) peuvent également se mettre sous les formes équivalentes suivantes :

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{(1+\nu)}\varepsilon_{ij} + \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\varepsilon_{kk}\delta_{ij} \quad (1-21a)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E}\sigma_{ij} - \frac{\nu}{E}\sigma_{kk}\delta_{ij} \quad (1-21b)$$

qui dépendent de deux autres constantes : le module d'Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ . Les relations entre les différents paramètres utilisés pour représenter l'élasticité linéaire isotrope ont résumées dans le tableau 1.1.

Ce tableau 1.1 fait apparaître deux autres paramètres, couramment utilisés en mécanique des sols, le module volumique  $K$  et le module de cisaillement  $G$ . Ils correspondent à une décomposition du tenseur des contraintes  $\sigma_{ij}$  en une partie isotrope  $p\delta_{ij}$  et une partie déviatorique  $s_{ij}$  :

$$\sigma_{ij} = p\delta_{ij} + s_{ij} = K\varepsilon_{kk}\delta_{ij} + 2Ge_{ij} \quad (1-22a)$$

De même, le tenseur des déformations peut se mettre sous la forme :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{3}\varepsilon_{kk}\delta_{ij} + e_{ij} = \frac{1}{3K}p\delta_{ij} + \frac{1}{2G}s_{ij} = \frac{1}{9K}\sigma_{kk}\delta_{ij} + \frac{1}{2G}s_{ij} \quad (1-22b)$$

Les paramètres donnés sur le tableau 1.1 doivent vérifier les relations suivantes :

$$E > 0, \quad G > 0, \quad K > 0 \quad (1-23a)$$

$$-1 \leq \nu \leq \frac{1}{2} \quad (1-23b)$$

Dans la pratique, le coefficient de Poisson  $\nu$  est positif pour un sol ou une roche. La valeur  $\nu = 0,5$  correspond à  $G = E/3$  et  $1/K = 0$ , c'est-à-dire à l'incompressibilité.

## 1.4 Formulation des lois de comportement élastiques non-linéaires

Il existe deux types de formulation des lois de comportement élastiques non-linéaires : (1) formulation hyperélastique et (2) formulation hypoélastique. Ces deux approches sont décrites dans les paragraphes qui suivent.

### 1.4.1 Formulation de type hyperélastique

Dans un matériau élastique de Cauchy, l'état de contrainte  $\sigma_{ij}$  est exprimé de manière unique comme une fonction de l'état de déformation  $\varepsilon_{ij}$  (relation 1-6).

Pour le matériau élastique isotrope, la fonction  $W(\varepsilon_{ij})$  peut être exprimée à partir des trois invariants indépendants ( $I'_1$ ,  $I'_2$  et  $I'_3$ ) du tenseur  $\varepsilon_{ij}$  :

$$W = W(I'_1, I'_2, I'_3) \quad (1-24)$$

Tableau 1.1 Relations entre constantes élastiques (d'après Leipholz, 1974).

<div> <div>Expression des paramètres</div> <div>Couples de paramètres utilisés</div> </div>	Module de cisaillement $G = \mu$	Module d'Young $E$	Module volumique $K$	Coefficient de Poisson $\nu$	Paramètre de Lamé $\lambda$
G, E	G	E	$\frac{GE}{9G - 3E}$	$\frac{E - 2G}{2G}$	$\frac{G(E - 2G)}{3G - E}$
G, K	G	$\frac{9GK}{3K + G}$	K	$\frac{3K - 2G}{2(3K + G)}$	$K - \frac{2G}{3}$
G, $\lambda$	G	$\frac{G(3\lambda + 2G)}{\lambda + G}$	$\lambda + \frac{2G}{3}$	$\frac{\lambda}{2(\lambda + G)}$	$\lambda$
G, $\nu$	G	$2G(1 + \nu)$	$\frac{2G(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)}$	$\nu$	$\frac{2G\nu}{1 - 2\nu}$
E, K	$\frac{3KE}{9K - E}$	E	K	$\frac{3K - E}{6K}$	$\frac{K(9K - 3E)}{9K - E}$
E, $\nu$	$\frac{E}{2(1 + \nu)}$	E	$\frac{E}{3(1 - 2\nu)}$	$\nu$	$\frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$
K, $\lambda$	$\frac{3(K - \lambda)}{2}$	$\frac{9K(K - \lambda)}{3K - \lambda}$	K	$\frac{\lambda}{3K - \lambda}$	$\lambda$
K, $\nu$	$\frac{3K(1 - 2\nu)}{2(1 + \nu)}$	$3K(1 - 2\nu)$	K	$\nu$	$\frac{3K\nu}{1 + \nu}$

Dans l'équation (1-24), le choix des trois invariants indépendants est arbitraire. Compte tenu de l'équation (1-13), on peut écrire :

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial W}{\partial I'_1} \frac{\partial I'_1}{\partial \varepsilon_{ij}} + \frac{\partial W}{\partial I'_2} \frac{\partial I'_2}{\partial \varepsilon_{ij}} + \frac{\partial W}{\partial I'_3} \frac{\partial I'_3}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad (1-25)$$

soit, en introduisant les expressions des trois invariants  $I'_1$ ,  $I'_2$  et  $I'_3$

$$\sigma_{ij} = \alpha_1 \delta_{ij} + \alpha_2 \varepsilon_{ij} + \alpha_3 \varepsilon_{ik} \varepsilon_{jk} \quad (1-26a)$$

où

$$\alpha_i = \alpha_i(I'_j) = \frac{\partial W}{\partial I'_i} \quad (1-26b)$$

On a, entre les fonctions  $\alpha_i$ , les relations suivantes :

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial I'_j} = \frac{\partial \alpha_j}{\partial I'_i} \quad (1-27)$$

Le comportement élastique décrit par les équations ci-dessus est *réversible* et *indépendant du chemin de chargement*, si les contraintes peuvent être déterminées de manière unique à partir de l'état déformation (ou vice versa). Cependant, il peut exister une relation unique permettant d'exprimer les contraintes en fonction des déformations sans que l'inverse soit nécessairement vérifié.

Ces lois de comportement ne satisfont pas nécessairement les conditions imposées par les lois de la thermodynamique et les conditions de stabilité du calcul numérique ne sont généralement pas satisfaites (Drucker, 1959).

Les modèles de type Cauchy, qui entrent dans cette catégorie, peuvent en effet générer de l'énergie pendant certains chargements cycliques, en contradiction avec les lois de la thermodynamique (Lemaitre et Chaboche, 1988). Cet inconvénient nous conduit à considérer le type de formulation suivante, dite de type Green.

D'une manière générale, un modèle de comportement doit a priori satisfaire aux lois de la thermodynamique et par conséquent être de type hyperélastique (type Green). Dans ce cas, le modèle est caractérisé à partir de la donnée de l'énergie potentielle  $W(\varepsilon_{ij})$ , ou de l'énergie complémentaire  $\Omega(\sigma_{ij})$ . Dans ces conditions, il ne peut y avoir production d'énergie pendant un chargement cyclique fermé (Lemaitre et Chaboche, 1988).

Pour un matériau élastique isotrope,  $W(\epsilon_{ij})$  et  $\Omega(\sigma_{ij})$  sont exprimées à partir des trois invariants indépendants des tenseurs de déformation et de contrainte. En particulier, si  $\Omega$  est exprimée à partir de  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$ , on a

$$\epsilon_{ij} = \frac{\partial \Omega}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial \Omega}{\partial I_2} \frac{\partial I_2}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial \Omega}{\partial I_3} \frac{\partial I_3}{\partial \sigma_{ij}} = \phi_1 \delta_{ij} + \phi_2 \sigma_{ij} + \phi_3 \sigma_{im} \sigma_{jm} \quad (1-28)$$

où les fonctions  $\phi_i$  sont définies comme

$$\phi_i = \phi_i(I_j) = \frac{\partial \Omega}{\partial I_i} \quad (1-29)$$

Ces fonctions doivent vérifier les trois équations différentielles suivantes :

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial I_j} = \frac{\partial \phi_j}{\partial I_i} \quad (1-30)$$

c'est-à-dire :

$$\frac{\partial}{\partial I_2} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial I_1} \right) = \frac{\partial}{\partial I_1} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial I_2} \right) \quad (1-31a)$$

$$\frac{\partial}{\partial I_3} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial I_1} \right) = \frac{\partial}{\partial I_1} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial I_3} \right) \quad (1-31b)$$

$$\frac{\partial}{\partial I_2} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial I_3} \right) = \frac{\partial}{\partial I_3} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial I_2} \right) \quad (1-31c)$$

Il est possible de développer différents modèles élastiques non-linéaires à partir du choix d'une fonction  $\Omega$ . Par exemple, une relation générale contrainte-déformation du troisième ordre a été développée par Evans et Pister (1966) à partir de ce formalisme, en se basant sur l'équation (1-28).

D'une manière générale, les équations (1-14) et (1-15) peuvent être écrites sous forme matricielle

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad \text{ou} \quad (\epsilon_{ij} = D_{ijkl} \sigma_{kl}) \quad (1-32)$$

les tenseurs du 4<sup>ème</sup> ordre  $C_{ijkl}(\epsilon_{mn})$  et  $D_{ijkl}(\sigma_{mn})$  dépendant des états actuels de déformation et de contrainte. Ce type de formulation est qualifié de formulation sécante. Les équations (1-14) et (1-15) donnent par différentiation :



$$d\sigma_{ij} = \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} d\varepsilon_{kl} = H_{ijkl} d\varepsilon_{kl} \quad (1-33a)$$

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \sigma_{ij} \partial \sigma_{kl}} d\sigma_{kl} = H'_{ijkl} d\sigma_{kl} \quad (1-33b)$$

où  $d\sigma_{ij}$  et  $d\varepsilon_{ij}$  sont respectivement les tenseurs incrémentaux de contraintes et de déformations ; les composantes des matrices symétriques  $C_{ijkl}$  et  $D_{ijkl}$  correspondent aux matrices de Hessien  $[H]$  et  $[H']$  des fonctions  $W$  et  $\Omega$ , respectivement.

En ce qui concerne la stabilité matérielle, il est clair qu'un matériau hyperélastique satisfait aux conditions nécessaires, de stabilité et d'unicité postulées par Drucker (1951). Par exemple, dans l'espace des contraintes et des déformations, il y a convexité des surfaces  $W = \text{Constante}$  et  $\Omega = \text{Constante}$  et les rigidités des matrices de Hessien de  $W$  et  $\Omega$  sont positives. L'instabilité se traduit par les relations :

$$\det[H_{ijkl}] = 0 \quad \text{et} \quad \det[H'_{ijkl}] = 0 \quad (1-34)$$

Il est possible d'obtenir une généralisation du modèle hyperélastique en remplaçant les constantes élastiques introduites dans ces matrices par des fonctions scalaires des invariants de contrainte ou/et déformation. Ces fonctions scalaires doivent cependant satisfaire certaines conditions imposées par les lois de la thermodynamique et ne pas produire de dissipation d'énergie pendant un cycle de chargement-déchargement.

Dans ces conditions, le modèle obtenu est également *isotrope, réversible et indépendant du chemin de chargement* ; il est en premier lieu adapté à des chargements monotones et proportionnels (Desai et Siriwardane, 1984).

C'est par exemple le cas, si dans la loi linéaire donnée par l'équation (1-21b) nous remplaçons le module d'Young  $E$  par une fonction scalaire  $F(I_1, J_2, J_3)$  des invariants de contrainte :

$$\varepsilon_{ij} = (1 + \nu)F(I_1, J_2, J_3)\sigma_{ij} - \nu F(I_1, J_2, J_3)\sigma_{kk}\delta_{ij} \quad (1-35)$$

De même, le coefficient de Poisson  $\nu$  peut être remplacé par une fonction des invariants de contrainte.

On peut, de manière équivalente, construire un modèle hyperélastique en remplaçant les modules élastiques,  $G$  et  $K$  par des fonctions des invariants de déformation  $I'_1$ ,  $J'_2$  et  $J'_3$ , c'est-à-dire  $G(I'_1, J'_2, J'_3)$  et  $K(I'_1, J'_2, J'_3)$ . L'expression de l'énergie potentielle  $W(\varepsilon_{ij})$  se met alors sous la forme

$$W = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} = \int_0^{\varepsilon_{ij}} (2G\varepsilon_{ij} + K\varepsilon_{kk}\delta_{ij})(d\varepsilon_{ij} + \frac{d\varepsilon_{kk}}{3}\delta_{ij}) \quad (1-36a)$$

soit

$$W = \int_0^{J'_2} 2G(I'_1, J'_2, J'_3) dJ'_2 + \int_0^{I'_1} \frac{1}{2} K(I'_1, J'_2, J'_3) d(I'_1)^2 \quad (1-36b)$$

De même, si  $G$  et  $K$  sont fonctions des invariants de contrainte  $I_1$ ,  $J_2$  et  $J_3$ , il est possible de montrer que l'énergie complémentaire  $\Omega$  est donnée par

$$\Omega = \int_0^{\sigma_{ij}} \varepsilon_{ij} d\sigma_{ij} = \int_0^{\sigma_{ij}} (\frac{1}{2G} s_{ij} + \frac{1}{9K} I_1 \delta_{ij}) d(2G\varepsilon_{ij} + K\varepsilon_{kk}\delta_{ij}) \quad (1-37a)$$

soit

$$\Omega = \int_0^{J_2} \frac{dJ_2}{2G(I_1, J_2, J_3)} + \int_0^{I_1} \frac{d(I_1)^2}{18K(I_1, J_2, J_3)} \quad (1-37b)$$

Lorsque  $I_1^2$  et  $J_2$  sont positifs et les modules  $G$  et  $K$  sont positifs,  $W$  et  $\Omega$  sont aussi positives, ce qui est conforme aux lois de la thermodynamique.

Par exemple, pour un matériau élastique linéaire isotrope, les modules élastiques  $G$  et  $K$  étant constants, la relation (1-37b) prend la forme

$$\Omega = \frac{J_2}{2G} + \frac{I_1}{18K} \quad (1-38)$$

$\Omega$  s'exprime donc explicitement en fonction des invariants de contrainte  $I_1$  et  $J_2$ , et est indépendante de l'histoire du chargement suivi jusqu'à l'état actuel de contrainte. L'importance de l'indépendance de  $W$  et  $\Omega$  vis-à-vis du chemin de chargement a été mise en évidence par Zytinski et al. (1978), Boyce (1980), et Loret (1981).

Le tableau 1.2 rassemble les caractéristiques des modèles hyperélastiques les plus courants.

### Remarques :

Le choix introduit dans l'équation (1-30) est le plus simple et le plus courant. Toutefois, la fonction potentielle peut être obtenue à l'aide d'une approche purement mathématique.

Par exemple, étant donnée que les fonctions potentielles  $W$  et  $\Omega$  doivent être indépendantes du chemin de chargement, les fonctions définies par les relations (1-36b) et (1-37b) doivent être des différentielles exactes. Ceci signifie que les modules élastiques sécants  $K$  et  $G$ , a priori fonction des invariants  $I'_1$  et  $J'_2$  (ou  $I_1$  et  $J_2$ ), doivent vérifier les deux équations suivantes :

$$\frac{2}{I'_1} \frac{\partial G}{\partial I'_1} = \frac{\partial K}{\partial J'_2} \quad (1-39a)$$

et

$$\frac{9}{2G^2} \frac{\partial G}{\partial I_1} = \frac{I_1}{K^2} \frac{\partial K}{\partial J_2} \quad (1-39b)$$

Les conditions ci-dessus sont automatiquement satisfaites, lorsque  $K$  et  $G$  sont exprimés seulement comme fonction de  $I_1$  (ou  $I'_1$ ) et  $J_2$  (ou  $J'_2$ ), respectivement. Ces fonctions scalaires doivent cependant vérifier certaines conditions imposées par les lois de la thermodynamique et ne pas induire de dissipation d'énergie pendant un cycle de chargement-déchargement.

D'une manière générale, pour que les énergies potentielle  $W$  et complémentaire  $\Omega$  soient indépendantes du chemin de chargement, il faut que les fonctions  $W$  et  $\Omega$  s'expriment respectivement à partir des valeurs actuelles de  $I'_1$ ,  $J'_2$  et  $I_1$ ,  $J_2$ , respectivement.

Afin de satisfaire ces conditions nécessaires, on peut, par exemple, écrire les modules élastiques linéaires sous la forme

$$K = K(I'_1), \quad G = G(J'_2) \quad (1-40a)$$

et

$$K = K(I_1), \quad G = G(J_2) \quad (1-40b)$$

Tableau 1.2 Modèles hyperélastiques

Modèles	Modules hyperélastiques	Paramètres du modèle
Boyce (1980)	$K = \frac{K_1 p^{(1-n)}}{\left(1 - (1-n) \frac{K_1}{6G_1} \frac{q^2}{p^2}\right)}$ $G = G_1 p^{(1-n)}$	$K_1, G_1$ et $n$
Loret (1981)	$v = \text{Constante} \quad \text{ou} \quad K/G = \text{Constante}$ $E = E_0 p_a \left[ \left( \frac{p}{p_a} \right)^2 \left( 1 + \frac{K}{3G} \frac{q^2}{p^2} \right) \right]^{\frac{1-n}{2}}$ <p>ou</p> $G = G_0 p_a \left( \frac{p}{p_a} \right)^{1-n}$ $K = K_0 p_a \left( \frac{p}{p_a} \right)^{1-n} \frac{1}{1 - \frac{K_0}{6G_0} (1-n) \frac{q^2}{p^2}}$	$v, E_0$ et $n$  ou  $G_0, K_0$ et $n$
Mroz et Norris (1982)	$e_{ij}^e = \frac{s_{ij}}{2G}$ $\varepsilon_v^e = \frac{\kappa}{1+e_0} \ln \left( \frac{p}{p_{co}} \right) - \frac{s_{ij}s_{ij}}{4G^2} \frac{\partial G}{\partial p}$	$e_0, \kappa$ et $G$
Chen et Baladi (1985)	$K = \frac{K_i}{1-K_1} [1 - K_1 \exp(-K_2 I_1)]$ $G = \frac{G_i}{1-G_1} [1 - G_1 \exp(-G_2 \sqrt{J_2})]$	$K_i, K_1, K_2, G_i, G_1$ et $G_2$

Lade et Nelson (1987)	$E = M p_a \left[ \left( \frac{I_1}{p_a} \right)^2 + 6 \left( \frac{1+\nu}{1-2\nu} \right) \frac{J_2}{p_a^2} \right]^\lambda$ <p><math>\nu = \text{Constante}</math></p>	$\nu, M p_a \text{ et } \lambda$
Cambou et Jafari (1988)	$G = G_0 \left[ \frac{I_1}{3 p_a} \right]^n$ $K = K_0^e \left[ \frac{I_1}{3 p_a} \right]^n \frac{4 G_0 I_1^2}{4 G_0 I_1^2 - 9 n K_0^e S_{ij} S_{ij}}$	$G_0, K_0^e, p_a \text{ et } n$
Molenkamp (1988)	$K = \frac{1}{3} \frac{p_a}{A P} \left( \frac{I_1}{\sqrt{3} p_a} \right)^{1-P}$ $G = \frac{R p_a}{3 A P} \left( \frac{I_1}{\sqrt{3} p_a} \right)^{1-P}$	$A, P \text{ et } R$
Huang et Gibson (1993)	$K = \frac{K_0}{1 - 6 \left( \frac{1-\nu_0}{1-2\nu_0} \right) K_1 V_s}$ $G = \frac{G_0}{1 + 24(1-\nu_0) G_1 V_s}$	$G_0, K_0, \nu_0, K_1, G_1 \text{ et } V_s$

#### 1.4.2 Formulation de type hypoélastique

Ce type de formulation est utilisé pour décrire mathématiquement le comportement des matériaux, dans le cas où l'état de contrainte dépend de l'état actuel de déformation et du chemin de chargement. Si le temps n'intervient pas de manière explicite dans le comportement, ces modèles peuvent, dans leur formulation la plus générale, être décrits à partir d'une expression du type

$$F(\sigma_{ij}, \dot{\sigma}_{pq}, \varepsilon_{mn}, \dot{\varepsilon}_{rs}) = 0 \quad (1-41)$$

où  $\dot{\sigma}_{pq}$  et  $\dot{\varepsilon}_{rs}$  sont les tenseurs incrémentaux de contrainte de déformation, respectivement, et  $F$  est une fonction tensorielle.

Les modèles de type hypoélastique peuvent être utilisés pour décrire les relations incrémentales de comportement élastique non-linéaire isotrope (Malvern, 1969 ; et Truesdell, 1955 et 1966). La notion d'hypoélasticité, introduite par Truesdell (1955), consiste à faire l'hypothèse que le taux d'accroissement de contrainte, dépend non seulement de l'incrément de déformation, mais aussi de la contrainte elle-même. Les équations de comportement s'expriment alors sous une des deux formes suivantes :

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl}(\sigma_{mn})\dot{\varepsilon}_{kl} \quad \text{et} \quad \dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl}(\varepsilon_{mn})\dot{\varepsilon}_{kl} \quad (1-42a)$$

ou

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = D_{ijkl}(\sigma_{mn})\dot{\sigma}_{kl} \quad \text{et} \quad \dot{\varepsilon}_{ij} = D_{ijkl}(\varepsilon_{mn})\dot{\sigma}_{kl} \quad (1-42b)$$

les représentations des tenseurs  $C_{ijkl}$  et  $D_{ijkl}$  sont souvent appelées des matrices de rigidité tangentielle.

Le comportement décrit par les équations (1-42) est infinitésimalement réversible. Toutefois, le comportement d'un matériau hypoélastique *dépend* généralement du chemin de chargement.

Bon nombre de modèles basés sur des relations incrémentales ont été établis pour modéliser le comportement non-linéaire des sols, des roches et des bétons. Ces modèles ont été développés en se basant sur deux types hypoélastiques. La plus courante consiste à déduire les relations de comportement du modèle élastique linéaire en introduisant une dépendance des modules élastiques sécants vis-à-vis des invariants de contrainte ou de déformation.

La deuxième approche (Desai et Siriwardane, 1984) est basée sur une représentation linéaire élastique par morceau (modèle quasi-linéaire). Les modèles hypoélastiques sont rassemblés dans le tableau 1.3.

Le plus simple des modèles hypoélastiques est défini à partir de l'équation :

$$d\sigma_{ij} = K d\epsilon_{nn} \delta_{ij} + 2G(d\epsilon_{ij} - \frac{1}{3} d\epsilon_{nn} \delta_{ij}) \quad (1-43a)$$

soit

$$\{d\sigma_m\} = [C_{lm}]\{d\epsilon_m\} \quad (1-43b)$$

où m correspond au même incrément de contrainte  $\{d\sigma_m\}$  et de déformation  $\{d\epsilon_m\}$ , et  $[C_{lm}]$  est la matrice de rigidité incrémentale associée à cette étape de chargement. Autrement dit,  $[C_{lm}]$  diffère d'un incrément à l'autre ; elle peut se mettre sous la forme :

$$[C_{lm}] = \begin{bmatrix} K_{lm} + \frac{4}{3}G_{lm} & K_{lm} - \frac{4}{3}G_{lm} & K_{lm} - \frac{4}{3}G_{lm} & 0 & 0 & 0 \\ & K_{lm} + \frac{4}{3}G_{lm} & K_{lm} - \frac{4}{3}G_{lm} & 0 & 0 & 0 \\ & & K_{lm} + \frac{4}{3}G_{lm} & 0 & 0 & 0 \\ & & & 2G_{lm} & 0 & 0 \\ & & & & 2G_{lm} & 0 \\ & & & & & 2G_{lm} \end{bmatrix} \quad (1-44)$$

où  $G_{lm}$  et  $K_{lm}$  représentent respectivement le module de cisaillement tangent et le module volumique tangent pour le même incrément de chargement.

Les valeurs de  $G_{lm}$  et  $K_{lm}$  changent à chaque l'incrément, mais restent constantes pendant chaque incrément (Wong et Duncan 1974; Duncan, et Wong et Ozawa, 1980, etc.).

En effet, le concept des modèles hypoélastiques, utilisent une représentation linéaire par morceaux, consistent à modifier la valeur des modules élastiques en fonction de la contrainte calculée pour chaque étape de chargement. C'est la raison pour laquelle cette approche est souvent appelée méthode des modules variables (Desai et Siriwardane, 1984).

Tableau 1.3 Modèles hypoélastiques

Modèles	Equations des modules élastiques	Paramètres du modèle
Ramberg et Osgood (1943)	$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + K_1 \left( \frac{\sigma}{E} \right)^n$	E, K <sub>1</sub> et n
Rivlin et Erickseen (1955)	$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{ij} = & \alpha_0 \delta_{ij} + \alpha_1 \dot{\varepsilon}_{ij} + \alpha_2 \dot{\varepsilon}_{ik} \dot{\varepsilon}_{kj} + \alpha_3 \sigma_{ij} \\ & + \alpha_4 \sigma_{ik} \sigma_{kj} + \alpha_5 (\dot{\varepsilon}_{ik} \sigma_{kj} + \sigma_{ik} \dot{\varepsilon}_{kj}) \\ & + \alpha_6 (\dot{\varepsilon}_{ik} \dot{\varepsilon}_{km} \sigma_{mj} + \sigma_{ik} \dot{\varepsilon}_{km} \dot{\varepsilon}_{mj}) \\ & + \alpha_7 (\dot{\varepsilon}_{ik} \sigma_{km} \sigma_{mj} + \sigma_{ik} \sigma_{km} \dot{\varepsilon}_{mj}) \\ & + \alpha_8 (\dot{\varepsilon}_{ik} \dot{\varepsilon}_{km} \sigma_{mn} \sigma_{nj} + \sigma_{ik} \sigma_{km} \dot{\varepsilon}_{mn} \dot{\varepsilon}_{nj}) \end{aligned}$	$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7$ et $\alpha_8$
Hansen (1963)	$\sigma = \left( \frac{\varepsilon}{a + b\varepsilon} \right)^{1/2}$	a et b
Kondner (1963)	$\sigma = \frac{\varepsilon}{a + b\varepsilon}$	a et b
Janbu (1963)	$E_i = K_h p_a \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n$	K <sub>h</sub> et n
Richardson et Whitman (1963) (d'après Ramberg et Osgood, 1943)	$K = \text{Constante}$ et $G = \frac{G_{\max}}{1 + \alpha \left( \frac{\tau}{G_{\max} \gamma} \right)^{R-1}}$	K, $\alpha$ , G <sub>max</sub> et R
Holubec (1968)	Isotrope : $\varepsilon_1^e = a \cdot (p)^{1/2}$ Anisotrope : $\varepsilon_1^e = c \cdot (p)^{2/3}$	a et c
Roscoe et Burland (1968)	$K = \frac{1 + e_0}{\kappa} p$ et $G = \infty$	e <sub>0</sub> et $\kappa$
Domaschuk et Wade (1969)	$K_t(\sigma_m) = K_0 + m\sigma_m$ $G_t(\sigma_m, \tau_{oct}) = G_0 (1 - b\tau_{oct})^2$	K <sub>0</sub> , m, G <sub>0</sub> et b



Duncan et Chang (1970)	Chargement : $E_t = \left[ 1 - \frac{R_f(1 - \sin \phi)(\sigma_1 - \sigma_3)}{2(c \cos \phi + \sigma_3 \sin \phi)} \right]^2 k_h p_a \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n$ $v = \text{Constante}$ Déchargement-rechargement : $E_{ur} = K_{ur} p_a \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n$	$v, c, \phi, R_f, k_h, n$ et $K_{ur}$
Richart, Hall et Woods (1970)	$K = \frac{1+e_0}{\kappa} p_a \left( \frac{p}{p_a} \right)^{1/2}$ $G = G_0 \frac{(2,973 - e_0)^2}{1+e_0} p_a \left( \frac{p}{p_a} \right)^{1/2}$	$e_0, \kappa$ et $G_0$
Nelson et Baron (1971)	Chargement : $K = K_0 + K_1 \varepsilon_v + K_2 \varepsilon_v^2$ Déchargement-rechargement : $G = G_0 + \alpha_1 p + \alpha_2 \sqrt{J_2}$	$K_0, K_1$ et $K_2$  $G_0, \alpha_1$ et $\alpha_2$
Desai (1971, 1972)	$G = \frac{\partial \tau}{\partial \gamma} = a_1 + 2a_2 \gamma + 3a_3 \gamma^2 + \dots + na_n \gamma^{n-1} + \dots$	$a_1, a_2, a_3, \dots$ , et $a_n$
Kulhawy et Duncan (1972)	$v_t = \frac{G^* - F^* \log \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)}{\left[ 1 - \frac{d \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)}{k_a p_a \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \left[ 1 - \frac{R_f(\sigma_1 - \sigma_3)(1 - \sin \phi)}{2(c \cos \phi + \sigma_3 \sin \phi)} \right]} \right]^2}$	$c, \phi, R_f, k_h, n, p_a, G^*, F^*$ et $d$
Domaschuk et Valliappan (1975)	$K_t = K_0 \left( 1 + n \varepsilon_{vn}^{n-1} \right)$	$K_0$ et $n$

<p>Hardin et Drnevich (1972)</p> <p>Hardin et Black (1969)</p>	$\tau = \frac{\gamma}{\frac{1}{G_{\max}} + \frac{\gamma}{\tau_{\max}}}$ $G = \frac{G_{\max}}{1 + \left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right) \left[1 + a \exp\left(\frac{-b\gamma}{\gamma_r}\right)\right]}$ $G_{\max} = 1230(\text{OCR})^k \frac{(2.973 - e)^2}{1 + e} \sqrt{\sigma_0}$	<p>a, b, <math>\gamma_r</math>, <math>\tau_{\max}</math> et <math>G_{\max}</math> (ou OCR, k et e)</p> <p>Note : <math>\sigma_0 = \sigma_m = p</math> (contrainte moyenne).</p>
<p>Kupfer et Gerstle (1973)</p>	$G_t = \frac{G_0 \left[1 - a \left(\frac{\tau_{\text{oct}}}{f'_c}\right)^m\right]^2}{1 + (m-1)a \left(\frac{\tau_{\text{oct}}}{f'_c}\right)^m}$ $K_t = \frac{\frac{K_0}{G_0} G_t}{\exp\left\{-(c\gamma_{\text{oct}})^p\right\} \left[1 - p(c\gamma_{\text{oct}})^p\right]}$	<p><math>G_0</math>, <math>K_0</math>, a, m, c et p</p>
<p>Richard et Abbott (1975)</p>	$E_t = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{E_1}{\left[1 + \left(\frac{E_1 \varepsilon}{\sigma_y}\right)^n\right]^{(1+n)/n}} + E_p$	<p><math>E_1</math>, <math>E_p</math>, <math>\sigma_y</math> et n</p>
<p>Naylor (1975)</p>	<p>modèle E-v :</p> $E = E_0 + \alpha_E p + \beta_E q$ <p>v = Constante</p> <p>modèle K-G :</p> $K = K_0 + \alpha_K p$ $G = G_0 + \alpha_G p + \beta_G q$	<p><math>E_0</math>, <math>\alpha_E</math>, <math>\beta_E</math> et v</p> <p><math>K_0</math>, <math>G_0</math>, <math>\alpha_K</math>, <math>\alpha_G</math> et <math>\beta_G</math></p>
<p>Katona et al. (1976)</p>	$v = \frac{v_{\min} + q \left(\frac{\gamma \cdot G_0}{\tau_f}\right) v_{\max}}{1 + q \left(\frac{\gamma \cdot G_0}{\tau_f}\right)}$	<p><math>G_0</math>, <math>\tau_f</math>, q, <math>v_{\min}</math> et <math>v_{\max}</math></p>

Desai et Christian (1977)	$G_t = G_i \left[ 1 - \frac{R_f(1 - \sin \phi)(\sigma_1 - \sigma_3)}{2(c \cos \phi + \sigma_3 \sin \phi)} \right]^2$ <p><math>v = \text{Constante}</math></p>	$v, c, \phi, R_f, k_h, n \text{ et } G_i$
Cedolin et al. (1977)	$K(\varepsilon_{\text{oct}}) = K_0 \left[ a \cdot (b)^{\frac{\varepsilon_{\text{oct}}}{c}} + c \right] \text{ et}$ $G(\gamma_{\text{oct}}) = G_0 \left[ m \cdot (q)^{\frac{\gamma_{\text{oct}}}{r}} - n\gamma_{\text{oct}} + t \right]$	$K_0, a, b, c \text{ et } d$ $G_0, m, n, q \text{ et } r$
Cuellar et al. (1977)	<p><math>K = \text{Constante}</math></p> $G = \sqrt{M\sigma_v} \left( a + \frac{b}{c +  \gamma _{\text{max}}} \right)$	$K, a, b, c$ <p>et <math>M = 0,01 \text{ kN/m}^2</math></p>
Baron, Nelson et Sandler (1973) ;  Nelson et Baladi (1977)	<p>Chargement (<math>F = F_{\text{max}}</math> et <math>J_2 &gt; 0</math>) :</p> $K_{\text{UN}} = K_{\text{max}} ; p \geq p_m$ $G_{\text{LD}} = G_0 + \alpha \sqrt{J_2} + \alpha_1 p + \alpha_2 p^2 ; p \leq p_c$ $G_{\text{LD}} = G_1 + \alpha \sqrt{J_2} ; p \geq p_c$ <p>Déchargement (<math>J_2 &lt; 0</math>) :</p> $K_{\text{UN}} = K_{0U} + K_{1U} p ; p \leq p_m$ $G_{\text{UN}} = G_{0U} + \alpha_U \sqrt{J_2} + \alpha_{1U} p + \alpha_{2U} p^2 ; p \leq p_c$ $G_{\text{UN}} = G_{1U} + \alpha_U \sqrt{J_2} ; p \geq p_c$ <p>Rechargement (<math>F &lt; F_{\text{max}}</math> et <math>J_2 &gt; 0</math>) :</p> $K_{\text{UN}} = K_{\text{max}} ; p \geq p_m$ $G_{\text{RE}} = \left( \frac{F}{F_{\text{max}}} \right)^n G_{\text{LD}} + \left[ 1 - \left( \frac{F}{F_{\text{max}}} \right)^n \right] G_{\text{UN}}$	$K_{\text{max}}, G_0, G_1, \alpha, \alpha_1, \alpha_2,$ $p_c \text{ et } p_m$  $K_{0U}, K_{1U}, G_{0U}, G_{1U}, \alpha_U,$ $\alpha_{1U} \text{ et } \alpha_{2U}$  $F_{\text{max}} \text{ et } n$

Vermeer (1978)	$G = G_0 \left( \frac{p}{p_0} \right)^{1-\beta}$ et $v = \text{Constante}$	$G_0, p_0, \beta$ et $v$
Baladi et Rohani (1979)	$K = K_i + K_1 p'$ $G = \text{Constante}$	$G, K_i$ et $K_1$
Bazant et Tsubaki (1980)	$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_0} + Q_1$ et $\frac{1}{G} = \frac{1}{G_0} + 2P_1$	$K_0, G_0, Q_1$ et $P_1$
Duncan, Wong et Ozawa (1980)	Chargement : $K = K_b p_a \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)^m$ $E_t = \left[ 1 - \frac{R_f (1 - \sin \phi) (\sigma_1 - \sigma_3)}{2(c \cdot \cos \phi + \sigma_3 \sin \phi)} \right]^2 K_b p_a \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n$ $v = \frac{3K - E}{6K}$ Déchargement-rechargement : $E_{ur} = K_{ur} p_a \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n$	$c, \phi, R_f, K_b, n, K_{ur}, K_b$ et $m$
Gerstle (1981)	$G_t = G_0 \exp \left( \frac{-G_0}{\tau_{op}} \gamma_{oct} \right)$ ou $G_t = G_0 \left( 1 - \frac{\tau_{oct}}{\tau_{op}} \right)$	$G_0$ et $\tau_{op}$
Janardhanam et Desai (1983)	$E_r = K(\sigma_3)^n$	$K$ et $n$
Bardet (1990)	$E = E_0 p_a \left( \frac{p}{p_a} \right)^{n_0}$	$E_0, p_a$ et $n_0$

Pastor, Zienkiewicz et Chan (1990)	$K = \frac{1+e_0}{\kappa} p$ $G = G_0 \frac{p}{p_0}$	$e_0, \kappa$ et $G_0$
Prevost et Keane (1990)	$K = K_0 \left( \frac{p}{p_0} \right)^n$ $G = G_0 \left( \frac{p}{p_0} \right)^n$	$K_0, G_0$ et $n$
Prevost et Keane (1990)	$\tau = \frac{\tau_m}{1 + \frac{\tau_m}{G_0 \gamma}} - \frac{\tau_m}{1 + \frac{G_0 \gamma_{\max}}{\tau_m}} \frac{1}{\gamma_{\max}^m} \frac{(\gamma)^{m+1}}{(m+1)}$	$\tau_m, m$ et $G_0$
Zytinsky et al. (1978), Atkinson (1981), Gens et Potts (1988), Borja (1990), Wood (1990).	$K = \frac{1+e_0}{\kappa} p \quad \text{et} \quad G = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} K$	$e_0, \kappa$ et $\nu$
Banerjee, Davis et Sribalaskandarajah (1992)	$K = \frac{1+e_0}{\kappa} p$ $G = G_0 \sqrt{p}$	$e_0, \kappa$ et $G_0$
Yogendrakumar, Bathurst et Finn (1992)	$K_t = K_b p_a \left( \frac{p}{p_a} \right)^n$ $G_t = \frac{G_{\max}}{\left[ 1 + \left( \frac{G_{\max}}{\tau_{\max}} \right)  \gamma  \right]^2}$	$K_b, n, G_{\max}$ et $\tau_{\max}$

### 1.4.3 Formulation de modèles hyperboliques

Deux familles de modèles hypoélastiques sont souvent utilisées dans le cadre de la mécanique des sols et des roches : (1) *les modèles hyperboliques* (Duncan et al., 1970, 1972, 1978 et 1980 ; Kondner, 1963 ; Kulhawy et al., 1969 ; Wong et Duncan 1974 ; Domaschuk et Wade, 1969 ; Hardin et Dernvich, 1972 ; Domaschuk et Valliappan, 1975 ; Yogendrakumar et al. 1992, etc.). (2) *les modèles des modules variables* (Nelson, 1970 ; Baron et al. 1971 ; Nelson et Baron, 1971 ; Naylor, 1975 ; etc.).

Pour l'analyse du comportement non-linéaire des sols, certains modèles sont mathématiquement basés sur une représentation de la relation contrainte-déformation à partir d'une courbe hyperbolique ou parabolique (Kondner, 1963 ; Hansen, 1963). On examine, dans cette étude, deux modèles hyperboliques : (1) le modèle de Duncan et Chang (1970), basé sur une formulation utilisant le module d'Young tangent  $E_t$  et le coefficient de Poisson tangent  $\nu_t$  ; (2) le modèle modifié de Hardin et Drnevich (1972), utilisant le module de cisaillement tangent  $G_t$  et le module volumique tangent  $K_t$ .

#### 1.4.3.1 Modèle de Duncan et Chang (1970)

Kondner (1963) a proposé, à partir de résultats d'essais à l'appareil triaxial, la relation hyperbolique représentée dans la figure 1.3(a) pour décrire le comportement des sols. Cette loi s'exprime sous la forme :

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon_a}{\frac{1}{E_i} + \frac{\varepsilon_a}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}}} \quad (1-45)$$

où  $E_i$  est le module d'Young tangent initial,  $\varepsilon_a$  la déformation axiale, et  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$  est la valeur asymptotique de contrainte déviatorique  $(\sigma_1 - \sigma_3)$ . La figure 1.3(b) décrit la méthode de détermination de ces deux paramètres à partir de l'essai triaxial. Par la suite, Duncan et Chang (1970) ont complété cette loi hyperbolique en y introduisant le module tangent initial proposé par Janbu (1963) :

$$E_i = K_h p_a \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (1-46)$$

où  $K_h$  et  $n$  sont des paramètres obtenus à partir de résultats d'essai, et  $p_a$  est la pression atmosphérique. Ces paramètres peuvent être déterminés à l'aide de la méthode décrite sur la figure 1.4. Par ailleurs, Duncan et Chang (1970) ont proposé une expression du module tangent liée aux caractéristiques du critère de Mohr-Coulomb :

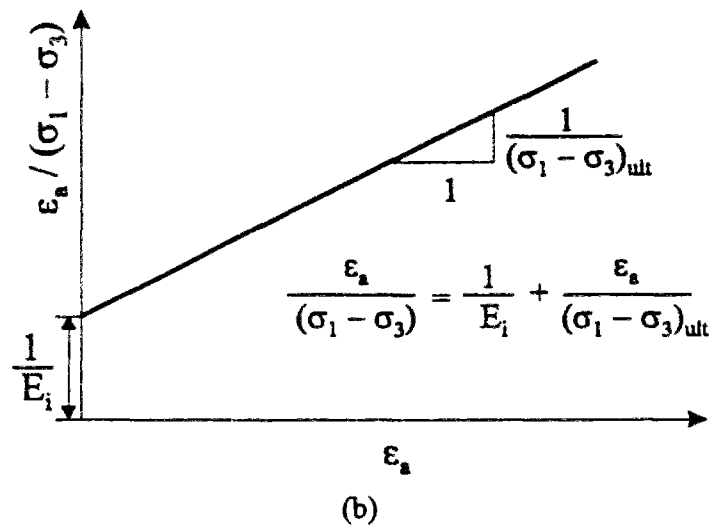
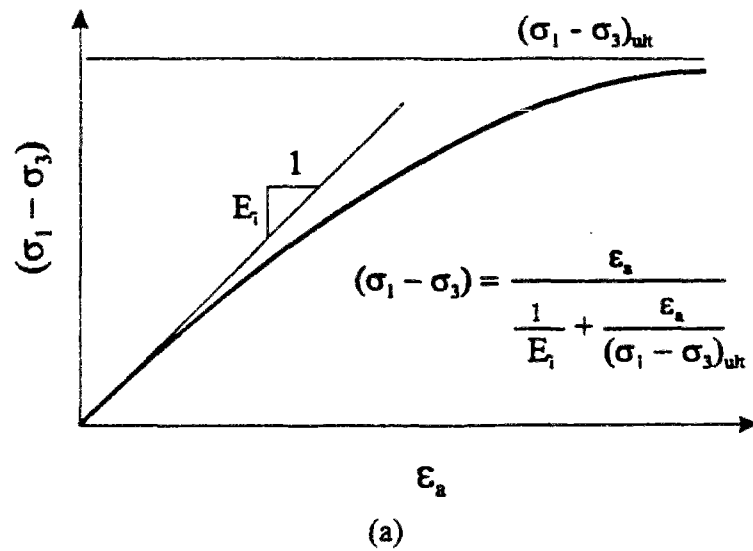


Figure 1.3 Représentation de la loi hyperbolique (Duncan et Chang, 1970).

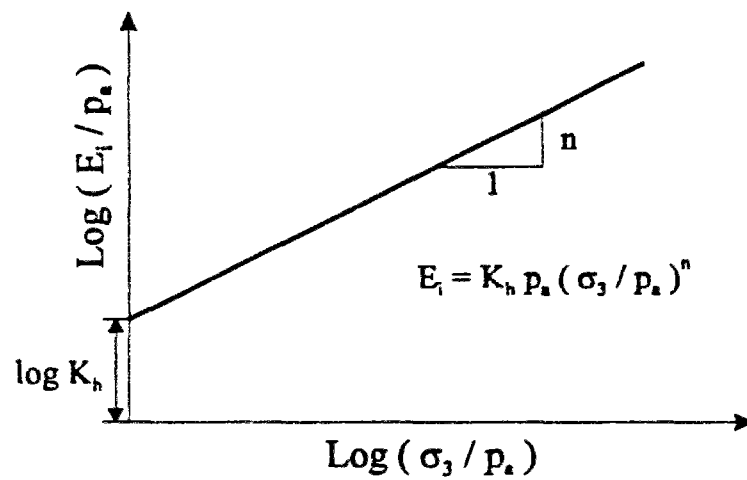


Figure 1.4 Relation entre module d'Young tangent initial  $E_i$  et contrainte principale mineure  $\sigma_3$  (Janbu, 1963).

$$E_t = \left[ 1 - \frac{R_f (1 - \sin \phi) (\sigma_1 - \sigma_3)}{2(c \cos \phi + \sigma_3 \sin \phi)} \right]^2 K_b p_a \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (1-47)$$

où  $c$  et  $\phi$  représentent respectivement la cohésion et l'angle de frottement du sol, et  $R_f$  est le rapport entre la contrainte maximale asymptotique  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$  et la contrainte de rupture  $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ .

Quant au coefficient de Poisson tangent  $v_t$ , une forme hyperbolique a été également proposée par Kulhawy et Duncan (1972). Le paramètre peut être déduit de la relation entre déformation axiale et déformation radiale illustrée sur les figure 1.5(a) et 1.5(b). De plus, ils ont supposé que le coefficient de Poisson initial  $v_i$  était fonction de la contrainte principale mineure  $\sigma_3$  (figure 1.5c). Ceci conduit à l'expression suivante du coefficient de Poisson tangent  $v_t$  :

$$v_t = \left[ G^* - F^* \log \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right) \right] \left[ 1 - \frac{d \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)}{K_b p_a \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \left[ 1 - \frac{R_f (\sigma_1 - \sigma_3) (1 - \sin \phi)}{2(c \cdot \cos \phi + \sigma_3 \sin \phi)} \right]} \right]^{-2} \quad (1-48)$$

où  $d$ ,  $G^*$  et  $F^*$  sont des paramètres déduits de la relation illustrée sur la figure 1.5(c). Une autre expression du coefficient de Poisson  $v$  et du module volumique  $K$  a été proposée par Duncan et al (1980) :

$$v = \frac{3K - E}{6K} \quad \text{avec} \quad K = K_b p_a \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)^m \quad (1-49)$$

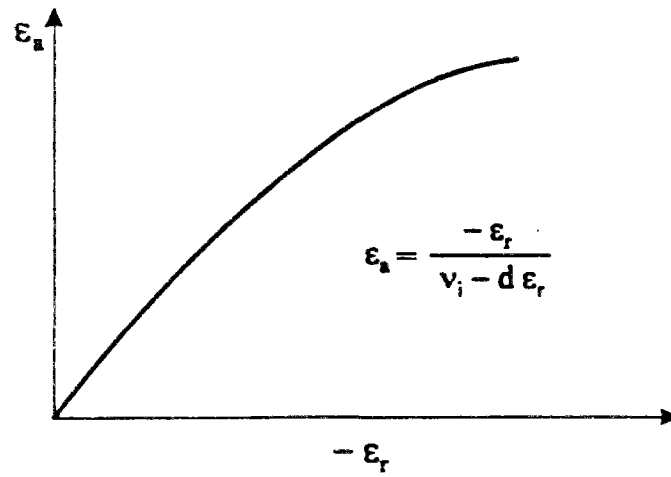
où  $K_b$  et  $m$  sont des scalaires.

La relation incrémentale contrainte-déformation correspondant à ce modèle est donnée par l'expression matricielle suivante :

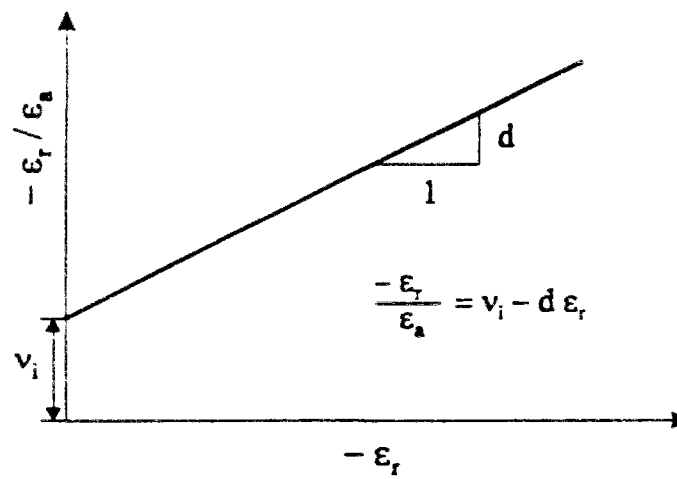
$$\begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_3 \\ d\sigma_{13} \end{Bmatrix} = \frac{E_t}{(1 + v_t)(1 - v_t)} \begin{bmatrix} (1 - v_t) & v_t & 0 \\ v_t & (1 - v_t) & 0 \\ 0 & 0 & (1 - 2v_t) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_3 \\ d\varepsilon_{13} \end{Bmatrix} \quad (1-50)$$

Le modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970) nécessite la détermination de neuf paramètres :  $c$ ,  $\phi$ ,  $R_f$ ,  $k_h$ ,  $n$ ,  $p_a$ ,  $G^*$ ,  $F^*$  et  $d$ . Ce modèle est principalement caractérisé par sa non-linéarité et plus particulièrement la dépendance du module volumique par rapport à la contrainte principale mineure (Wong et Duncan, 1974).

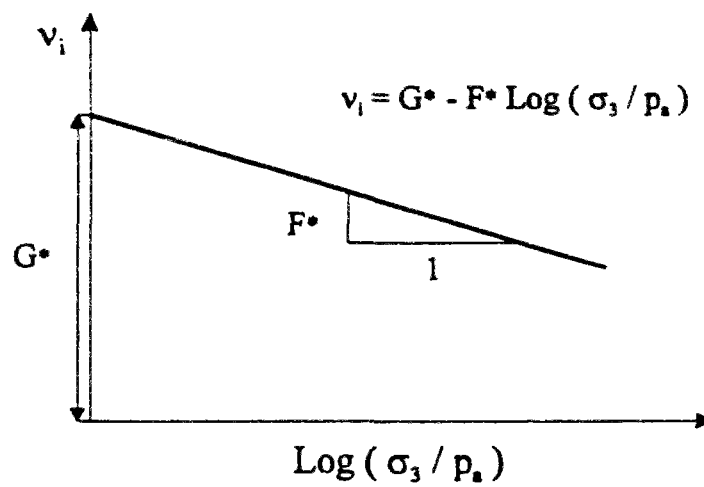




(a)



(b)



(c)

Figure 1.5 (a) et (b) Relation entre déformation axiale  $\varepsilon_a$  et déformation radiale  $\varepsilon_r$ ,  
(c) Relation entre le coefficient de Poisson initial  $v_i$  et la contrainte principale mineure  $\sigma_3$  (Kulhawy et Duncan, 1972).

#### 1.4.3.2 Modèle modifié de Hardin et Drnevich

En se basant sur le modèle hyperbolique proposé par Kondner (1963), Hardin et Drnevich (1972) ont établi une loi reliant la contrainte de cisaillement  $\tau$  et la déformation de cisaillement  $\gamma$ . Ce modèle est illustré sur la figure 1.6(a). Il est défini par la relation :

$$\tau = \frac{\gamma}{\frac{1}{G_{\max}} + \frac{\gamma}{\tau_{\max}}} \quad (1-51)$$

où  $G_{\max}$  est le module de cisaillement initial ou maximum et  $\tau_{\max}$  représente la contrainte de cisaillement maximale (figure 1.6a). Les valeurs de  $G_{\max}$  et  $\tau_{\max}$  peuvent être obtenues à partir de la même transformation que pour le modèle de Duncan et Chang (1970), décrite sur la figure 1.3(b).

Hardin et Black (1968 ; 1969) ont proposé une relation donnant le module de cisaillement maximal  $G_{\max}$  comme fonction de l'indice des vides  $e$ , du degré de préconsolidation OCR (ou  $R_{oc}$ ), et de la contrainte moyenne effective  $\sigma_0$  :

$$G_{\max} = 3230 \frac{(2.973 - e)^2}{(1 + e)} (\text{OCR})^k (\sigma_0)^{1/2} \quad (1-52)$$

Dans cette expression,  $G_{\max}$  est donné en kPa, et  $k$  est un paramètre dépendant de l'indice de plasticité  $I_p$  du sol. Par ailleurs, Finn et al. (1977) ont proposé les expressions suivantes de  $G_{\max}$  et  $\tau_{\max}$ , pour un sol formé de couches horizontales :

$$G_{\max} = 38760 \frac{(2.973 - e)^2}{(1 + e)} \sqrt{\frac{1 + 2K_0}{3}} (\sigma_v) \quad (1-53a)$$

$$\tau_{\max} = \left[ \left( \frac{1 + K_0}{2} \sin \phi \right)^2 - \left( \frac{1 - K_0}{2} \right)^2 \right]^{1/2} (\sigma_v) \quad (1-53b)$$

où  $K_0$  est le coefficient de pression des terres au repos, et  $\sigma_v$  est la contrainte verticale en place.

Hardin et Drnevich (1972) ont également proposé une expression pour le module de cisaillement sécant  $G_s$  :

$$G_s = \frac{G_{\max}}{1 + \gamma_h} \quad (1-54a)$$

avec

$$\gamma_h = \frac{\gamma}{\gamma_r} \left[ 1 + a \exp \left( -b \frac{\gamma}{\gamma_r} \right) \right] \quad (1-54b)$$

et

$$\gamma_r = \frac{\tau_{\max}}{G_{\max}} \quad (1-54c)$$

où  $a$  et  $b$  sont des paramètres déduits de résultats d'essais, et  $\gamma_r$  une déformation de référence. La figure 1.6(b) montre que l'expression (1-54a) traduit une décroissance du module de cisaillement par rapport à la déformation de cisaillement.

Des variantes de ce modèle ont été proposées pour le module de cisaillement (sécant ou tangent) par Prevost et Keane (1990), Yogendrakuma et al. (1992), Neven et Mladen (1993).

Pour la variante de Yogendrakumar et al. (1992), le module de cisaillement  $G$  et le module volumique  $K$  correspondent aux modules élastiques tangents, à savoir  $G_t$  et  $K_t$ . Ces modules sont donnés par les équations suivantes :

$$K_t = K_b p_a \left( \frac{p}{p_a} \right)^m \quad (1-55a)$$

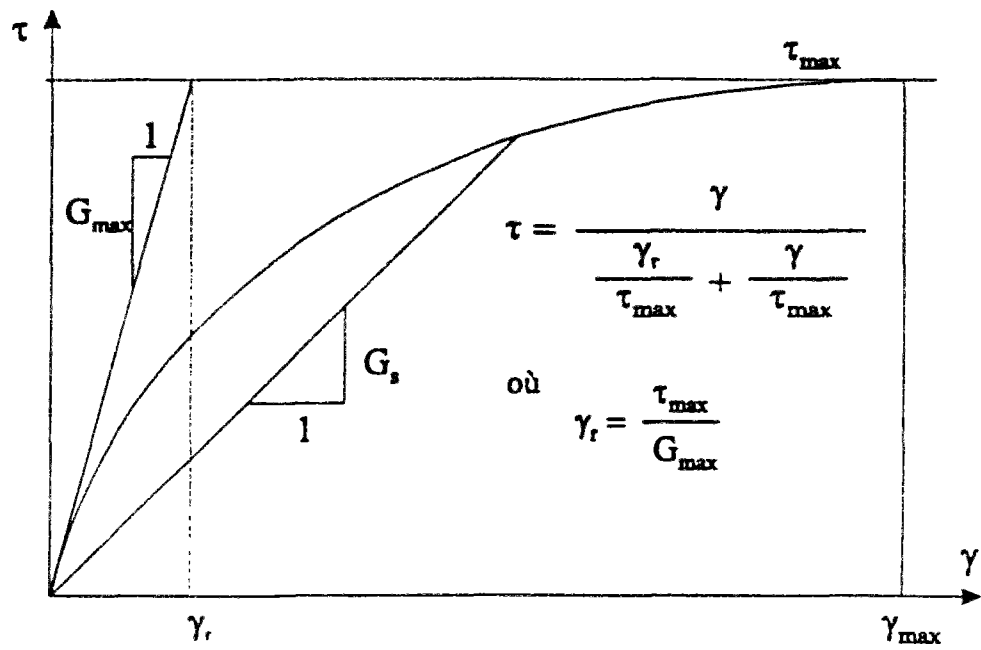
et

$$G_t = \frac{G_{\max}}{\left[ 1 + \left( \frac{G_{\max}}{\tau_{\max}} \right) |\gamma| \right]^s} \quad (1-55b)$$

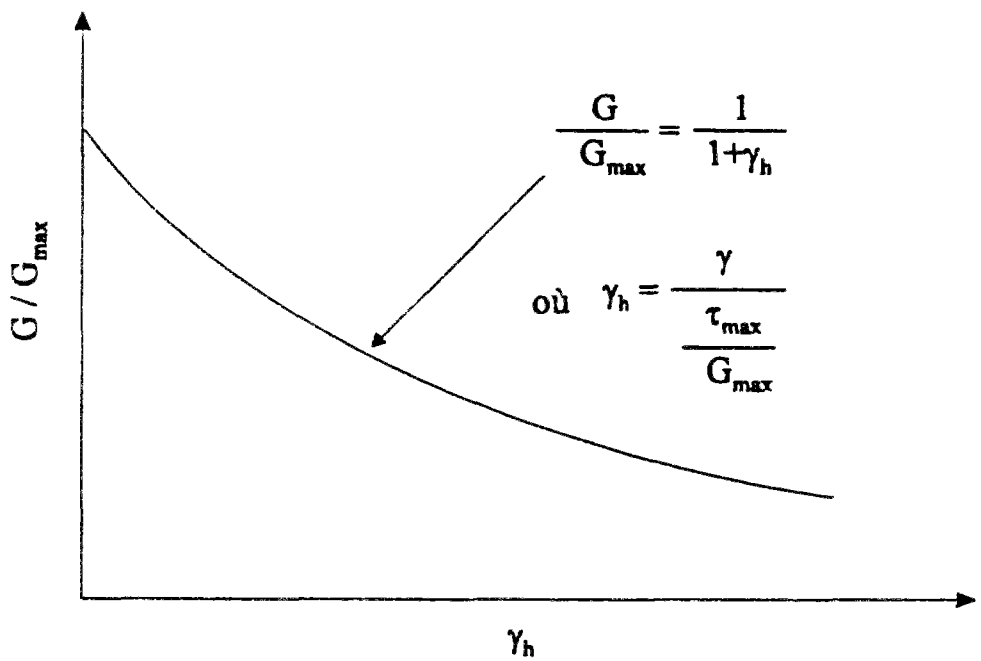
la relation contrainte-déformation peut se mettre sous la forme

$$\tau = \frac{\tau_{\max}}{\left[ 1 + s \left( \frac{G_{\max}}{\tau_{\max}} \right) |\gamma| \right]^s} \quad (1-56)$$

où  $K_h$ ,  $n$  et  $s$  sont des scalaires :  $s = 1$ , correspond au modèle de Hardin et Drnevich (1972) ;  $s = 2$  correspond au modèle de Yogendrakumar et al. (1992). Cette nouvelle relation contrainte-déformation porte le nom de *modèle hyperbolique modifié de Hardin et Drnevich (1972)*.



(a)



(b)

Figure 1.6 (a) Représentation de la relation hyperbolique entre contrainte et déformation déviatoriques (b) Relation entre module de cisaillement et déformation déviatorique (Hardin et Drnevich, 1972).

## 1.5 Formulation des lois de comportement élastoplastiques

La non-linéarité de comportement peut aussi être introduite à partir de modèles élastoplastiques. Après une description générale des modèles élastoplastiques et notamment des notions de surface de charge, de règle d'écrouissage et de règle d'écoulement, nous analysons les modèles élastoplastiques parfaits, puis les modèles élastoplastiques avec écrouissage.

Dans ce dernier cas, nous nous sommes plus particulièrement intéressés aux modèles de l'Ecole de Cambridge, c'est-à-dire au modèle Cam-Clay (Roscoe et Schofield, 1963) et au modèle Cam-Clay modifié (Roscoe et Burland, 1968).

### 1.5.1 Comportement élastoplastique

Les modèles élastoplastiques sont basés sur trois notions fondamentales : (1) surface de charge, (2) règle d'écrouissage, et (3) règle d'écoulement.

#### 1.5.1.1 Notion de surface de charge

La surface de charge divise l'espace des contraintes en deux parties : l'intérieur de la surface de charge correspond à des états de déformations réversibles (élastiques) ; à l'extérieur de la surface de charge, les déformations se composent d'une partie réversible (élastique) et d'une partie irréversible (plastique). La frontière entre ces deux domaines est caractérisée par une fonction scalaire  $f$  de la contrainte  $\sigma_{ij}$ , appelée fonction de charge :

$$f(\sigma_{ij}) < 0 \quad (\text{intérieur du domaine}) \quad (1-57a)$$

$$f(\sigma_{ij}) = 0 \quad (\text{frontière du domaine}) \quad (1-57b)$$

$$f(\sigma_{ij}) > 0 \quad (\text{extérieur du domaine}) \quad (1-57c)$$

Lorsque le point représentatif de l'état des contraintes atteint la surface de charge  $f = 0$  deux cas de comportement élastoplastique sont possibles : (a) la surface  $f$  n'évolue pas (modèle élastoplastique parfait) et (b) la surface  $f$  évolue au cours du chargement (modèle élastoplastique avec écrouissage).

### 1.5.1.2 Notion de règle d'écrouissage

Pour le matériau écrouissable, le domaine d'élasticité actuel dépend de l'état d'écrouissage (i.e. de l'état de chargement du matériau). La frontière du domaine élastique se met alors sous la forme

$$f(\sigma_{ij}, h) = 0 \quad (1-58)$$

où  $h$  est un paramètre d'écrouissage ; en général, il peut être une fonction scalaire de la déformation plastique. Par exemple, le modèle Cam-Clay utilise la déformation volumique plastique comme paramètre d'écrouissage (Roscoe et Burland, 1968, Schofield et Wroth, 1968)

En général, on peut distinguer trois catégories de lois d'écrouissage : (1) écrouissage isotrope, (2) écrouissage cinématique et (3) écrouissage mixte. Dans notre étude, seul le premier type d'écrouissage sera considéré

### 1.5.1.3 Notion de règle d'écoulement

La théorie de la plasticité suppose que l'incrément de déformation totale se décompose en un incrément de déformation élastique et un incrément de déformation plastique

Le chargement se traduit sur les relations suivantes :

$$f(\sigma_{ij}, h) = 0 \quad (1-59a)$$

$$df(\sigma_{ij}, h) = 0 \quad (1-59b)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} > 0 \quad (1-59c)$$

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad (1-59d)$$

et le déchargement par les relations :

$$f(\sigma_{ij}, h) = 0 \quad (1-59e)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} < 0 \quad (1-59f)$$

L'incrément de déformation plastique est caractérisé par sa direction et son amplitude. La direction de l'incrément de déformation plastique est perpendiculaire à la surface définissant le potentiel plastique  $g(\sigma_{ij}) = 0$  ; cette normalité est caractérisée par un vecteur  $m_{ij}$  :

$$m_{ij} = \frac{\frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}}{\left( \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \right)^{1/2}} \quad (1-60)$$

L'incrément de déformation plastique est donc donné par une constante scalaire  $d\lambda$  multipliant ce vecteur normal  $m_{ij}$  (Drucker, 1959) :

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda m_{ij} \quad , \quad d\lambda > 0 \quad (1-61)$$

Pour l'amplitude d'incrément de déformation plastique, un vecteur unitaire  $n_{ij}$  normal à la surface de charge  $f(\sigma_{ij}) = 0$  est donné par la forme suivante :

$$n_{ij} = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}}{\left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} \right)^{1/2}} \quad (1-62)$$

et le module plastique  $H$ , caractérisé à partir de la relation :

$$H d\lambda = n_{ij} d\sigma_{ij} \quad (1-63)$$

Avec ces notations, l'incrément de déformation plastique peut se mettre sous la forme :

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{1}{H} n_{ij} m_{rs} d\sigma_{rs} = \frac{1}{H} \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}}{\left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} \right)^{1/2}} \frac{\frac{\partial g}{\partial \sigma_{rs}}}{\left( \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \right)^{1/2}} d\sigma_{rs} \quad (1-64)$$

La loi est dite associée lorsque  $f$  et  $g$  sont confondues. On a alors :

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{1}{H} \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}}{\left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} \right)^{1/2}} \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{rs}}}{\left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} \right)^{1/2}} d\sigma_{rs} \quad (1-65)$$

### 1.5.2 Modèles élastoplastiques parfaits

Les modèles élastoplastiques parfaits sont définis à partir de la donnée d'un critère de rupture caractérisant les propriétés de résistance du sol ou de la roche. Dans cette présentation, nous avons classé ces modèles à partir du nombre de paramètres utilisés ; leurs caractéristiques sont résumées dans le tableau 1.4.

#### 1.5.2.1 Modèles à un paramètre

Ces modèles se sont développés à partir de la définition de quatre critères de rupture : Tresca, Von Mises, Lade et Duncan (1975) et Matsuoka et Nakai (1974).

##### (1) Critère de Tresca :

Ce critère (figure 1.7) a été à l'origine établi pour décrire les conditions de rupture des métaux. La fonction de rupture  $f$  est mathématiquement donnée par la relation

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \max \left[ \frac{1}{2} |\sigma_1 - \sigma_2|, \frac{1}{2} |\sigma_2 - \sigma_3|, \frac{1}{2} |\sigma_3 - \sigma_1| \right] - k = 0 \quad (1-66)$$

où  $k$  représente une constante correspondant à la contrainte maximale de cisaillement à la rupture (par exemple, pour les sols cohérents, ce paramètre correspond à la cohésion non drainée  $c_u$ ).

##### (2) Critère de Von Mises :

Le critère de Von Mises (figure 1.8) traduit un mode de rupture correspondant à une valeur limite de la contrainte de cisaillement octaédrique,  $\tau_{oct}$ . Mathématiquement, la fonction de rupture peut être exprimée comme

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \tau_{oct} - \sqrt{\frac{2}{3}} k = 0 \quad (1-67)$$

##### (3) Critère de Lade et Duncan (1975) :

A l'aide des résultats expérimentaux de l'essai triaxial, Lade et Duncan (1973 ; 1975) ont proposé un critère à un paramètre de rupture pour les sols non cohérents (figure 1.9). La surface de rupture dans ce modèle est exprimée à partir des premier et troisième invariants des contraintes  $I_1$  et  $I_3$  :



$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \frac{I_1^3}{I_3} - k = 0 \quad (1-68)$$

où  $k$  est une constante dont la valeur peut être rattachée à la densité du sol (i.e. l'indice des vides initial).

**(4) Matsuoka et Nakai (1974) :**

Un autre critère de rupture (figure 1.10) adapté aux sols non cohérents a été proposé par Matsuoka et Nakai (1974). Ce critère s'exprime par rapport aux premier, deuxième et troisième invariants  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$  :

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \frac{I_1 I_2}{I_3} - k = 0 \quad (1-69)$$

où  $k$  étant une constante qui peut être déduite de résultats expérimentaux.

### 1.5.2.2 Modèles à deux paramètres

Quatre critères utilisant deux paramètres sont couramment utilisés pour les sols et les roches : Il s'agit des critères de Mohr-Coulomb, Drucker-Prager, Lade (1977), Hoek et Brown (1980).

**(1) Mohr-Coulomb :**

Ce modèle (figure 1.11) correspond à la forme la plus simple de l'enveloppe de rupture, c'est-à-dire à une ligne droite (figure 1.11a). Il est caractérisé par la relation :

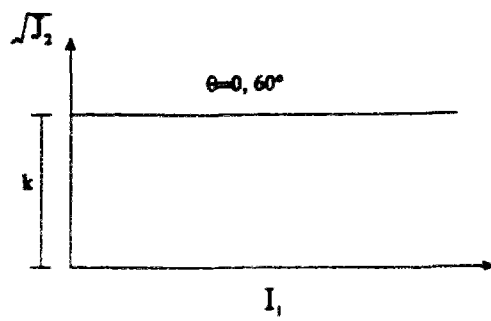
$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_1 - \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \sigma_3 - \frac{2c \cdot \cos \phi}{1 - \sin \phi} = 0 \quad (1-70)$$

où  $c$  représente la cohésion et  $\phi$  l'angle de frottement interne du matériau.

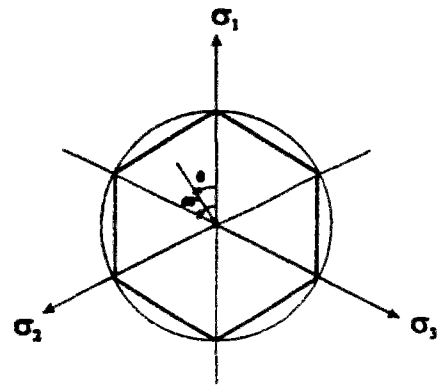
**(2) Drucker-Prager (1952) :**

Le critère de Drucker-Prager (1952) constitue en réalité une généralisation du critère de Von Mises (figure 1.12). Il s'exprime à partir des invariants de contrainte  $I_1$  et  $J_2$  ( $\theta =$  Constante) :

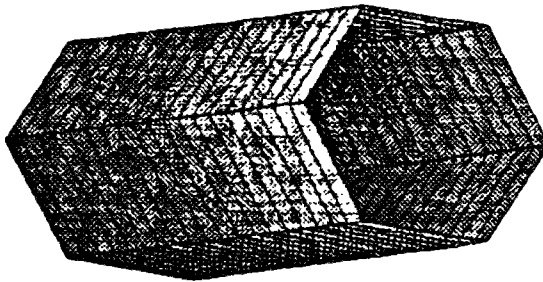
$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sqrt{J_2} - \alpha I_1 - k = 0 \quad (1-71)$$



(a)



(b)



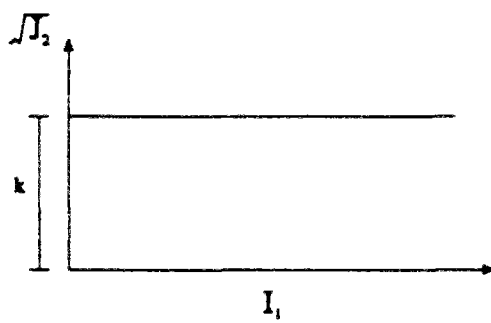
(c)

Figure 1.7 Critère de Tresca

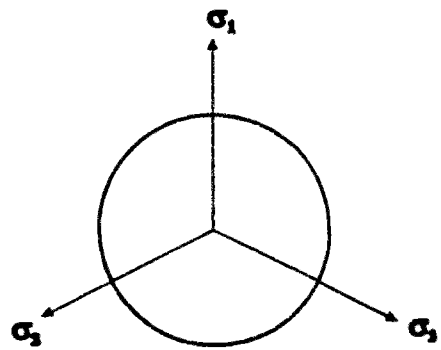
(a) représentation dans le plan  $I_1 - \sqrt{J_2}$

(b) plan déviatorique

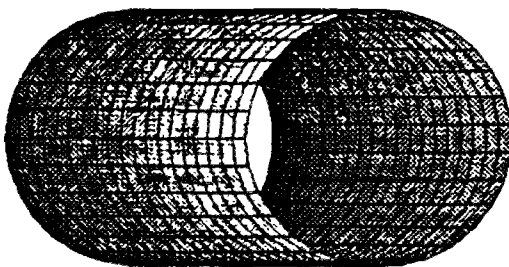
(c) représentation dans l'espace des contraintes principales.



(a)



(b)



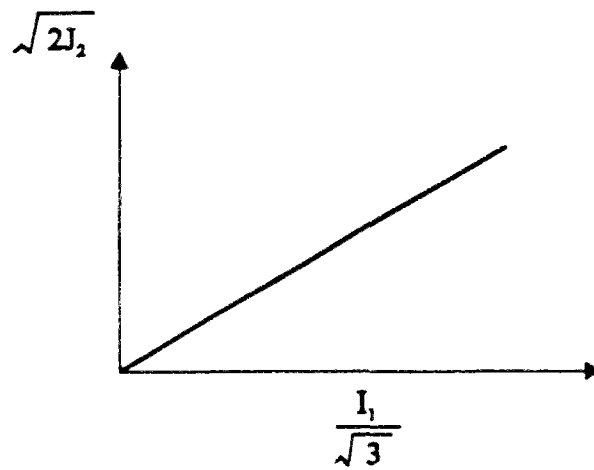
(c)

Figure 1.8 Critère de Von Mises

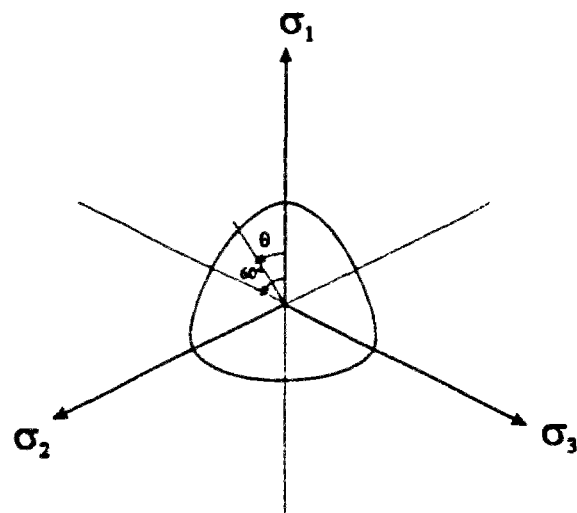
(a) représentation dans le plan  $I_1 - \sqrt{J_2}$

(b) plan déviatorique

(c) représentation dans l'espace des contraintes principales.



(a)



(b)

Figure 1.9 Critère de Lade et Duncan (1973 ; 1975) (a) représentation dans le plan  $I_1 - \sqrt{J_2}$  (b) plan déviatorique.

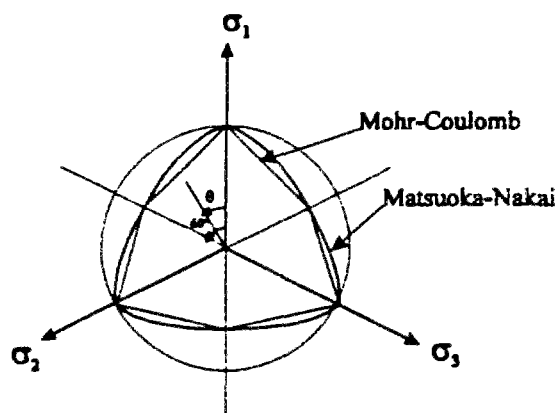


Figure 1.10 Critère de Matsuoka et Nakai (1974) dans le plan déviatorique.

où  $\alpha$  et  $k$  sont deux paramètres positifs qui peuvent être déterminés à partir de résultats d'essais. On peut établir des correspondances entre les paramètres du critère hexagonal de Mohr-Coulomb et ceux du critère de Drucker-Prager. Par exemple, lorsque  $\theta = 0^\circ$  (compression), on a

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad \text{et} \quad k = \frac{6 \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad (1-72a)$$

et pour  $\theta = 60^\circ$  (extension),

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 + \sin \phi)} \quad \text{et} \quad k = \frac{6 \cos \phi}{\sqrt{3}(3 + \sin \phi)} \quad (1-72b)$$

### (3) Lade (1977) :

Les résultats d'essais réalisés sur des sols non cohérents montrent que l'enveloppe de rupture est souvent courbe. Autrement dit, l'angle de frottement  $\phi$  décroît lorsque la pression hydrostatique augmente. Lade (1977) a modifié le modèle à un paramètre donné par l'équation (1-76) afin de tenir compte de cette particularité de la courbe de rupture (figure 1.13). Le modèle à deux paramètres qu'il en a déduit peut s'exprimer sous la forme suivante, qui dépend des premier et troisième invariants des contraintes,  $I_1$  et  $I_3$  :

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \left( \frac{I_1^3}{I_3} - 27 \right) \left( \frac{I_1}{p_a} \right)^m - k = 0 \quad (1-73)$$

où  $m$  et  $k$  sont deux constantes adimensionnelles et  $p_a$  correspond à la pression atmosphérique.

### (4) Hoek et Brown (1980) :

Le modèle à deux paramètres de Hoek et Brown (1980) a été établi de manière empirique à partir de résultats d'essais effectués sur des roches. L'enveloppe de rupture est non-linéaire (figure 1.14) et se met sous la forme suivante :

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_1 - \sigma_3 - \sqrt{m \sigma_c \sigma_3 + s \sigma_c^2} = 0 \quad (1-74)$$

où  $m$  et  $s$  sont deux constantes, qui dépendent des propriétés de la roche et  $\sigma_c$  la résistance en compression simple de la roche.

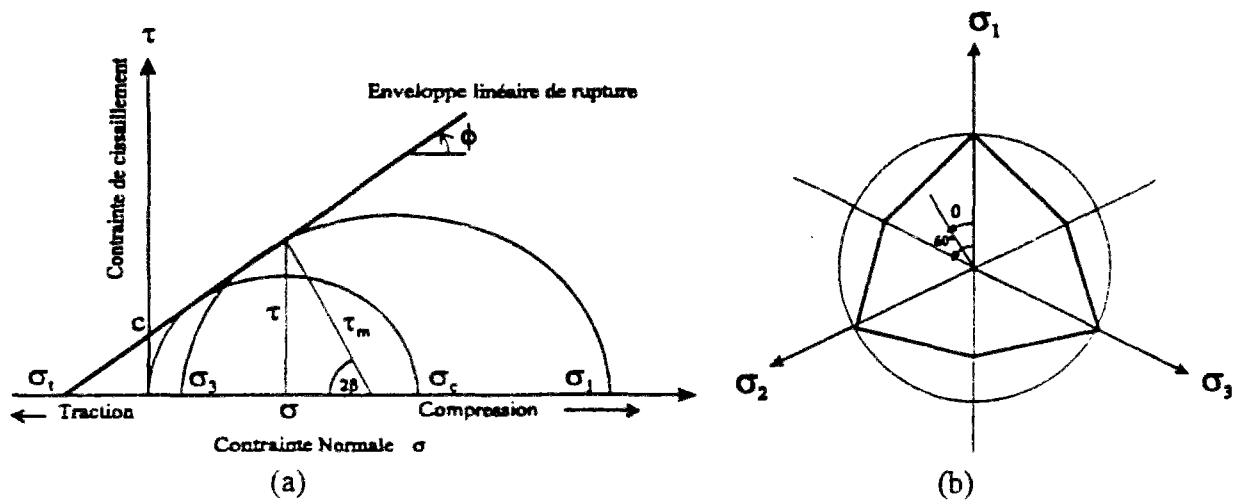
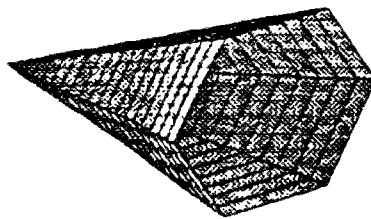


Figure 1.11 Critère de Mohr-Coulomb

- (a) représentation dans le plan  $\tau$ - $\sigma$
- (b) plan déviatorique
- (c) représentation dans l'espace des contraintes principales



(c)

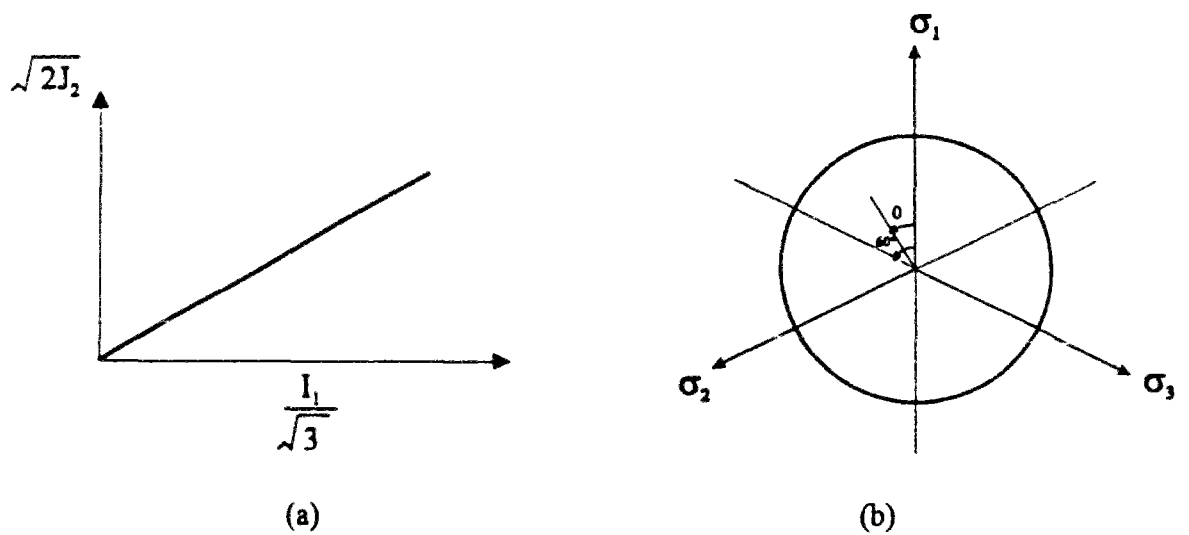
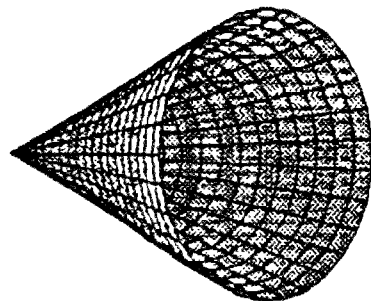


Figure 1.12 Critère de Drucker-Prager (1952)

- (a) représentation dans le plan  $I_1/\sqrt{3}$  -  $\sqrt{2}J_2$
- (b) plan déviatorique
- (c) représentation dans l'espace des contraintes principales



(c)

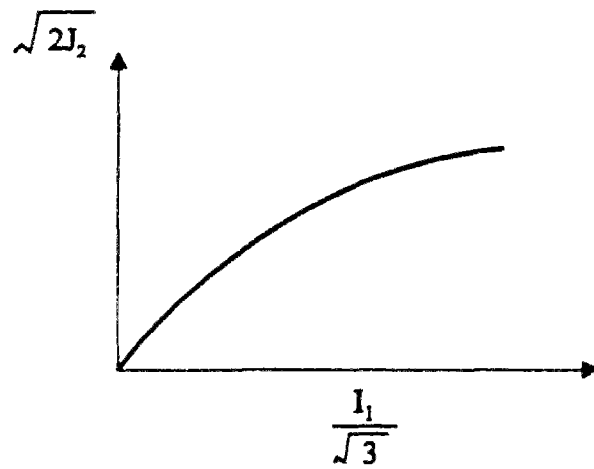


Figure 1.13 Critère de Lade (1977) dans le plan  $\frac{I_1}{\sqrt{3}} - \sqrt{2J_2}$ .

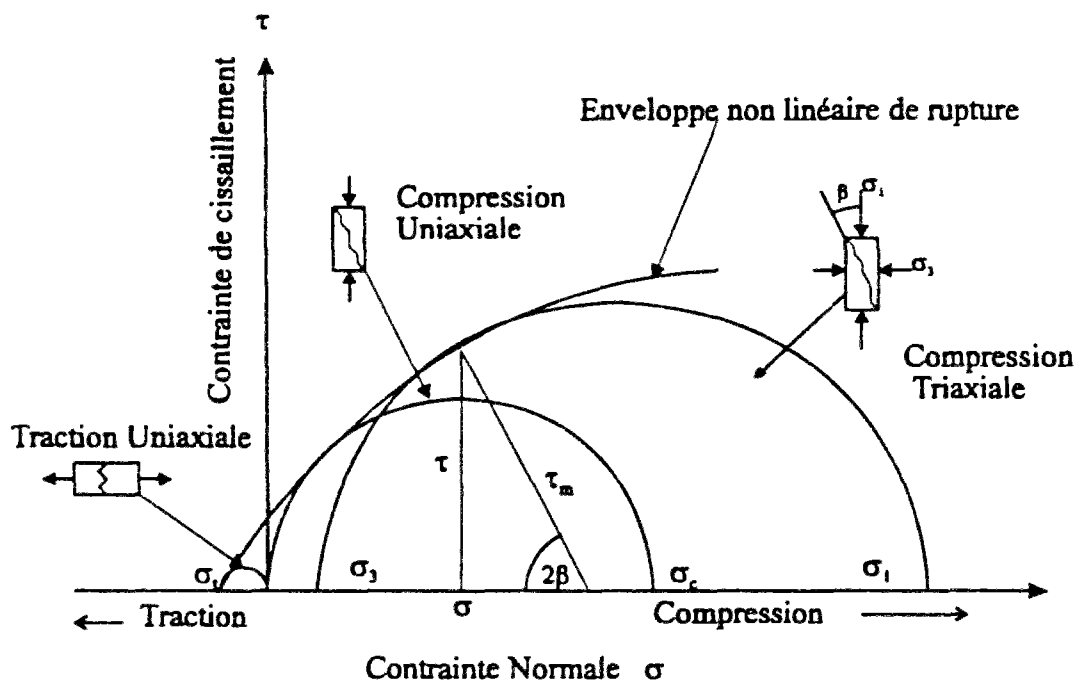


Figure 1.14 Enveloppe de rupture de Hoek et Brown (1980).

Tableau 1.4 Critères de plasticité

Critères à un paramètre		
Modèles	Equation du critère	Paramètre
Tresca	$\sqrt{J_2} \sin(\theta + \frac{\pi}{3}) - k = 0$	k
Von Mises	$J_2 - k^2 = 0$	k
Lade et Duncan (1973 ; 1975)	$\frac{I_1^3}{I_3} - k = 0$	k
Matsuoka et Nakai (1974)	$\frac{I_1 I_2}{I_3} - k = 0$	k
Matsuoka, Hoshikawa et Ueno (1990)	$\sqrt{\frac{I_1 I_2 - 9 I_3}{9 I_3}} - k = 0$	k
Critères à deux paramètres		
Modèles	Equation du critère	Paramètres
Mohr-Coulomb	$I_1 \sin \phi + \sqrt{J_2} \cos \theta - \frac{\sqrt{J_2}}{3} \sin \phi \sin \theta - c \cos \phi = 0$	c et $\phi$
Drucker-Prager (1952)	$\sqrt{J_2} - \alpha I_1 - k = 0$	$\alpha$ et k
Lade (1977 ; 1978 ; 1982 ; 1984), Lade et Kim (1988)	$\left( \frac{I_1^3}{I_3} - 27 \right) \left( \frac{I_1}{p_a} \right)^m - \eta_1 = 0$	m et $\eta_1$
Hoek et Brown (1980)	$\sigma_1 - \sigma_3 - \sqrt{m \sigma_3 \sigma_c + s \sigma_c^2} = 0$	m et s
Desai et Siriwardane (1984)	$J_2 - \alpha I_1 - \beta I_1 I_3^{1/3} - k^2 = 0$	$\alpha$ et $\beta$

Note :  $\theta = -\frac{1}{3}(\sin)^{-1} \left( \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \right)$  et  $-\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}$  (Nayak et Zienkiewicz, 1972)

### 1.5.3 Modèles élastoplastiques avec écrouissage (modèles Cam-Clay)

Les modèles élastoplastiques avec écrouissage sont largement utilisés depuis une vingtaine d'années pour la modélisation du comportement des sols et des roches (Desai et Siriwardane, 1984). Dans notre étude, nous nous sommes intéressés au comportement élastoplastique avec écrouissage positif, et plus particulièrement au modèle Cam-Clay (Roscoe et Schofield, 1963) et au modèle Cam-Clay modifié (Roscoe et Burland, 1968). Les caractéristiques des modèles Cam-Clay sont rappelées ci-dessous, tout d'abord, le concept d'état critique, puis les relations contraintes-déformations en élasticité et élastoplasticité.

La formulation de ces modèles est basée sur les conditions de l'essai triaxial conventionnel, ce qui conduit à introduire les paramètres suivants :

$$\text{Contrainte moyenne : } p = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3} = \frac{I_1}{3} \quad (1-75a)$$

$$\text{Contrainte déviatorique : } q = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{3J_2} \quad (1-75b)$$

$$\text{Déformation volumique : } d\epsilon_v = d\epsilon_1 + 2d\epsilon_3 \quad (1-75c)$$

$$\text{Déformation déviatorique : } d\epsilon_d = \frac{2}{3}(d\epsilon_1 - d\epsilon_3) \quad (1-75d)$$

#### 1.5.3.1 Concept d'état critique

Le modèle Cam-Clay (Roscoe et Schofield, 1963) et le modèle Cam-Clay modifié (Roscoe et Burland, 1968) ont été développés pour décrire le comportement élastoplastique des argiles. Ils reposent notamment sur le principe que la réponse de l'argile au cisaillement atteint un état où la déformation déviatorique plastique peut augmenter indéfiniment à déformation volumique constante. Cette condition porte le nom d'*état critique*, et peut être exprimée par la relation

$$\frac{\partial p}{\partial \epsilon_d} = \frac{\partial q}{\partial \epsilon_d} = \frac{\partial \epsilon_v}{\partial \epsilon_d} = 0 \quad (1-76)$$

L'état critique correspond à une valeur particulière,  $\eta_{cs}$ , du taux de contrainte  $\eta = q / p$  ; il peut être représenté dans le plan p-q par une droite de pente M :

$$M = \eta_{cs} = \frac{q_{cs}}{p_{cs}} \quad (1-77)$$



Cette droite porte le nom de courbe d'état critique (C.E.C.) ; elle est représentée sur la figure 1.15(a) pour le modèle Cam-Clay et sur la figure 1.16(a) pour le modèle Cam-Clay modifié ; sur ces figures sont également représentées les surfaces de charge. L'allure tridimensionnelle des surfaces de charge dans l'espace des contraintes principales est donnée sur les figures 1.15(c) et 1.16(c). Les projections des surfaces de charge dans le plan déviatorique sont identiques pour les deux modèles (figures 1.15b et 1.16b).

La surface de charge du modèle Cam-Clay est représentée dans les axes (p, q, e) sur la figure 1.17(a). On distingue une courbe d'état critique (AB) et une courbe de chargement pour un état normalement consolidé (GH) ; les surfaces (ABHG) et (ABDC) portent respectivement le nom de surface charge de Roscoe et surface de charge de Hvorslev .

Les paramètres de ces modèles peuvent être obtenus à partir d'essais de cisaillement et de consolidation. La figure 1.17(b) donne la représentation d'un essai de consolidation, en diagramme  $\ln(p)$ -e ; l'équation du chemin de consolidation s'écrit :

$$e = e_{\lambda} - \lambda \ln p \quad (1-78a)$$

et l'équation du chemin de déchargement-rechargement élastique (état surconsolidé) :

$$e = e_{\kappa} - \kappa \ln p \quad (1-78b)$$

on peut aussi se donner l'équation de la courbe d'état critique :

$$e = e_f - \lambda \ln p \quad (1-78c)$$

dans ces relations,  $\lambda$  et  $\kappa$  représentent respectivement les pentes de la courbe de chargement pour un état normalement consolidé et de la courbe de déchargement-rechargement pour un état surconsolidé ;  $e_{\lambda}$ ,  $e_{\kappa}$  et  $e_f$  sont des indices des vides de référence, correspondant à  $p = 1$  kPa (figure 1.17b).

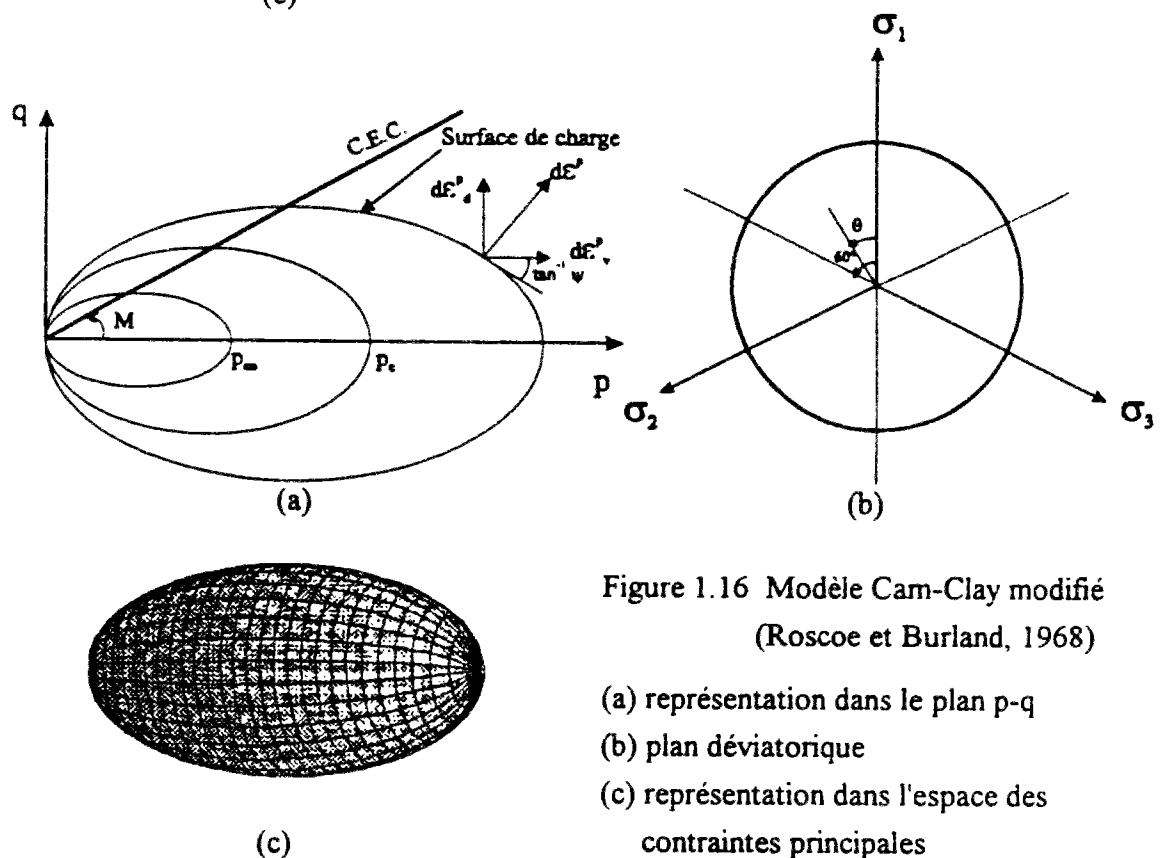
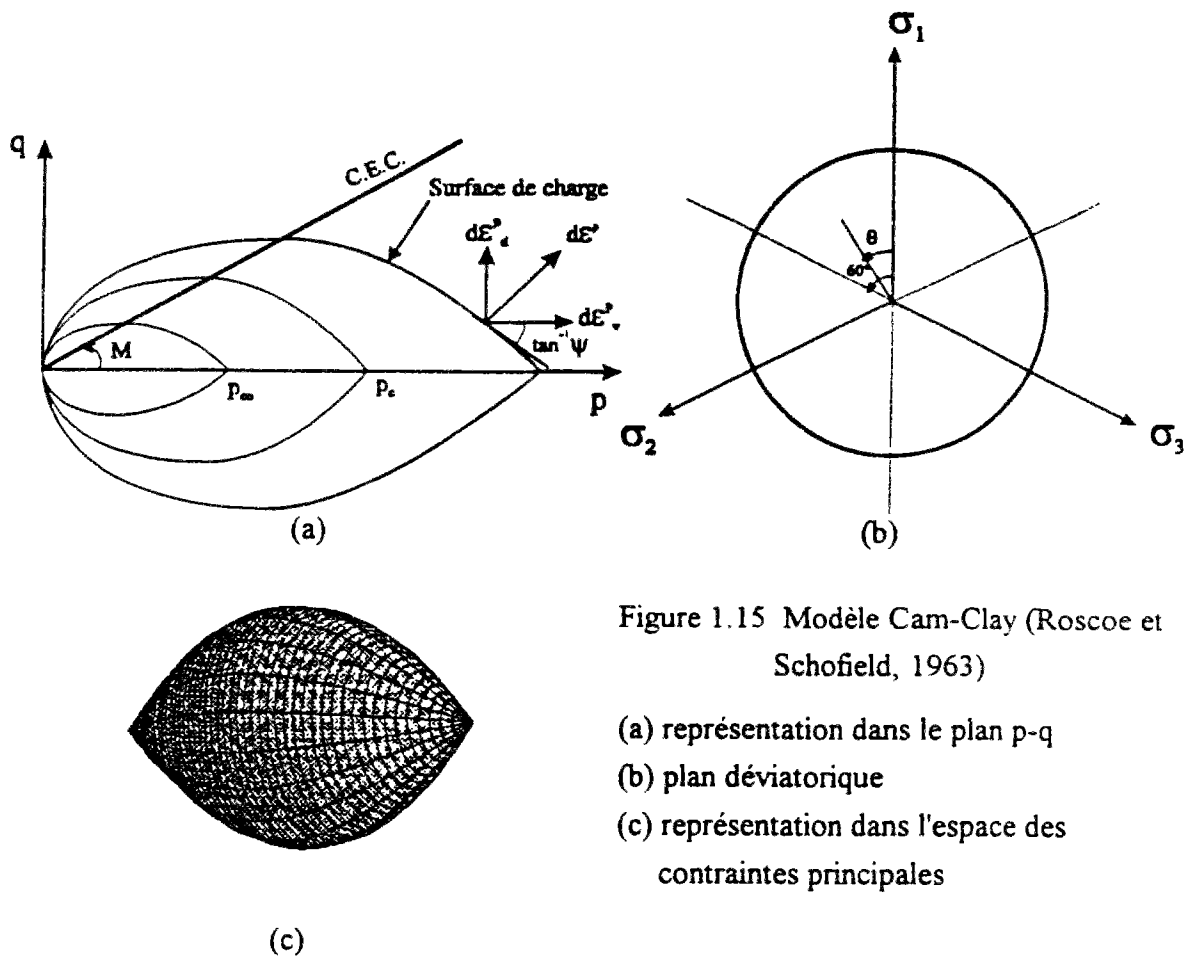
L'équation de la surface de Roscoe a été introduite par Schofield et Wroth (1968) :

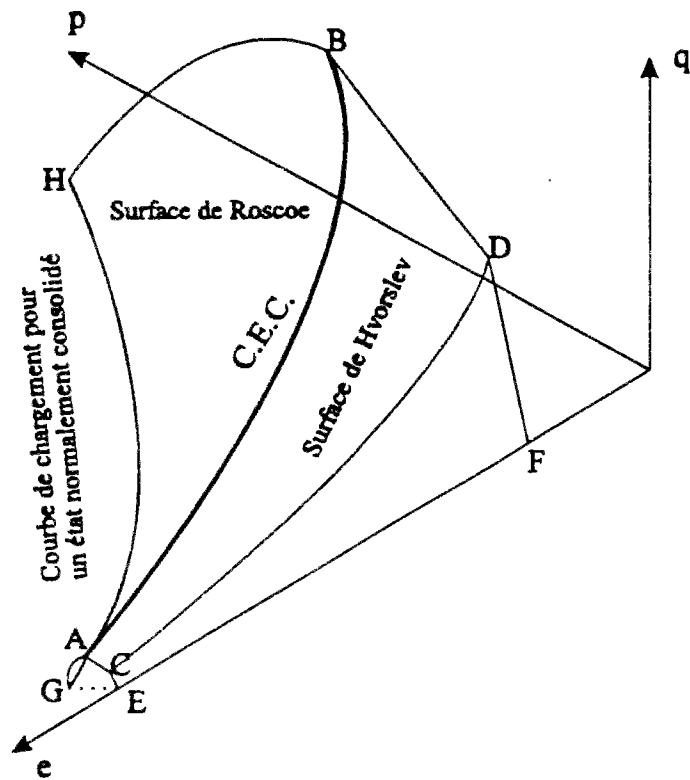
$$\frac{q}{Mp} + \left( \frac{\lambda}{\lambda - \kappa} \right) \ln p - \left( \frac{e_f - e}{\lambda - \kappa} \right) = 1 \quad (1-79)$$

L'expression de la surface de Hvorslev a été donnée par Atkinson et Bransby (1978) et Atkinson (1981) :

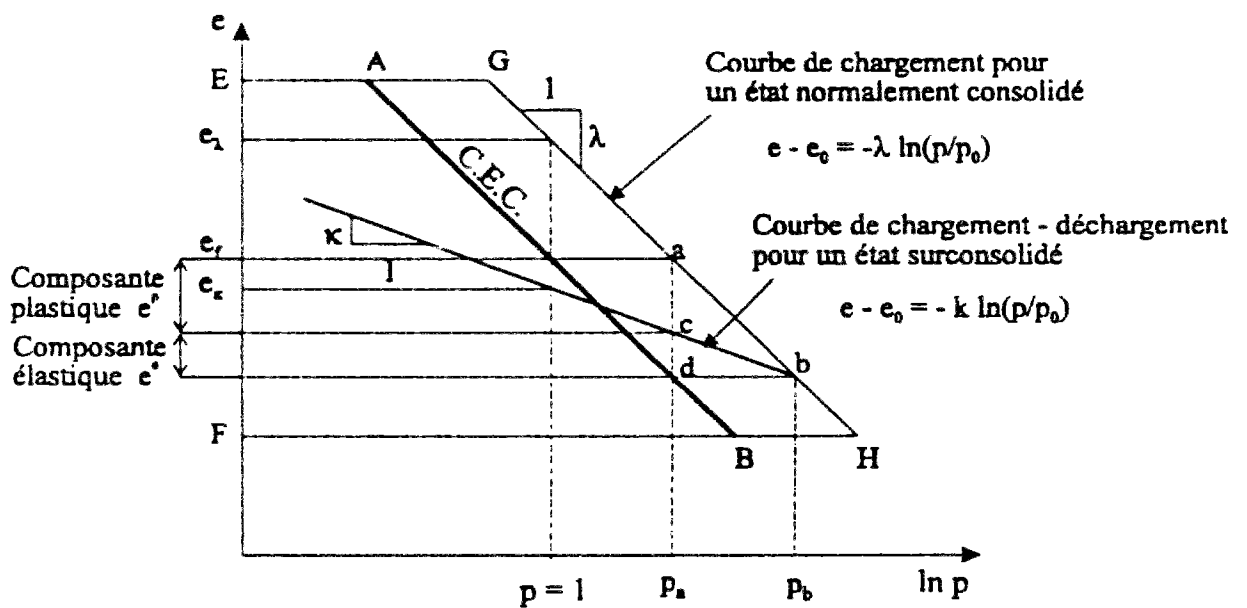
$$\frac{q}{H_v p} - \left( \frac{M - H_v}{H_v p} \right) \exp \left( \frac{e_f - e}{\lambda} \right) = 1 \quad (1-80)$$

Dans cette expression,  $H_v$  est une pente dans le plan p-q.





(a)



(b)

Figure 1.17 Description du modèle Cam-Clay (a) dans l'espace  $p$ - $q$ - $e$  (b) dans le plan  $\ln p$ - $e$ .

### 1.5.3.2 Relation contrainte-déformation élastique

Lorsque l'état actuel de contrainte se trouve à l'intérieur de la surface de charge, le comportement est purement élastique, et la relation contrainte-déformation élastique peut se mettre sous forme matricielle suivante :

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^e \\ d\varepsilon_d^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{K} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3G} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} \quad (1-81)$$

où  $d\varepsilon_v^e$  et  $d\varepsilon_d^e$  sont les incréments de déformation élastique volumique et déviatorique correspondant aux incréments de contrainte volumique  $dp$  et déviatorique  $dq$ .

Le module volumique  $K$  est déterminé à partir d'un essai triaxial isotrope ou oedométrique (la partie de déchargement-rechargement de la figure 1.7b) ; il est, par conséquent, fonction de la contrainte moyenne effective  $p$ . On a en effet :

$$d\varepsilon_v^e = \frac{\kappa}{1+e_0} \frac{dp}{p} \quad (1-82a)$$

ce qui implique :

$$K = \frac{1+e_0}{\kappa} p = \alpha_e p \quad \text{et} \quad \alpha_e = \frac{1+e_0}{\kappa} \quad (1-82b)$$

Dans ces conditions, le module volumique élastique est non-linéaire.

Le concept d'état critique suppose qu'il n'y a pas d'énergie récupérable associée à la déformation déviatorique élastique, par exemple  $d\varepsilon_d^e = 0$  ( $G = \infty$ ).

Toutefois, il existe, pour l'application numérique, deux variantes pour le choix du module de cisaillement  $G$  : (1)  $G = \text{Constante}$  et (2)  $G$  est exprimé en fonction de  $K$  et  $\nu$  ; dans ce dernier cas,  $G$  dépend de la contrainte moyenne effective  $p$  :

$$G = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} K = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \left( \frac{1+e_0}{\kappa} \right) p \quad (1-83)$$

Il faut noter que dans une simple utilisation pour le calcul numérique, ces relations ont été établies sans tenir compte des conditions de la loi de thermodynamique.

### 1.5.3.3 Relation contrainte-déformation élastoplastique

Les relations (1-78a) et (1-78b) conduisent à l'expression suivante de la déformation volumique plastique  $d\varepsilon_v^p$  pour un chemin élastoplastique :

$$d\varepsilon_v^p = d\varepsilon_v - d\varepsilon_v^e = \left( \frac{\lambda - \kappa}{1 + e} \right) \frac{dp}{p} \quad (1-84)$$

où  $d\varepsilon_v$ ,  $d\varepsilon_v^e$  et  $d\varepsilon_v^p$  sont les incréments de déformation volumique totale, élastique et plastique, respectivement. La loi d'écrouissage pour une surface de charge initiale passant par le point  $(p_{co}, 0)$  dans le plan  $p$ - $q$  est donnée par la relation :

$$p_c = p_{co} \exp(\alpha_p \varepsilon_v^p) \quad \text{avec} \quad \alpha_p = \frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} \quad (1-85)$$

où  $e_0$  représente l'indice des vides correspondant à la contrainte moyenne initiale  $p_{co}$  (figures 1.15a et 1.16a).

Quant à la déformation déviatorique, elle se réduit à la composante plastique, dans le cas où l'incrément de déformation déviatorique élastique est supposé nul ( $d\varepsilon_d^e = 0$ ) :

$$d\varepsilon_d = d\varepsilon_d^e + d\varepsilon_d^p = d\varepsilon_d^p \quad (1-86)$$

où  $d\varepsilon_d$ ,  $d\varepsilon_d^e$  et  $d\varepsilon_d^p$  désignent les incréments de déformation déviatorique totale, élastique et plastique, respectivement.

La loi d'écoulement est supposée associée ( $f = g$ ) ; par conséquent, l'évolution de la surface de charge est donnée par la condition de normalité [ $d\varepsilon_d^p(dq) + d\varepsilon_v^p(dp) = 0$ ], qui peut se mettre sous la forme :

$$\psi = \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} = - \frac{dq}{dp} \quad (1-87)$$

où  $\psi$  est un paramètre d'écoulement (ou un angle de dilatance). Ce paramètre peut être obtenu en considérant la dissipation d'énergie, associée à l'évolution de la surface de charge (Schofield & Wroth, 1968).

Différents modèles peuvent être construits à partir des hypothèses faites pour définir l'énergie de dissipation,  $dW$ . Pour le modèle Cam-Clay (Roscoe et Schofield, 1963), l'expression de l'énergie de dissipation est donnée par :

$$dW = Mp(d\varepsilon_d^p) \quad (1-88a)$$

et pour le modèle Cam-Clay modifié (Roscoe et Burland, 1968) par la relation :

$$dW = p\sqrt{(d\varepsilon_v^p)^2 + M^2(d\varepsilon_d^p)^2} \quad (1-88b)$$

Par ailleurs, l'énergie de dissipation  $dW$  se décompose sous la forme :

$$dW = p(d\varepsilon_v^p) + q(d\varepsilon_d^p) \quad (1-89)$$

ce qui permet de déterminer l'expression du paramètre d'écoulement  $\psi$ . On obtient, pour le modèle Cam-Clay :

$$\psi = \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} = M - \eta \quad (1-90a)$$

et pour le modèle Cam-Clay modifié :

$$\psi = \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta} \quad (1-90b)$$

Une fois la valeur de  $\psi$  déterminée, les surfaces de charge peuvent être exprimées à partir des équations suivantes :

- **Modèle Cam-Clay (Roscoe et Schofield, 1963) :**

$$f = q + Mp \ln\left(\frac{p}{p_c}\right) = 0 \quad (1-91a)$$

- **Modèle Cam-Clay modifié (Roscoe et Burland, 1968) :**

$$f = M^2(p^2 - pp_c) + q^2 = 0 \quad (1-91b)$$

Les surfaces de charge correspondantes sont schématisées sur les figures 1.15 et 1.16.

Les déformations volumique plastique et déviatorique plastique peuvent être déduites de la valeur  $\psi$ . Pour le modèle Cam-Clay, on obtient :

$$d\varepsilon_v^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e} \left( \frac{dp}{p} + \frac{d\eta}{M} \right) \quad (1-92a)$$

$$d\epsilon_d^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e} \left( \frac{dp}{p} + \frac{d\eta}{M} \right) \frac{1}{M - \eta} \quad (1-92b)$$

et pour le modèle Cam-Clay modifié :

$$d\epsilon_v^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e} \left( \frac{dp}{p} + \frac{2\eta d\eta}{M^2 + \eta^2} \right) \quad (1-93a)$$

$$d\epsilon_d^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e} \left( \frac{dp}{p} + \frac{2\eta d\eta}{M^2 + \eta^2} \right) \frac{2\eta}{M^2 - \eta^2} \quad (1-93b)$$

Pour un essai à l'appareil triaxial, les expressions générales des incréments de déformations élastoplastiques peuvent se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{Bmatrix} d\epsilon_v \\ d\epsilon_d \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{K} + \psi H_p & H_p \\ H_p & \frac{1}{3G} + \frac{H_p}{\psi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} \quad (1-94a)$$

avec pour le modèle Cam-Clay :

$$H_p = \frac{1}{\alpha_p p M} \quad \text{et} \quad \psi = M - \eta \quad (1-94b)$$

et pour le modèle Cam-Clay modifié :

$$H_p = \frac{2\eta}{\alpha_p p (M^2 + \eta^2)} \quad \text{et} \quad \psi = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta} \quad (1-94c)$$

$\alpha_p$  étant égal à :

$$\alpha_p = \frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} \quad (1-94d)$$

$H_p$  est le paramètre d'écrouissage ; il est fonction d'une forme de la surface de charge et de l'état de contrainte.

Les principales caractéristiques de la formulation du modèle Cam-Clay et du modèle Cam-Clay modifié sont rassemblées dans les tableaux 1.5 et 1.6.

Tableau 1.5 Modèle Cam-Clay (Roscoe et Schofield, 1963).

Paramètres du modèle	$e_0, \kappa, M, p_{\infty}$ et $\lambda$
Elasticité non-linéaire	$K = \alpha_e p$ avec $\alpha_e = \frac{1+e_0}{\kappa}$ et $G = \infty$
Surface de charge	$f = q + Mp \ln(\frac{p}{p_c}) = 0$
Potentiel plastique	$g = f$
Evolution de l'écouissage	$p_c = p_{\infty} \exp(\alpha_p \epsilon_v^p)$ avec $\alpha_p = \frac{1+e_0}{\lambda - \kappa}$
Paramètre d'écrouissage	$H_p = \frac{1}{\alpha_p p M}$
Module plastique	$H = \alpha_p p^2 (M^2 + \eta^2)(\eta - M)$
Règle d'écoulement	$\psi = \frac{d\epsilon_v^p}{d\epsilon_d^p} = M - \eta$
Dérivées partielles	$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{3}{2p\eta} s_{ij} + \frac{p}{3} (M^2 - \eta^2) \delta_{ij}$
Expression des incréments de déformations plastiques pour un essai triaxial	
$d\epsilon_v^p = \frac{[(M - \eta)dp + dq]}{\alpha_p p M}$	$d\epsilon_d^p = \frac{[(M - \eta)dp + dq]}{\alpha_p p M (M - \eta)}$
Pour le véritable modèle Cam-Clay, il est supposé que $d\epsilon_d^e = 0$ ( $G = \infty$ )	
$d\epsilon_v^e = \frac{1}{\alpha_e p} dp$	$d\epsilon_d^e = 0$



Tableau 1.6 Modèle Cam-Clay modifié (Roscoe et Burland, 1968).

Paramètres du modèle	$e_0, \kappa, M, p_{\infty}$ et $\lambda$
Elasticité non-linéaire	$K = \alpha_e p$ avec $\alpha_e = \frac{1+e_0}{\kappa}$ et $G = \infty$
Surface de charge	$f = M^2 p(p - p_c) + q^2 = 0$
Potentiel plastique	$g = f$
Evolution de l'érouissage	$p_c = p_{\infty} \exp(\alpha_p \epsilon_v^p)$ avec $\alpha_p = \frac{1+e_0}{\lambda - \kappa}$
Paramètre d'érouissage	$H_p = \frac{2\eta}{\alpha_p p (M^2 + \eta^2)}$
Module plastique	$H = \alpha_p p^3 (M^2 + \eta^2)(M^2 - \eta^2)$
Règle d'écoulement	$\psi = \frac{d\epsilon_v^p}{d\epsilon_d^p} = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta}$
Dérivées partielles	$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = 3s_{ij} + \frac{p}{3}(M^2 - \eta^2)\delta_{ij}$
Expression des incréments de déformations plastiques pour un essai triaxial	
$d\epsilon_v^p = \frac{[(M^2 - \eta^2)dp + 2\eta dq]}{\alpha_p p (M^2 + \eta^2)}$	$d\epsilon_d^p = \frac{2\eta[(M^2 - \eta^2)dp + 2\eta dq]}{\alpha_p p (M^2 - \eta^2)(M^2 + \eta^2)}$
Pour le véritable modèle Cam-Clay, il est supposé que $d\epsilon_d^e = 0$ ( $G = \infty$ )	
$d\epsilon_v^e = \frac{1}{\alpha_e p} dp$	$d\epsilon_d^e = 0$

## **PARTIE II**

### **MISE EN OEUVRE DES MODELES DE COMPORTEMENT NON-LINEAIRES**

#### **INTRODUCTION**

Cette partie concerne la formulation et la mise en oeuvre des lois de comportement non-linéaires. Elle est divisée en deux chapitres :

- ❑ le chapitre 2 décrit la formulation des modèles de comportement non-linéaires étudiés dans le cadre de cette thèse. Compte tenu de la nature du matériau considéré (marnes), on s'est plus particulièrement intéressé au modèle Cam-Clay et à différentes variantes de ce modèle, obtenues par modification de la partie élastique du comportement. Ceci nous a notamment conduit à considérer six hypothèses d'élasticité.
- ❑ le chapitre 3 est consacré à l'application des lois étudiées au chapitre 2. Dans un premier temps, les modèles retenus ont été introduits dans le logiciel LOIS-LCPC, qui a été développé au LCPC pour permettre l'intégration pas à pas des équations différentielles propres à chaque modèle pour un chargement correspondant à l'essai triaxial (ce logiciel est notamment destiné la validation des modèles et des paramètres choisis pour simuler le comportement des sols et des roches). Dans un deuxième temps, nous avons étudié la sensibilité des modèles aux paramètres qui les caractérisent.



## **Chapitre 2**

### **FORMULATION DES MODELES NON-LINEAIRES**

#### **2.1 Introduction**

Le présent chapitre décrit la formulation des modèles élastiques non-linéaires ; il s'agit notamment des modèles hyperélastiques, qui sont dérivés d'une fonction énergie potentielle et obéissent aux principes de la thermodynamique.

Ces lois de comportement élastique non-linéaires ont été en particulier étudiées pour construire différentes variantes du modèle Cam-Clay modifié (Roscoe et Burland, 1968).

Nous avons notamment considéré des lois élastiques non-linéaires obtenues à partir d'hypothèses sur le module de cisaillement  $G$ . Cinq hypothèses d'élasticité non-linéaire ont été considérées dont deux hypothèses H1 et H2 et trois hypothèses H3, H4 et H5 (type hyperélastique).

Le chapitre s'achève par une étude de la réponse de ces modèles à différents chemins de contraintes correspondant à la simulation d'essais particuliers : essai triaxial isotrope, essai de cisaillement simple, essai à contrainte déviatorique constante.

#### **2.2 Formulation des modèles hyperélastiques**

Le modèle Cam-Clay modifié (Roscoe et Burland, 1968) utilise une loi élastique basée sur la non-linéarité du module volumique (module fonction de la contrainte moyenne), le module de cisaillement étant supposé infini. Ce modèle peut être modifié pour tenir compte de différentes représentations de la non-linéarité dans la partie élastique.

Le présent paragraphe concerne la construction de lois de comportement élastiques non-linéaires compatibles avec les principes de la thermodynamique, i. e. des modèles hyperélastiques.

### 2.2.1 Construction d'une loi de comportement élastique non-linéaire

Les conditions nécessaires des équations (1-29) et (1-30), données dans la partie 1.4.1, peuvent se mettre sous la forme :

$$\varepsilon_v^e = \varepsilon_{kk}^e = \frac{\partial \Omega}{\partial p} \quad \text{et} \quad e_{ij}^e = \frac{\partial \Omega}{\partial s_{ij}} \quad (2-1)$$

$$\frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial s_{ij}} \right) = \frac{\partial}{\partial s_{ij}} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial p} \right) \quad (2-2a)$$

ou

$$\frac{\partial e_{ij}^e}{\partial p} = \frac{\partial \varepsilon_{kk}^e}{\partial s_{ij}} \quad (2-2b)$$

Dans ces conditions, les modules élastiques K et G peuvent être exprimés comme fonctions de p et  $s_{ij}$  :

$$K = K(p, s_{ij}) \quad \text{et} \quad G = G(p, s_{ij}) \quad (2-3)$$

Ceci signifie, en particulier, que le module de cisaillement G dépend de la contrainte moyenne effective p et que le module volumique K dépend de la contrainte déviatorique  $s_{ij}$ . Ceci revient à rejeter des formulations où si K est seulement fonction de la contrainte moyenne p, pour lesquels le module de cisaillement G ne peut pas être une fonction de contrainte moyenne p dans un chemin de contrainte fermé (Boyce, 1980 ; Loret, 1985).

En élastique isotrope linéaire, la déformation peut se mettre sous la forme :

$$\varepsilon_{ij}^e = \frac{1}{3} \varepsilon_v^e \delta_{ij} + e_{ij}^e = \frac{1}{3K} p \delta_{ij} + \frac{1}{2G} s_{ij} \quad (2-4)$$

Nous pouvons construire une loi élastique non-linéaire, respectant les conditions nécessaires de l'hyperélasticité, en exprimant la déformation volumique élastique qui peut considérer un terme d'influence de contrainte déviatorique, sous la forme suivante :

$$\varepsilon_v^e = \frac{\kappa}{1 + e_0} \ln\left(\frac{p}{p_{co}}\right) + F(s_{ij}s_{ij}) \quad (2-5)$$

la déformation déviatorique élastique étant exprimée comme

$$e_{ij}^e = \frac{s_{ij}}{2G(p, s_{ij})} \quad (2-6)$$

La fonction  $F(s_{ij}s_{ij})$  peut être obtenue lorsque la déformation déviatorique  $e_{ij}$  est donnée par l'équation (2-1). L'équation (2-2) conduit à

$$\frac{\partial e_{ij}^e}{\partial p} = -\frac{s_{ij}}{2G^2} \frac{\partial G}{\partial p} = -\frac{s_{ij}}{2G^2} \beta_p \quad (2-7)$$

avec  $\beta_p = \frac{\partial G}{\partial p}$  et  $G = G(p, s_{ij})$ . On en déduit, par intégration, de l'équation (2-2b) par rapport à  $s_{ij}$ .

$$\int \frac{\partial e_v^e}{\partial s_{ij}} = \int \frac{\partial e_{ij}^e}{\partial p} = \int -\beta_p \frac{s_{ij}}{2G^2} \quad (2-8a)$$

c'est-à-dire

$$\int d\varepsilon_v^e = \int -\beta_p \frac{s_{ij}}{2G^2} ds_{ij} \quad (2-8b)$$

soit

$$(\varepsilon_v^e) - (\varepsilon_v^e)_0 = -\beta_p \frac{s_{ij}s_{ij}}{4G^2} \quad (2-8c)$$

avec

$$(\varepsilon_v^e)_0 = \frac{\kappa}{1+e_0} \ln\left(\frac{p}{p_{co}}\right) = \frac{1}{\alpha_e} \ln\left(\frac{p}{p_{co}}\right) \quad \text{et} \quad \alpha_e = \frac{1+e_0}{\kappa} \quad (2-8d)$$

Ce raisonnement a conduit Mroz et Noriss (1982) à proposer une décomposition de la déformation volumique élastique en une partie fonction de la contrainte moyenne effective et une partie fonction de la contrainte déviatorique :

$$\varepsilon_v^e = \frac{1}{\alpha_e} \ln\left(\frac{p}{p_{co}}\right) - \beta_p \frac{s_{ij}s_{ij}}{4G^2} \quad (2-9)$$

La fonction énergie complémentaire  $\Omega(\sigma_{ij})$  correspondante peut se mettre sous la forme :

$$\Omega(p, s_{ij}) = \frac{1}{\alpha_e} p \left[ \ln\left(\frac{p}{p_{co}}\right) - 1 \right] + \frac{s_{ij}s_{ij}}{4G} \quad (2-10)$$

L'équation (2-9) permet également de donner une expression de la contrainte moyenne effective  $p$

$$p = p_{co} \exp \left[ \alpha_e \left( \varepsilon_v^e + \beta_p \frac{s_{ij}s_{ij}}{4G^2} \right) \right] \quad (2-11a)$$

soit d'après (2-6)

$$p = p_{co} \exp \left[ \alpha_e \left( \varepsilon_v^e + \beta_p e_{ij}^e e_{ij}^e \right) \right] \quad (2-11b)$$

Si  $\beta_p = 0$ , c'est-à-dire s'il n'y pas de dépendance du module de cisaillement  $G$  par rapport à la contrainte moyenne  $p$ , on retrouve l'équation (2-8d) du modèle Cam-Clay modifié correspondant à  $K = \alpha_e p$  et  $G = \infty$ .

Dans le cas de l'essai triaxial, on a, dans l'espace des contraintes  $p$ - $q$ , les relations

$$s_{ij}s_{ij} = \frac{2}{3} q^2 \quad \text{et} \quad e_{ij}^e e_{ij}^e = \frac{3}{2} \varepsilon_d^e \quad (2-12)$$

et par conséquent :

$$\varepsilon_d^e = \frac{1}{3G(p,q)} q \quad (2-13)$$

En prenant la différentielle des équations (2-9) et (2-13), l'expression des increments de déformations élastiques se met donc sous forme matricielle suivante :

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^e \\ d\varepsilon_d^e \end{Bmatrix} = \frac{1}{3G} \begin{bmatrix} \frac{3G}{\alpha_e p} + \left( \frac{\beta_p q}{G} \right)^2 & - \left( \frac{\beta_p q}{G} \right) \left( 1 - \frac{\beta_q q}{G} \right) \\ - \left( \frac{\beta_p q}{G} \right) & \left( 1 - \frac{\beta_q q}{G} \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} \quad (2-14)$$

avec  $\beta_q = \frac{\partial G}{\partial q}$ . Dans le cas particulier où le module de cisaillement est seulement fonction de la contrainte moyenne effective  $p$  (c'est-à-dire,  $\beta_q = 0$  et  $G = G(p)$ ), la relation contrainte-déformation élastique s'écrit

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^e \\ d\varepsilon_d^e \end{Bmatrix} = \frac{1}{3G} \begin{bmatrix} \frac{3G}{\alpha_e p} + \left( \frac{\beta_p q}{G} \right)^2 & - \left( \frac{\beta_p q}{G} \right) \\ - \left( \frac{\beta_p q}{G} \right) & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} \quad (2-15a)$$

ou

$$\begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} = \alpha_e p \begin{bmatrix} 1 & \frac{\beta_p q}{G} \\ \frac{\beta_p q}{G} & \frac{3G}{\alpha_e p} + \left( \frac{\beta_p q}{G} \right)^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^e \\ d\varepsilon_d^e \end{Bmatrix} \quad (2-15b)$$

Ces expressions font apparaître un terme de dilatation due à la variation du module de cisaillement, lorsque  $\beta_p > 0$ . Autrement dit, une augmentation de la contrainte moyenne engendre une diminution de déformation déviatorique ; de même, une augmentation de la contrainte déviatorique entraîne une diminution de déformation volumique. Il convient de noter que la dépendance du module de cisaillement  $G$  par rapport à la contrainte moyenne revient à introduire un couplage isotrope-déviatorique de la déformation volumique élastique du matériau.

### 2.2.2 Choix des modules élastiques non-linéaires

L'équation (2-9) donne un exemple de loi de comportement élastique non-linéaire de type hyperélastique. Dans ce cas, le module volumique élastique  $K$  est seulement fonction de la contrainte moyenne effective  $p$ . Cependant, l'incrément de déformation volumique élastique  $d\varepsilon_v^e$  dépend non seulement de la contrainte moyenne effective  $p$ , mais également de la contrainte déviatorique  $s_{ij}$ . Pour l'essai triaxial, l'incrément de déformation volumique élastique peut se mettre sous la forme :

$$d\varepsilon_v^e = \left[ \frac{1}{\alpha_e p} + \frac{1}{3G} \left( \frac{\beta_p q}{G} \right)^2 \right] (dp) + \left( -\frac{\beta_p q}{3G^2} \right) (dq) \quad (2-16)$$

ce qui conduit à la définition d'un module volumique élastique apparent  $K_a$

$$K_a = \frac{\alpha_e p}{1 + \frac{\alpha_e p}{3G} \left( \frac{\beta_p q}{G} \right)^2 - \frac{\alpha_e p}{3G} \left( \frac{\beta_p q}{G} \right) \frac{dq}{dp}} \quad (2-17)$$

Si on suppose que le terme en  $\left( \frac{\beta_p q}{G} \right)^2$  est négligeable, et que le module de cisaillement  $G$  est du type  $G = \beta_p \cdot p$ , l'expression de  $K_a$  se ramène à

$$K_a = \frac{K}{1 - \frac{K_0}{6G_0} \left( \frac{q}{p} \right)^2} = K \cdot K^* \quad (2-18a)$$

avec

$$K^* = \frac{1}{1 - \frac{K_0}{6G_0} \left( \frac{q}{p} \right)^2} \quad (2-18b)$$



où  $K_0$  et  $G_0$  représentent le module volumique initial et le module de cisaillement initial. Le facteur  $K^*$  traduit l'influence de la contrainte déviatorique dans le module volumique élastique. Ce facteur s'apparente à celui proposé par Boyce (1980), Loret (1985), Cambou et Lanier (1988).

En ce qui concerne le module de cisaillement  $G$ , de nombreux auteurs (Hardin et Black, 1968 ; Richart et al., 1970 , Iwasaki et al., 1978) ont établi que ce module est généralement fonction des paramètres suivants :

$$G = G(p, e, e_{ij}, s_{ij}) \quad (2-19)$$

où  $p$  est la contrainte moyenne effective,  $e$  l'indice des vides,  $e_{ij}$  la déformation déviatorique et  $s_{ij}$  la contrainte déviatorique

Pour le comportement non-linéaire des modèles de type Cam-Clay, les propriétés élastiques sont souvent supposées isotropes, le module volumique étant pris égal à  $K = \frac{1+e_0}{\kappa} p$ , la déformation déviatorique étant supposée nulle,  $de_d^e = 0$  (ce qui correspond à  $G = \infty$ ). D'autres approches ont été toutefois développées, par exemple :

- Wroth et Houlsby (1980) ont proposé de choisir  $G = \text{Constante}$  ;
- Zytinski et al (1978), Atkinson (1981), Gens et Potts (1988), Borja (1990), et Wood (1990) ont proposé d'introduire un module de cisaillement  $G$  fonction de la contrainte moyenne effective  $p$  en posant  $G = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} K$ , le coefficient de Poisson  $\nu$  étant supposé constant

Cette dernière formulation n'est pas acceptable du point de vue thermodynamique, à l'exception des cas où le module volumique  $K$  dépend de la contrainte déviatorique (Houlsby, 1985)

Ces méthodes utilisées peuvent être conduites à l'énergie élastique non conservée, à savoir le comportement élastique ne peut pas être dérivé à partir d'une fonction potentielle. En effet, ce genre de problème est théoriquement inacceptable (Zytinski et al., 1978).

Notre étude nous a conduit à retenir cinq hypothèses d'élasticité non-linéaire dont deux hypothèses H1 et H2 et trois hypothèses H3, H4 et H5 (type hyperélastique).

Ces hypothèses portent sur l'expression du module de cisaillement  $G$ , le module volumique élastique correspondant à celui du modèle Cam-Clay modifié ( $K = \alpha_e p$  et  $\alpha_e = \frac{1+e_0}{\kappa}$ ). Les cinq hypothèses retenues sont :

**H1** :  $G = \text{Constante}$  ;

**H2** : relation linéaire entre les modules élastiques  $K$  et  $G$  :  $G = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \alpha_e p$   
avec  $\nu = \text{Constante}$  ;

**H3** : relation linéaire entre  $G$  et  $p$  :  $G = \frac{G_0}{p_0} p$   
avec  $G_0 = \text{module de cisaillement initial}$  et  $p_0 = \text{contrainte moyenne initiale}$  ;

**H4** :  $G = G_n \left( \frac{p}{p_{\infty}} \right) \left[ 1 + C \cdot \ln \left( \frac{p_{\infty}}{p} \right) \right]$   
où  $G_n$  représente le module de cisaillement dans l'état normalement consolidé et  $C$  une constante (hypothèse proposée par Wroth, 1971) ;

**H5** : relation non-linéaire entre  $G$  et  $p$  :  $G = G_h p_a \left( \frac{p}{p_a} \right)^n$

où  $G_h$  et  $n$  sont deux constantes scalaires.

Il faut noter que les hypothèses H1 et H2 sont souvent utilisés dans les applications et ne respectent pas les principes de la thermodynamique, alors que les hypothèses H3, H4 et H5 correspondent à des modèles hyperélastiques.

Les caractéristiques des modèles considérés sont récapitulées dans le tableau 2.1.

Table 2.1 Caractéristiques des modèles élastiques considérés

Hypothèses	Modules élastiques	Paramètres
Elasticité linéaire	$K = \text{Constante}$ et $G = \text{Constante}$ (ou $E = \text{Constante}$ et $\nu = \text{Constante}$ )	$K$ et $G$ ou $E$ et $\nu$
H1	$K = \frac{1+e_0}{\kappa} p$ et $G = \text{Constante}$	$e_0$ , $\kappa$ et $G$
H2	$K = \frac{1+e_0}{\kappa} p$ et $G = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} K$ où $\nu = \text{constant}$	$e_0$ , $\kappa$ , et $\nu$
H3	$K = \frac{1+e_0}{\kappa} p$ et $G = \frac{G_0}{p_0} p$	$e_0$ , $\kappa$ , $G_0$ et $p_0$
H4	$K = \frac{1+e_0}{\kappa} p$ et $G = G_n \left( \frac{p}{p_{\infty}} \right) \left[ 1 + C \cdot \ln \left( \frac{p_{\infty}}{p} \right) \right]$	$e_0$ , $\kappa$ , $G_n$ , $C$ et $p_{\infty}$
H5	$K = \frac{1+e_0}{\kappa} p$ et $G = G_h p_a \left( \frac{p}{p_a} \right)^n$	$e_0$ , $\kappa$ , $G_h$ et $n$

## 2.3 Application à la simulation d'essais particuliers à l'appareil triaxial

Dans cette partie, nous examinons les réponses des modèles élastiques non-linéaires proposés pour trois chemins de contrainte particuliers correspondant à des essais à l'appareil triaxial : (a) essai de compression isotrope, (b) essai à contrainte moyenne constante, et (c) essai à contrainte déviatorique constante (figure 2.1).

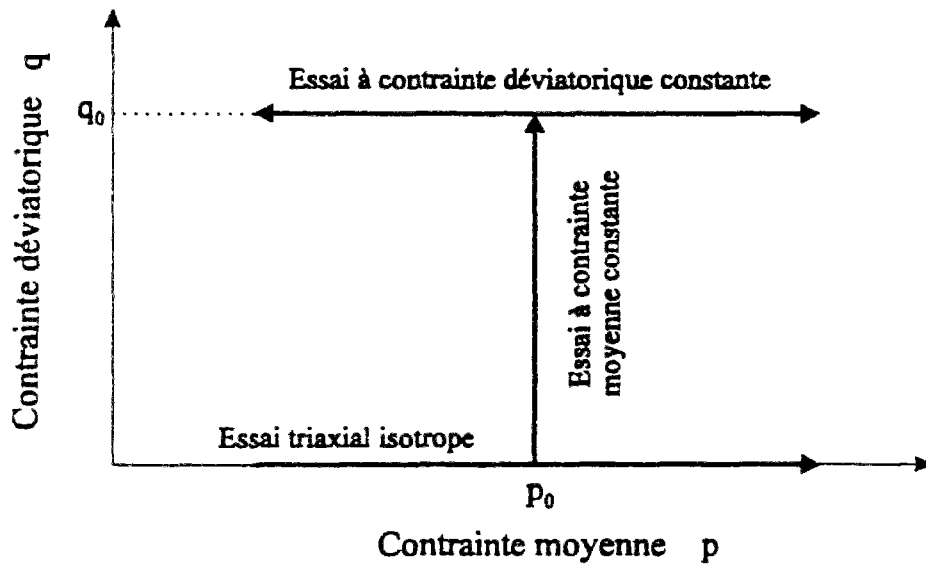


Figure 2.1 Chemins de chargement considérés dans le plan de contraintes p-q.

(a) *Essai de compression isotrope ( $q = 0$ ) :*

Il est évident que, dans ce cas, le module de cisaillement ne joue pas de rôle dans la modélisation. La relation contrainte-déformation s'écrit donc ;

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^e \\ d\varepsilon_d^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha_e p} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3G} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2-20a)$$

soit

$$p = p_{co} \exp(\alpha_e \varepsilon_v^e) \quad (2-20b)$$

**(b) Essai à contrainte moyenne constante (  $dp = 0$  ) :**

Cet essai peut être obtenu à l'appareil triaxial en augmentant la contrainte verticale et en diminuant simultanément la contrainte radiale, de manière à maintenir la contrainte moyenne constante  $p = p_0$ . On a alors les déformations élastiques suivantes :

$$d\varepsilon_v^e = -\frac{\beta_p q}{3G^2}(dq) \quad (2-21a)$$

et

$$d\varepsilon_d^e = \frac{1}{3G}(dq) \quad (2-21b)$$

La variation de la déformation volumique élastique  $d\varepsilon_v^e$  est nulle pour les hypothèses H1 et H2. En revanche, les hypothèses H3, H4 et H5 conduisent, pour ce type d'essai, à une *dilatation*.

L'incrément de dilatation volumique élastique correspondant à chacune des hypothèses est donné dans le tableau 2.2.

**(c) Essai à contrainte déviatorique constante (  $dq = 0$  ) :**

Dans cet essai, les contraintes verticale et radiale doivent être ajustées de manière à maintenir la contrainte déviatorique constante,  $q = q_0$ . Les incréments de déformations volumique et déviatorique se mettent donc sous la forme :

$$d\varepsilon_v^e = \left[ \frac{1}{\alpha_e p} + \frac{1}{3G} \left( \frac{\beta_p q_0}{G} \right)^2 \right] (dp) \quad (2-22a)$$

et

$$d\varepsilon_d^e = \left[ -\frac{\beta_p q_0}{3G^2} \right] (dp) \quad (2-22b)$$

Par intégration des relations ci-dessus, les expressions des déformations élastiques volumique et déviatorique correspondant à chaque hypothèse sont données dans le tableau 2.3. On peut remarquer l'existence d'une déformation déviatorique élastique non nulle.

Tableau 2.2 Variation de la dilatation pour l'essai à contrainte moyenne constante.

Hypothèse	Variation de la déformation volumique élastique de $\epsilon_v^e$
H1	0
H2	0
H3	$-\frac{q^2}{6G_0 p_0}$
H4	$-\frac{\left[1 + C \left( \ln \frac{p_{co}}{p_0} - 1 \right)\right] q^2}{\frac{6G_n}{p_{co}} \left(1 + C \cdot \ln \frac{p_{co}}{p_0}\right)^2 p_0^2}$
H5	$-\frac{n \left( \frac{p_0}{p_a} \right)^{n-1} q^2}{6G_b p_a^2 \left( \frac{p_0}{p_a} \right)^{2n}}$

Tableau 2.3 Expression des déformations élastiques pour l'essai à contrainte déviatorique constante.

Hypothèse	Déformation volumique élastique $\varepsilon_v^e$	Déformation déviatorique élastique $\varepsilon_d^e$
H1	$\frac{1}{\alpha_e p} \ln\left(\frac{p}{p_{co}}\right)$	$\frac{q_0}{3G}$
H2	$\frac{1}{\alpha_e p} \ln\left(\frac{p}{p_{co}}\right)$	$\frac{2(1+\nu)}{9(1-2\nu)} \frac{q_0}{p}$
H3	$\frac{1}{\alpha_e p} \ln\left(\frac{p}{p_{co}}\right) - \frac{p_0}{6G_0} \frac{q_0^2}{p^2}$	$\frac{p_0}{3G_0} \frac{q_0}{p}$
H4	$\frac{1}{\alpha_e p} \ln\left(\frac{p}{p_{co}}\right) - \frac{p_{co} \left[ 1 + C \left( \ln \frac{p_{co}}{p} - 1 \right) \right] q_0^2}{6G_n \left( 1 + C \cdot \ln \frac{p_{co}}{p} \right)^2 p^2}$	$\frac{p_{co}}{3G_n \left[ 1 + C \cdot \ln \left( \frac{p_{co}}{p} \right) \right]} \frac{q_0}{p}$
H5	$\frac{1}{\alpha_e p} \ln\left(\frac{p}{p_{co}}\right) - \frac{n \left( \frac{p}{p_a} \right)^{n-1} q_0^2}{6G_h p_a^2 \left( \frac{p}{p_a} \right)^{2n}}$	$\frac{q_0}{3G_h p_a \left( \frac{p}{p_a} \right)^n}$

## 2.4 Conclusions

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la formulation de lois de comportement élastiques non-linéaires destinées à introduire des variantes dans la partie élastique du modèle Cam-Clay modifié (Roscoe et Burland, 1968). Nous avons donc considéré un module élastique volumique  $K$  fonction de la contrainte moyenne effective  $p$  et examiné différentes hypothèses concernant l'expression du module de cisaillement  $G$ .

Ceci nous a conduit à considérer cinq hypothèses pour le module de cisaillement  $G$ , notées H1, H2, H3, H4 et H5, les trois dernières (H3, H4 et H5) correspondant à des modèles de type hyperélastique, établies à partir d'une fonction énergie complémentaire  $\Omega(\sigma_{ij})$  (équation 2-10) et obéissant par conséquent aux principes de la thermodynamique.

Dans le cas de l'essai triaxial, les cinq modèles élastiques non-linéaires obtenus peuvent se mettre sous la forme incrémentale générale suivante :

$$\begin{Bmatrix} d\epsilon_v^e \\ d\epsilon_d^e \end{Bmatrix} = \frac{1}{3G(p)} \begin{bmatrix} \frac{3G(p)}{\alpha_e p} + \left( \frac{\beta_p q}{G(p)} \right)^2 & -\left( \frac{\beta_p q}{G(p)} \right) \left( 1 - \frac{\beta_q q}{G(p)} \right) \\ -\left( \frac{\beta_p q}{G(p)} \right) & \left( 1 - \frac{\beta_q q}{G(p)} \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} \quad (2-14)$$

Ces expressions font apparaître un terme de dilatation, lorsque le paramètre  $\beta_p > 0$ . Par exemple, une augmentation de la contrainte moyenne  $p$  et de la contrainte déviatorique  $q$  engendrent, respectivement, une diminution de la déformation déviatorique élastique  $\epsilon_d^e$  et de la déformation volumique élastique  $\epsilon_v^e$ .

L'étude de quelques chemins de contrainte particuliers montre que ces modèles permettent d'introduire des dilatations pour l'essai à contrainte moyenne constante et des déformations déviatoriques élastiques non nulles pour l'essai à contrainte déviatorique constante. Ces modèles permettent donc d'introduire un couplage isotrope-déviatorique dans la déformation élastique volumique pour la simulation du comportement des sols et des roches.





## Chapitre 3

### ETUDE DES MODELES DE COMPORTEMENT NON-LINEAIRES A PARTIR DU LOGICIEL LOIS-LCPC

#### 3.1 Introduction

Le logiciel LOIS-LCPC a été développé au Laboratoire Centrale des Ponts et Chaussées, dans le but de valider la programmation des lois de comportement introduites dans le code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC. Il permet d'intégrer pas à pas les équations différentielles décrivant, pour une loi donnée, la réponse d'un échantillon de sol ou de roche soumis à différents types de sollicitations imposées à l'appareil triaxial. Ce logiciel, a été développé à partir des travaux de Sekkate-Rhanou (1989), poursuivis par Mestat (1991)

Ce logiciel a été complété, dans le cadre de notre étude, par l'introduction des lois non-linéaires décrites au chapitre précédent

Après une description du logiciel et de son mode de programmation, nous présentons les différentes modifications apportées dans le cadre de cette thèse.

Ce chapitre se termine par une étude de la simulation de l'essai triaxial de compression à partir du modèle Cam-Clay modifié et des différentes variantes correspondant aux lois introduites au chapitre 2

#### 3.2 Description du logiciel LOIS-LCPC

##### 3.2.1 Organisation du logiciel LOIS-LCPC

Le programme principal de LOIS-LCPC, intitulé LOIS, est un logiciel écrit en Fortran 77. Il se compose d'environ 3000 instructions réparties en une quarantaine de sous-programmes. L'organigramme du logiciel est donné sur la figure 3.1.

Le logiciel, dans sa forme initiale, permet d'étudier les modèles suivants : Nova (1982), Vemeer (1987), Melanie (1989), Duncan (1970), Cam-Clay modifié (1968), Luong et Loret (1981), Lade (1987), Cambou (1987) et Tan-Meimon (1990).

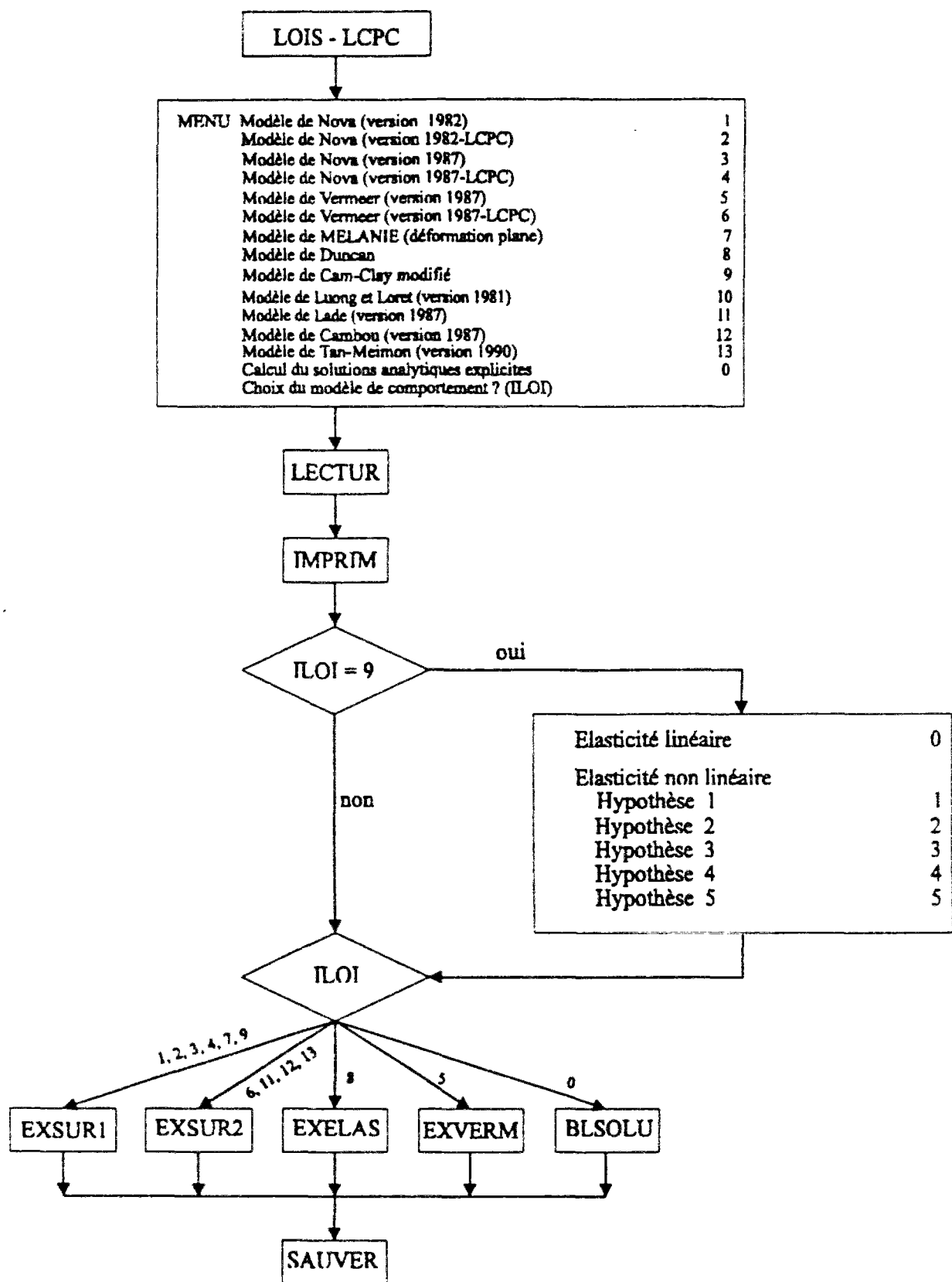


Figure 3.1 Organigramme du logiciel LOIS-LCPC.

Le choix d'une loi de comportement est effectué dans le sous-programme **EXTING**, appelé par **LOIS**. Ceci permet d'orienter l'exécution vers l'un des sous-programmes suivants :

- **EXELAS** : si la loi est élastique non-linéaire et incrémentale ;
- **EXSUR1** : pour une loi élastoplastique à un mécanisme ;
- **EXSUR2** : pour une loi élastoplastique à deux mécanismes ;
- **EXVERM** : pour le modèle de Vermeer (1982) ;
- **BLSOLU** : si l'on souhaite utiliser des expressions analytiques.

Chacun de ces sous-programmes permet l'intégration pas à pas des équations différentielles de l'élastoplasticité ou de l'élasticité non-linéaire. Dans cette étude, nous limitons notre présentation au sous-programme **EXSUR1**, que nous avons modifié pour introduire différentes hypothèses de non-linéarité dans la partie élastique du modèle Cam-Clay modifié.

La lecture des paramètres mécaniques, des états de contraintes initiales et de déformations initiales ainsi que l'évolution des sollicitations au cours de l'essai sont effectués dans le sous-programme **LECTUR**, appelé par **EXTING**. L'impression des paramètres de simulation est assurée par le sous-programme **IMPRIM**, appelé par **LECTUR**.

L'impression des résultats est assurée par le sous-programme **SAUVER** appelé, d'une part, en cours d'exécution des calculs pour un stockage partiel, tous les pas (**IMPAS**) d'intégration et, d'autre part, en fin de calcul pour l'écriture des quantités stockées. Les contraintes et les déformations données par le calcul sont également utilisées pour construire des courbes de type (x, y) dans différents diagrammes.

### **3.2.2 Le sous-programme d'exécution *EXSUR1***

Le sous-programme **EXSUR1** concerne les lois élastoplastiques à un seul mécanisme, à savoir les lois définies par une surface de charge et un potentiel, par exemple le modèle de Nova (1982), le modèle Cam-Clay modifié (1968) et le modèle Melanie (Magnan, 1989). L'organigramme de ce sous-programme est donné sur la figure 3.2. Le sous-programme **EXSUR1** appelle, à chaque pas d'intégration, les sous-programmes suivants :

- **SURFAC** : pour le calcul de la valeur de la fonction de charge correspondant à un état de contrainte et de déformation donné ;

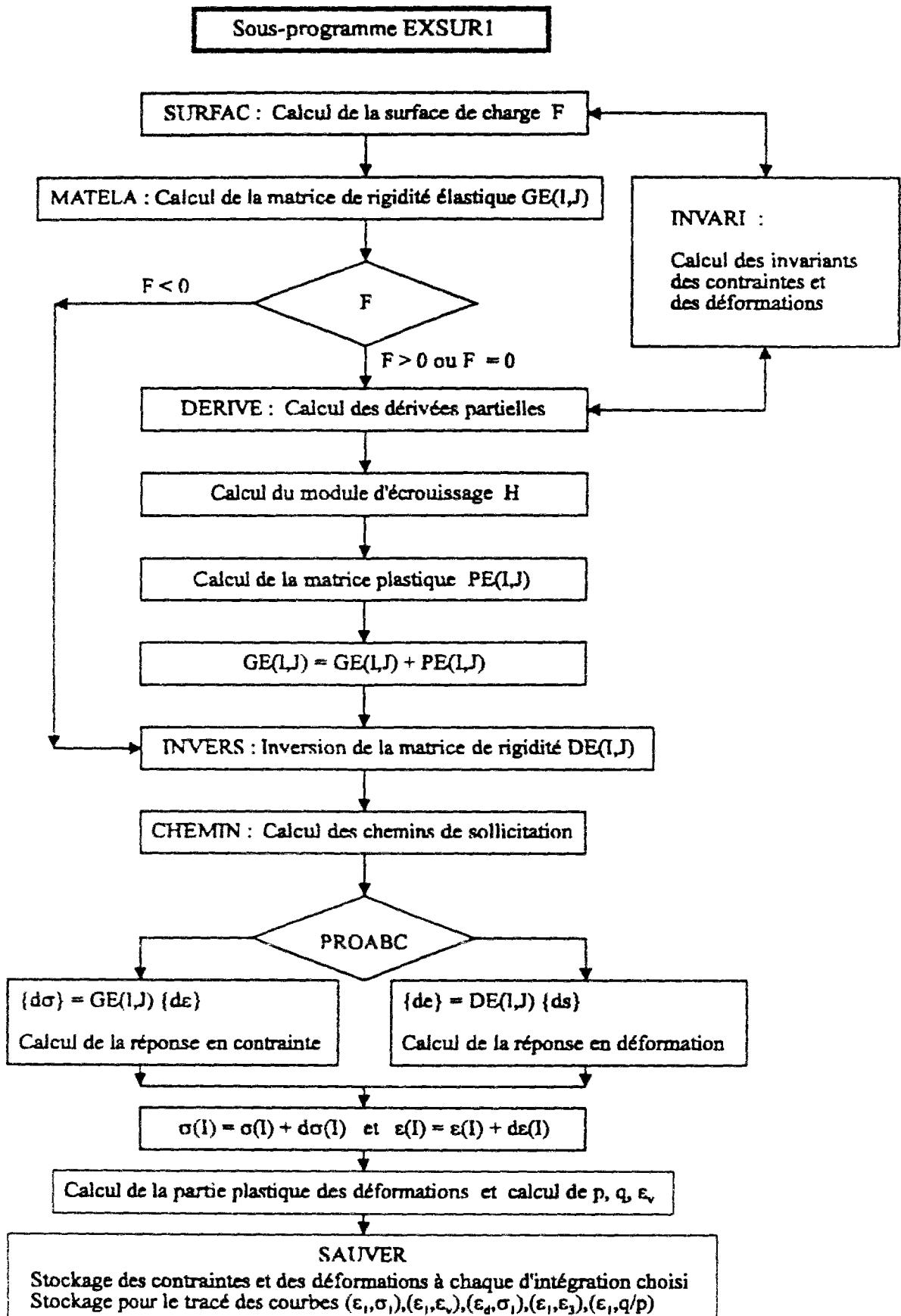


Figure 3.2 Organigramme du sous-programme EXSUR1.

- **MATELA** : pour le calcul de la matrice de comportement élastique linéaire et non-linéaire ;
- **DERIVE** : pour le calcul du module d'écrouissage et des dérivées partielles de la fonction de charge et du potentiel plastique ;
- **INVERS** : pour l'inversion de la matrice de comportement élastoplastique ,
- **CHEMIN** : pour le calcul du chemin de sollicitations ;
- **PROABC** : pour le calcul de la réponse au chemin de sollicitation imposé ;
- **SAUVER** : pour le stockage des résultats à chaque pas d'intégration.

### 3.3 Introduction des différentes hypothèses d'élasticité non-linéaire dans LOIS-LCPC

Les modifications apportées au logiciel LOIS-LCPC ont consisté à introduire les modèles élastiques non-linéaires correspondant aux hypothèses H1, H2 et H3, H4, H5 (types hyperélastiques)

#### 3.3.1 Caractérisation des lois élastiques non-linéaires considérées

La partie élastique introduite à l'origine dans le logiciel LOIS-LCPC pour le modèle Cam-Clay modifié correspond à la loi élastique linéaire de Hooke (Mestat, 1991).

Dans la partie 2 3 1, nous avons vu que la relation contrainte-déformation élastique non-linéaire correspondant aux hypothèses H1, H2, H3, H4 et H5 peut être exprimée par les relations suivantes

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^e \\ d\varepsilon_d^e \end{Bmatrix} = [D] \begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} \quad \text{ou} \quad [D] = \frac{1}{3G(p)} \begin{bmatrix} \frac{3G_p}{\alpha_e p} + \left( \frac{\beta_p q}{G(p)} \right)^2 & -\left( \frac{\beta_p q}{G(p)} \right) \\ -\left( \frac{\beta_p q}{G(p)} \right) & 1 \end{bmatrix} \quad (3-1a)$$

ou

$$\begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} = [C] \begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^e \\ d\varepsilon_d^e \end{Bmatrix} \quad \text{ou} \quad [C] = \alpha_e p \begin{bmatrix} 1 & \left( \frac{\beta_p q}{G(p)} \right) \\ \left( \frac{\beta_p q}{G(p)} \right) & \frac{3G(p)}{\alpha_e p} + \left( \frac{\beta_p q}{G(p)} \right)^2 \end{bmatrix} \quad (3-1b)$$

où  $G(p)$  représente module de cisaillement (fonction de contrainte moyenne effective  $p$ ),  
 $\beta_p = \frac{\partial G}{\partial p}$  et  $\alpha_e = \frac{1+e_0}{\kappa}$ . Les matrices  $[C]$  et  $[D]$  peuvent se décomposer sous la forme

$$[C] = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \\ C_2 & C_3 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [D] = \begin{bmatrix} D_1 & D_2 \\ D_2 & D_3 \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

Ce qui conduit, pour un essai à l'appareil triaxial, à écrire la loi de comportement sous l'une des deux formes incrémentales suivantes :

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 + \frac{4}{3}C_2 + \frac{4}{9}C_3 & 2\left(C_1 + \frac{1}{3}C_2 - \frac{2}{9}C_3\right) \\ C_1 + \frac{1}{3}C_2 - \frac{2}{9}C_3 & 2\left(C_1 - \frac{2}{3}C_2 + \frac{1}{9}C_3\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^e \\ d\varepsilon_3^e \end{Bmatrix} \quad (3-3a)$$

ou

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^e \\ d\varepsilon_3^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{9}D_1 + \frac{2}{3}D_2 + D_3 & 2\left(\frac{1}{9}D_1 + \frac{1}{6}D_2 - \frac{1}{2}D_3\right) \\ \frac{1}{9}D_1 + \frac{1}{6}D_2 - \frac{1}{2}D_3 & 2\left(\frac{1}{9}D_1 - \frac{1}{3}D_2 + \frac{1}{4}D_3\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_3 \end{Bmatrix} \quad (3-3b)$$

### 3.3.2 Programmation des lois de comportement élastiques non-linéaires

Les relations incrémentales correspondant aux différentes hypothèses d'élasticité linéaire et non-linéaire sont explicitées ci-dessous pour des cas de chargement à l'appareil triaxial :

#### (a) Comportement élastique linéaire de Hooke

Dans ce cas,  $\beta_p = 0$  et :  $D_1 = \frac{1}{K}$ ,  $D_2 = 0$ ,  $D_3 = \frac{1}{3G}$ . On a

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K + \frac{4}{3}G & 2\left(K - \frac{2}{3}G\right) \\ K - \frac{2}{3}G & 2\left(K + \frac{1}{3}G\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^e \\ d\varepsilon_3^e \end{Bmatrix} \quad (3-4a)$$

ou

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^e \\ d\varepsilon_3^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{9K} + \frac{1}{3G} & 2\left(\frac{1}{9K} - \frac{1}{6G}\right) \\ \frac{1}{9K} - \frac{1}{6G} & 2\left(\frac{1}{9K} + \frac{1}{12G}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_3 \end{Bmatrix} \quad (3-4b)$$

**(b) Comportement élastique non-linéaire introduit dans les versions initiales des modèles de type Cam-Clay :**

L'élasticité non-linéaire introduite dans les modèles de type Cam-Clay (Roscoe et Schofield, 1963 ; Schofield et Wroth, 1968 ; Roscoe et Burland, 1968) correspond à un module volumique élastique non-linéaire et un module de cisaillement  $G = \infty$ . La relation contrainte-déformation élastique se met sous la forme :

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^e \\ d\varepsilon_3^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{9\alpha_{ep}} & \frac{2}{9\alpha_{ep}} \\ \frac{1}{9\alpha_{ep}} & \frac{2}{9\alpha_{ep}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_3 \end{Bmatrix} \quad (3-5)$$

Il faut noter que, dans ce cas, la matrice  $[D]$  ne peut être inversée.

**(c) Hypothèses H1 et H2 :**

On a, pour l'hypothèse H1 ( $G = \text{Constante}$ ) :

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{ep} + \frac{4}{3}G & 2\left(\alpha_{ep} - \frac{2}{3}G\right) \\ \alpha_{ep} - \frac{2}{3}G & 2\left(\alpha_{ep} + \frac{1}{3}G\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^e \\ d\varepsilon_3^e \end{Bmatrix} \quad (3-6a)$$

ou

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^e \\ d\varepsilon_3^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{9\alpha_{ep}} + \frac{1}{3G} & 2\left(\frac{1}{9\alpha_{ep}} - \frac{1}{6G}\right) \\ \frac{1}{9\alpha_{ep}} - \frac{1}{6G} & 2\left(\frac{1}{9\alpha_{ep}} + \frac{1}{12G}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_3 \end{Bmatrix} \quad (3-6b)$$

et pour l'hypothèse H2 ( $v = \text{Constante}$ ) :

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_3 \end{Bmatrix} = 3\alpha_{ep} \begin{bmatrix} \frac{1-v}{1+v} & \frac{2v}{1+v} \\ \frac{v}{1+v} & \frac{1}{1+v} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^e \\ d\varepsilon_3^e \end{Bmatrix} \quad (3-7a)$$

ou

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^e \\ d\varepsilon_3^e \end{Bmatrix} = \frac{1}{3\alpha_{ep}} \begin{bmatrix} \frac{1}{1-2v} & \frac{-2v}{1-2v} \\ \frac{-v}{1-2v} & \frac{1-v}{1-2v} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_3 \end{Bmatrix} \quad (3-7b)$$



(d) *Hypothèses H3, H4 et H5 (type hyperélastique) :*

Dans ces conditions, la relation (3-3a) s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_3 \end{Bmatrix} = [C^*] \begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^e \\ d\varepsilon_3^e \end{Bmatrix}$$

avec

$$[C^*] = \alpha_{ep} \begin{bmatrix} 1 + 4 \left( \frac{G(p)}{3\alpha_{ep}} + \frac{\beta_{pq}}{3G(p)} \right) + 4 \left( \frac{\beta_{pq}}{3G(p)} \right)^2 & 2 \left[ 1 - \left( \frac{2G(p)}{3\alpha_{ep}} - \frac{\beta_{pq}}{3G(p)} \right) - 2 \left( \frac{\beta_{pq}}{3G(p)} \right)^2 \right] \\ 1 - \left( \frac{2G(p)}{3\alpha_{ep}} - \frac{\beta_{pq}}{3G(p)} \right) - 2 \left( \frac{\beta_{pq}}{3G(p)} \right)^2 & 2 \left[ 1 + \left( \frac{G(p)}{3\alpha_{ep}} - \frac{2\beta_{pq}}{3G(p)} \right) + \left( \frac{\beta_{pq}}{3G(p)} \right)^2 \right] \end{bmatrix} \quad (3-8a)$$

et la relation (3-3b)

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^e \\ d\varepsilon_3^e \end{Bmatrix} = [D^*] \begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_3 \end{Bmatrix}$$

où

$$[D^*] = \frac{1}{3G(p)} \begin{bmatrix} \frac{G(p)}{3\alpha_{ep}} + \left( 1 - \frac{2\beta_{pq}}{3G(p)} \right) + \left( \frac{\beta_{pq}}{3G(p)} \right)^2 & 2 \left[ \frac{G(p)}{3\alpha_{ep}} - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\beta_{pq}}{3G(p)} \right) + \left( \frac{\beta_{pq}}{3G(p)} \right)^2 \right] \\ \frac{G(p)}{3\alpha_{ep}} - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\beta_{pq}}{3G(p)} \right) + \left( \frac{\beta_{pq}}{3G(p)} \right)^2 & 2 \left[ \frac{G(p)}{3\alpha_{ep}} + \left( \frac{1}{4} + \frac{\beta_{pq}}{3G(p)} \right) + \left( \frac{\beta_{pq}}{3G(p)} \right)^2 \right] \end{bmatrix} \quad (3-8b)$$

L'introduction de ces relations dans le logiciel LOIS-LCPC, a été effectuée en modifiant le sous-programme **MATELA**, qui est appelé par le sous-programme **EXSUR1**, pour le calcul de la matrice de rigidité élastique.

La relation générale contrainte-déformation élastique peut se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^e \\ d\varepsilon_2^e \\ d\varepsilon_3^e \end{Bmatrix} = GE(I, J) \begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{Bmatrix} \quad (3-9)$$

avec  $d\sigma_2 = d\sigma_3$  et  $d\varepsilon_2^e = d\varepsilon_3^e$  (essai triaxial).

A chaque pas d'intégration, la matrice  $GE(I,J)$  permet le calcul de l'incrément de déformations principales à partir de l'incrément des contraintes principales appliquées. Pour un chemin de chargement en déformations, l'inverse de matrice  $GE(I,J)$ , permet le calcul des contraintes à partir des incréments de déformations. La matrice  $GE(I,J)$  peut se décomposer sous la forme générale suivante :

$$GE(I,J) = \frac{D_1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} + \frac{D_2}{6} \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \\ 1 & -2 & -2 \end{bmatrix} + \frac{D_3}{4} \begin{bmatrix} 4 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-10)$$

Les valeurs des coefficient  $D_1$ ,  $D_2$  et  $D_3$  dépendent des différentes hypothèses du modèle ; ces valeurs sont récapitulées dans le tableau 3.1.

Tableau 3.1 Coefficients utilisés dans le calcul de la matrice de rigidité élastique pour chacune des hypothèses considérées.

Hypothèses	$D_1$	$D_2$	$D_3$
Elasticité linéaire	$D_1 = \frac{1}{K}$	$D_2 = 0$	$D_3 = \frac{1}{3G}$
Modèle Cam-Clay	$D_1 = \frac{1}{\alpha_e p}$	$D_2 = 0$	$D_3 = 0$
$H_1$ ( $G=\text{Constante}$ )	$D_1 = \frac{1}{\alpha_e p}$	$D_2 = 0$	$D_3 = \frac{1}{3G}$
$H_2$ ( $v=\text{Constante}$ )	$D_1 = \frac{1}{\alpha_e p}$	$D_2 = 0$	$D_3 = \frac{2(1+v)}{9(1-2v)\alpha_e p}$
$H_3, H_4$ et $H_5$	$D_1 = \frac{1}{\alpha_e p} + \frac{1}{3G(p)} \left( \frac{\beta_p q}{G(p)} \right)^2$	$D_2 = -\frac{1}{3G(p)} \left( \frac{\beta_p q}{G(p)} \right)$	$D_3 = \frac{1}{3G(p)}$

### 3.4 Application à la simulation de l'essai de compression à l'appareil triaxial

Les relations différentielles de l'élastoplasticité permettent de déterminer les expressions des incréments de déformations élastiques et plastiques pour n'importe quel type d'essai à l'appareil triaxial.

Dans le cas d'un essai de compression à l'appareil triaxial, on a, de plus les conditions :

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \text{constante} \quad \Rightarrow \quad d\sigma_2 = d\sigma_3 = 0 \quad (3-11a)$$

$$p = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3} \quad \Rightarrow \quad dp = \frac{d\sigma_1}{3} \geq 0 \quad (3-11b)$$

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 \quad \Rightarrow \quad dq = d\sigma_1 \geq 0 \quad (3-11c)$$

$$\eta = \frac{q}{p} = 3 \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + 2\sigma_3} \right) \quad \Rightarrow \quad d\eta = \frac{9\sigma_3 d\sigma_1}{(\sigma_1 + 2\sigma_3)^2} = \frac{\sigma_3 d\sigma_1}{p^2} \geq 0 \quad (3-11d)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_3 \quad \Rightarrow \quad d\varepsilon_2 = d\varepsilon_3 \quad (3-11e)$$

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_3 \quad \Rightarrow \quad d\varepsilon_v = d\varepsilon_1 + 2d\varepsilon_3 \quad (3-11f)$$

$$\varepsilon_d = \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \quad \Rightarrow \quad d\varepsilon_d = \frac{2}{3}(d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3) \quad (3-11g)$$

Dans ces conditions, les relations différentielles se simplifient considérablement et il est souvent possible de les intégrer de manière explicite.

On peut remarquer que, les incréments de déformation sont directement reliés à l'incrément de contrainte  $d\sigma_1$ . Les expressions correspondant à chacune des lois élastiques considérées et à la partie plastique des modèles Cam-Clay sont données dans les tableaux 3.2 et 3.3, respectivement.

Tableau 3.2 Expression des incréments de déformations élastiques en fonction de  $d\sigma_1$  pour la simulation d'un essai de compression à l'appareil triaxial.

Elasticité linéaire et non-linéaire	
Elasticité linéaire	$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^e \\ d\varepsilon_3^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{9K} + \frac{1}{3G} & \\ & \frac{1}{9K} - \frac{1}{6G} \end{bmatrix} \{d\sigma_1\} \quad \text{et} \quad \begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^e \\ d\varepsilon_d^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{K} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3G} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{d\sigma_1}{3} \\ d\sigma_1 \end{Bmatrix}$
Modèles Cam-Clay	$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^e \\ d\varepsilon_3^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{9\alpha_e p} & \\ & \frac{1}{9\alpha_e p} \end{bmatrix} \{d\sigma_1\} \quad \text{et} \quad \begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^e \\ d\varepsilon_d^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha_e p} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{d\sigma_1}{3} \\ d\sigma_1 \end{Bmatrix}$
Hypothèse H1	$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^e \\ d\varepsilon_3^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{9\alpha_e p} + \frac{1}{3G} & \\ & \frac{1}{9\alpha_e p} - \frac{1}{6G} \end{bmatrix} \{d\sigma_1\} \quad \text{et} \quad \begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^e \\ d\varepsilon_d^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha_e p} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3G} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{d\sigma_1}{3} \\ d\sigma_1 \end{Bmatrix}$
Hypothèse H2	$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^e \\ d\varepsilon_3^e \end{Bmatrix} = \frac{1}{3\alpha_e p} \begin{bmatrix} \frac{1}{1-2\nu} & \\ & -\nu \end{bmatrix} \{d\sigma_1\}$ <p>et</p> $\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^e \\ d\varepsilon_d^e \end{Bmatrix} = \frac{1}{\alpha_e p} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{2(1+\nu)}{9(1-2\nu)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{d\sigma_1}{3} \\ d\sigma_1 \end{Bmatrix}$
Hypothèses H3, H4 et H5	$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^e \\ d\varepsilon_3^e \end{Bmatrix} = \frac{1}{3G(p)} \begin{bmatrix} \frac{G(p)}{3\alpha_e p} + \left(1 - \frac{2\beta_{pq}}{3G(p)}\right) + \left(\frac{\beta_{pq}}{3G(p)}\right)^2 & \\ \frac{G(p)}{3\alpha_e p} - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\beta_{pq}}{3G(p)}\right) + \left(\frac{\beta_{pq}}{3G(p)}\right)^2 & \end{bmatrix} \{d\sigma_1\}$ <p>et</p> $\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^e \\ d\varepsilon_d^e \end{Bmatrix} = \frac{1}{3G(p)} \begin{bmatrix} \frac{3G(p)}{\alpha_e p} + \left(\frac{\beta_{pq}}{G(p)}\right)^2 & -\left(\frac{\beta_{pq}}{G(p)}\right) \\ -\left(\frac{\beta_{pq}}{G(p)}\right) & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{d\sigma_1}{3} \\ d\sigma_1 \end{Bmatrix}$

Tableau 3.3 Expression des incréments de déformations plastiques en fonction de  $d\sigma_1$  pour la simulation d'un essai de compression à l'appareil triaxial.

Plasticité	
Modèles Cam-Clay	$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^p \\ d\varepsilon_3^p \end{Bmatrix} = \frac{H_p}{6} \begin{bmatrix} 2(\psi+3) & \frac{2(\psi+3)}{\psi} \\ 2\psi-3 & \frac{2\psi-3}{\psi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{d\sigma_1}{3} \\ d\sigma_1 \end{Bmatrix}$
	$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^p \\ d\varepsilon_d^p \end{Bmatrix} = H_p \begin{bmatrix} \psi & 1 \\ 1 & \frac{1}{\psi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{d\sigma_1}{3} \\ d\sigma_1 \end{Bmatrix}$
	modèle Cam-Clay (Roscoe et Schofield, 1963) :
	$H_p = \frac{1}{\alpha_p p M} \quad \text{et} \quad \psi = M - \eta$
	modèle Cam-Clay modifié (Roscoe et Burland, 1968) :
	$H_p = \frac{2\eta}{\alpha_p p (M^2 + \eta^2)} \quad \text{et} \quad \psi = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta}$
	où $\alpha_e = \frac{1+e_0}{\kappa}$ et $\alpha_p = \frac{1+e_0}{\lambda - \kappa}$

Les relations entre incréments de déformation et de contrainte peuvent également être exprimées à partir du taux de contrainte  $\eta$ , défini par l'équation (3-11d) :

$$\sigma_1 = \left( \frac{3+2\eta}{3-\eta} \right) \sigma_3 \quad \Rightarrow \quad d\sigma_1 = \frac{p^2}{\sigma_3} d\eta = \frac{9\sigma_3}{(3-\eta)^2} d\eta = 3x d\eta \quad (3-12a)$$

$$p = \left( \frac{3}{3-\eta} \right) \sigma_3 \quad \Rightarrow \quad dp = \frac{p^2}{3\sigma_3} d\eta = \frac{3\sigma_3}{(3-\eta)^2} d\eta = x d\eta \quad (3-12b)$$

$$q = \left( \frac{3\eta}{3-\eta} \right) \sigma_3 \quad \Rightarrow \quad dq = \frac{p^2}{\sigma_3} d\eta = \frac{9\sigma_3}{(3-\eta)^2} d\eta = 3x d\eta \quad (3-12c)$$

avec  $x = \frac{3\sigma_3}{(3-\eta)^2}$ . Les expressions des incréments de déformations élastique et plastique, en fonction  $d\eta$ , sont regroupées dans les tableaux 3.4 et 3.5.

Tableau 3.4 Expression des incréments de déformations élastiques en fonction de  $d\eta$  pour la simulation d'un essai de compression à l'appareil triaxial.

Elasticité linéaire et non-linéaire	
Elasticité linéaire	$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^e \\ d\varepsilon_3^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{9K} + \frac{1}{3G} \\ \frac{1}{9K} - \frac{1}{6G} \end{bmatrix} \{3xd\eta\} \quad \text{et} \quad \begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^e \\ d\varepsilon_d^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{K} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3G} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} xd\eta \\ 3xd\eta \end{Bmatrix}$
Modèles Cam-Clay	$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^e \\ d\varepsilon_3^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{9\alpha_e p} \\ \frac{1}{9\alpha_e p} \end{bmatrix} \{3xd\eta\} \quad \text{et} \quad \begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^e \\ d\varepsilon_d^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha_e p} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} xd\eta \\ 3xd\eta \end{Bmatrix}$
Hypothèse H1	$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^e \\ d\varepsilon_3^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{9\alpha_e p} + \frac{1}{3G} \\ \frac{1}{9\alpha_e p} - \frac{1}{6G} \end{bmatrix} \{3xd\eta\} \quad \text{et} \quad \begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^e \\ d\varepsilon_d^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha_e p} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3G} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} xd\eta \\ 3xd\eta \end{Bmatrix}$
Hypothèse H2	$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^e \\ d\varepsilon_3^e \end{Bmatrix} = \frac{1}{3\alpha_e p} \begin{bmatrix} \frac{1}{1-2\nu} \\ -\nu \\ 1-2\nu \end{bmatrix} \{3xd\eta\}$ <p>et</p> $\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^e \\ d\varepsilon_d^e \end{Bmatrix} = \frac{1}{\alpha_e p} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{2(1+\nu)}{9(1-2\nu)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} xd\eta \\ 3xd\eta \end{Bmatrix}$
Hypothèses H3, H4 et H5	$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^e \\ d\varepsilon_3^e \end{Bmatrix} = \frac{1}{3G(p)} \begin{bmatrix} \frac{G(p)}{3\alpha_e p} + \left(1 - \frac{2\beta_p q}{3G(p)}\right) + \left(\frac{\beta_p q}{3G(p)}\right)^2 \\ \frac{G(p)}{3\alpha_e p} - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\beta_p q}{3G(p)}\right) + \left(\frac{\beta_p q}{3G(p)}\right)^2 \end{bmatrix} \{3xd\eta\}$ <p>et</p> $\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^e \\ d\varepsilon_d^e \end{Bmatrix} = \frac{1}{3G(p)} \begin{bmatrix} \frac{3G(p)}{\alpha_e p} + \left(\frac{\beta_p q}{G(p)}\right)^2 & -\left(\frac{\beta_p q}{G(p)}\right) \\ -\left(\frac{\beta_p q}{G(p)}\right) & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} xd\eta \\ 3xd\eta \end{Bmatrix}$

Tableau 3.3 Expression des incréments de déformations plastiques en fonction de  $d\eta$  pour la simulation d'un essai de compression à l'appareil triaxial.

Plasticité	
Modèles Cam-Clay	$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1^p \\ d\varepsilon_3^p \end{Bmatrix} = \frac{H_p}{6} \begin{bmatrix} 2(\psi+3) & \frac{2(\psi+3)}{\psi} \\ 2\psi-3 & \frac{2\psi-3}{\psi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x d\eta \\ 3x d\eta \end{Bmatrix}$ $\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^p \\ d\varepsilon_d^p \end{Bmatrix} = H_p \begin{bmatrix} \psi & 1 \\ 1 & \frac{1}{\psi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x d\eta \\ 3x d\eta \end{Bmatrix}$ <p>modèle Cam-Clay (Roscoe et Schofield, 1963) :</p> $H_p = \frac{1}{\alpha_p p M} \quad \text{et} \quad \psi = M - \eta$ <p>modèle Cam-Clay modifié (Roscoe et Burland, 1968) :</p> $H_p = \frac{2\eta}{\alpha_p p (M^2 + \eta^2)} \quad \text{et} \quad \psi = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta}$ <p>où <math>\alpha_e = \frac{1+e_0}{\kappa}</math> et <math>\alpha_p = \frac{1+e_0}{\lambda - \kappa}</math></p> <p>et <math>x = \frac{3\sigma_3}{(3 - \eta)^2}</math></p>

### 3.5 Etude paramétrique des modèles considérés pour la simulation d'un essai de compression à l'appareil triaxial

La simulation des résultats d'essais à l'appareil triaxial à partir de différents modèles de comportement peut être influencée par les valeurs des paramètres choisis pour caractériser ces modèles. Ces paramètres sont au nombre de deux pour l'élasticité linéaire, un pour les hypothèses H1, H2 et H3, deux pour les hypothèses H4 et H5, et cinq pour le modèle Cam-Clay modifié.

Dans cette partie de l'étude, nous avons analysé la sensibilité de ces modèles aux paramètres qui les définissent afin d'améliorer la simulation des résultats d'essais. Pour cela nous avons utilisé une version actualisée du programme LOIS-LCPC, tenant compte des modifications décrites au chapitre précédent.

Nous nous sommes placés dans le cas d'un essai de compression à l'appareil triaxial, réalisé à une pression de confinement initiale de  $p_0=7,6$  MPa (ces conditions correspondent à l'un des essais qui seront étudiés dans la partie IV et qui concernent une marne, avec une pression de préconsolidation  $p_{co} = 2,5$  MPa)

Nous nous sommes intéressés à la simulation de l'essai de compression à l'appareil triaxial à partir de différentes variantes du modèle Cam-Clay modifié, correspondant aux hypothèses d'élasticité décrites aux chapitres précédents. Les résultats de l'étude de sensibilité aux paramètres ( $\lambda$ ,  $\kappa$ ,  $e_0$ ,  $M$  et  $p_{co}$ ) du modèle Cam-Clay modifié est décrits dans l'annexe A.

Nous avons étudié, dans un premier temps, la loi de Hooke avant d'examiner les hypothèses d'élasticité non-linéaires H1, H2, H3, H4 et H5.

#### 3.5.1 Sensibilité aux paramètres d'élasticité linéaire

Nous avons considéré l'influence d'une variation du module d'Young  $E$ , le coefficient de Poisson  $\nu$  étant maintenu constant, puis l'influence de  $\nu$  à  $E$  constant. Les résultats sont représentés sur les figures 3.3 et 3.4, respectivement.

La figure 3.3 montre qu'une augmentation de  $E$ , pour une valeur donnée de  $\nu$ , se traduit par une augmentation de  $q/p$  dans le diagramme  $(\epsilon_1, p/q)$  et une diminution de déformation volumique pour une déformation  $\epsilon_1$  fixée dans le diagramme  $(\epsilon_1, \epsilon_v)$ .

Dans le deuxième cas (figure 3.4), on constate que le coefficient de Poisson  $\nu$  n'a pas d'influence sur la réponse du matériau en diagramme  $(\epsilon_1, q/p)$  ; par contre une augmentation de  $\nu$  se traduit par une déformation volumique plus importante en diagramme  $(\epsilon_1, \epsilon_v)$ .



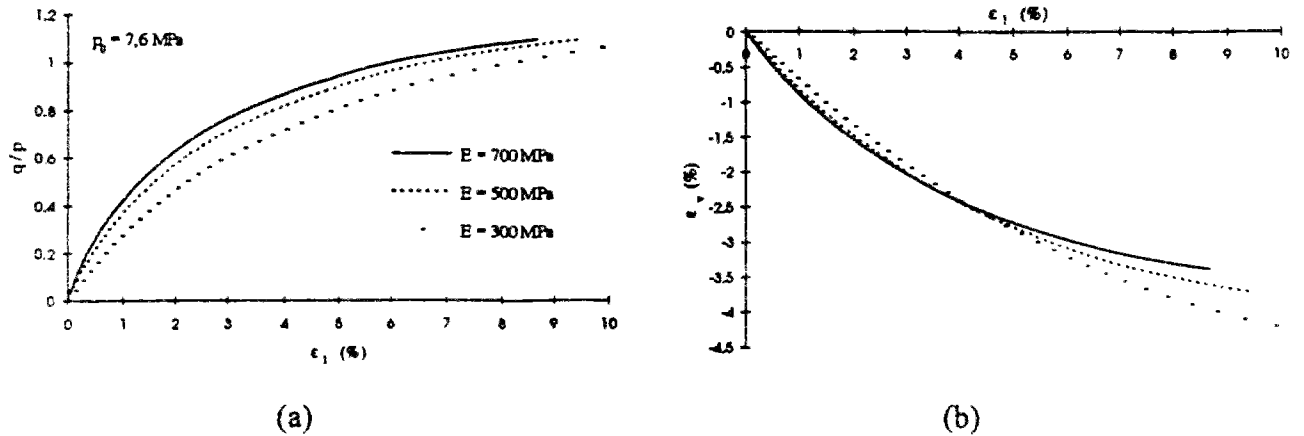


Figure 3.3 Influence du module d'Young  $E$  sur la simulation de l'essai de compression à l'appareil triaxial (a) en diagramme  $\epsilon_1$ - $q/p$  (b) en diagramme  $\epsilon_1$ - $\epsilon_v$  (Modèle Cam-Clay modifié avec élasticité linéaire).

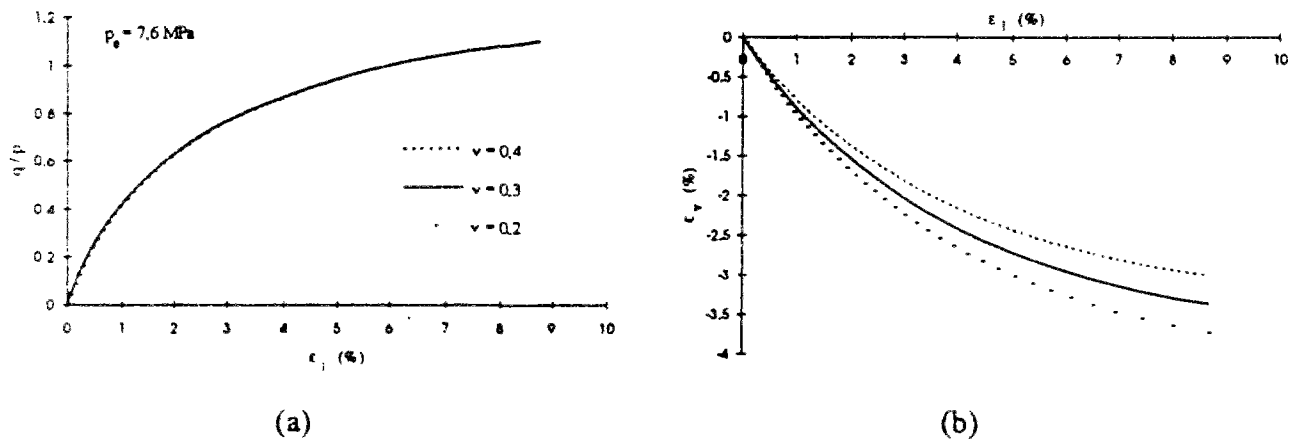


Figure 3.4 Influence du coefficient de Poisson  $\nu$  sur la simulation de l'essai de compression à l'appareil triaxial (a) en diagramme  $\epsilon_1$ - $q/p$  (b) en diagramme  $\epsilon_1$ - $\epsilon_v$  (Modèle Cam-Clay modifié avec élasticité linéaire).

### 3.5.2 Sensibilité aux paramètres d'élasticité non-linéaire correspondant aux hypothèses H1 et H2

Cette étude de sensibilité porte sur les modifications de la partie élastique du modèle Cam-Clay modifié ; elle concerne les hypothèses d'élasticité non-linéaire H1 et H2 :

#### (1) Variante du modèle Cam-Clay modifié correspondant à l'hypothèse H1 :

L'hypothèse H1 correspond à une valeur constante du module de cisaillement  $G$ . L'étude de sensibilité a porté sur la valeur de ce paramètre.

Les résultats des simulations sont représentés sur la figure 3.5. On constate que la valeur de  $G$  influence sensiblement le résultat, tant en diagramme  $(\epsilon_1, q/p)$  qu'en diagramme  $(\epsilon_1, \epsilon_v)$ .

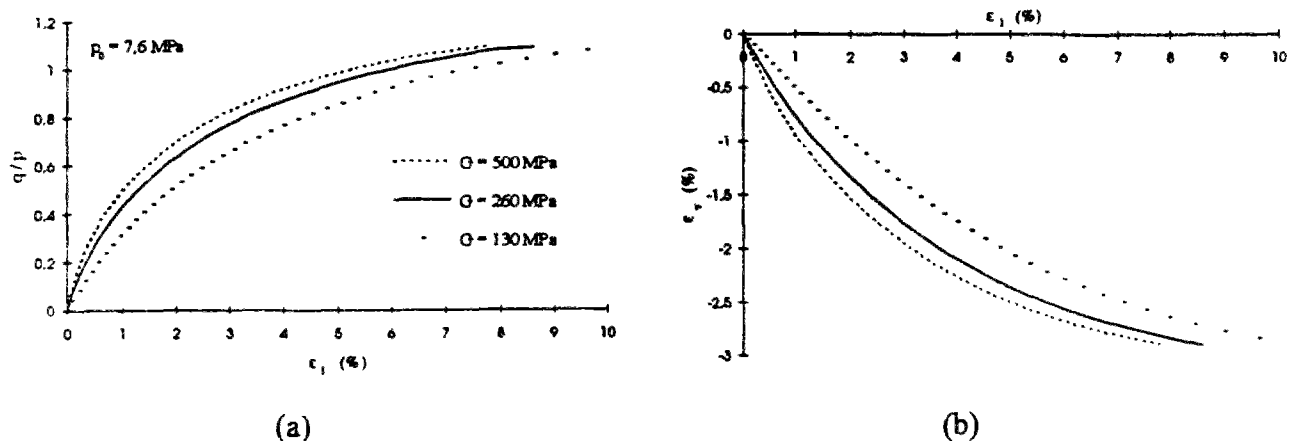


Figure 3.5 Influence du module de cisaillement  $G$  sur la simulation de l'essai de compression à l'appareil triaxial (a) en diagramme  $\varepsilon_1$ - $q/p$  (b) en diagramme  $\varepsilon_1$ - $\varepsilon_v$ . (Modèle Cam-Clay modifié avec l'hypothèse d'élasticité non-linéaire H1).

(2) Variante du modèle Cam-Clay modifié correspondant à l'hypothèse H2 :

Dans ce cas, le module de cisaillement  $G$  est déduit du module volumique  $K$  (fonction de  $p$ ) par l'intermédiaire d'un coefficient de Poisson constant. Les résultats des calculs obtenus pour trois valeurs différentes de  $\nu$  (0,2 , 0,3 et 0,4) sont illustrés sur la figure 3.6.

On constate que le coefficient de Poisson a peu d'influence sur la réponse de l'échantillon. La courbe correspondante à  $\nu = 0,4$  est toutefois légèrement décalée par rapport à celles obtenues par des valeurs plus faibles du coefficient de Poisson.

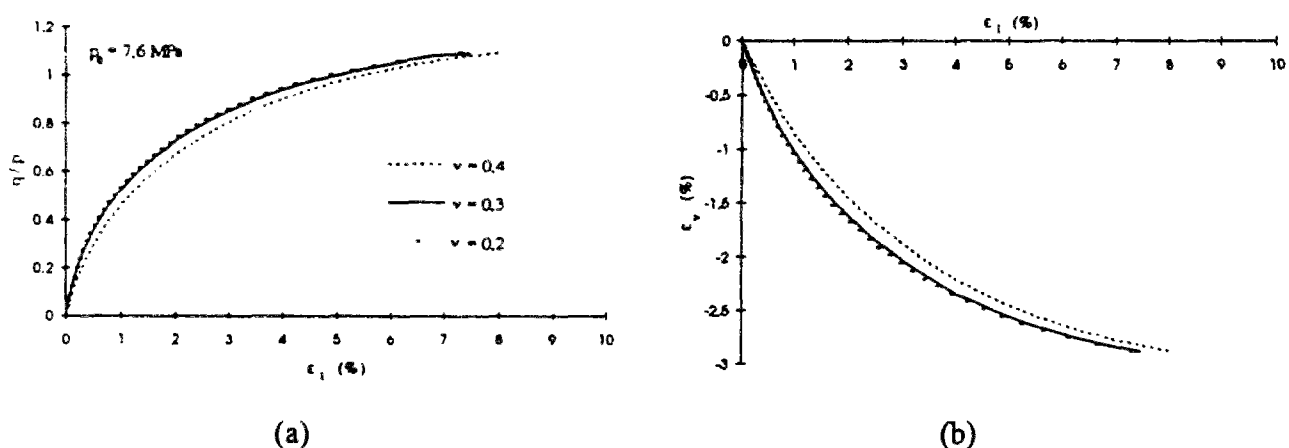


Figure 3.6 Influence du coefficient de Poisson  $\nu$  sur la simulation de l'essai de compression à l'appareil triaxial (a) en diagramme  $\varepsilon_1$ - $q/p$  (b) en diagramme  $\varepsilon_1$ - $\varepsilon_v$ . (Modèle Cam-Clay modifié avec l'hypothèse d'élasticité non-linéaire H2).

### 3.5.3 Sensibilité aux paramètres d'élasticité non-linéaire correspondant aux hypothèses H3, H4 et H5

Cette étude de sensibilité porte sur la partie élastique du modèle Cam-Clay modifié, dans le cas des hypothèses d'élasticité non-linéaire H3, H4 et H5 :

#### (1) Variante du modèle Cam-Clay modifié correspondant à l'hypothèse H3 :

Dans ce cas (figure 3.7), le module de cisaillement est proportionnel à la contrainte moyenne  $p$ . Les résultats de l'étude de sensibilité mettent en évidence le même type de réponse que dans le cas de l'hypothèse H1 (figure 3.5).

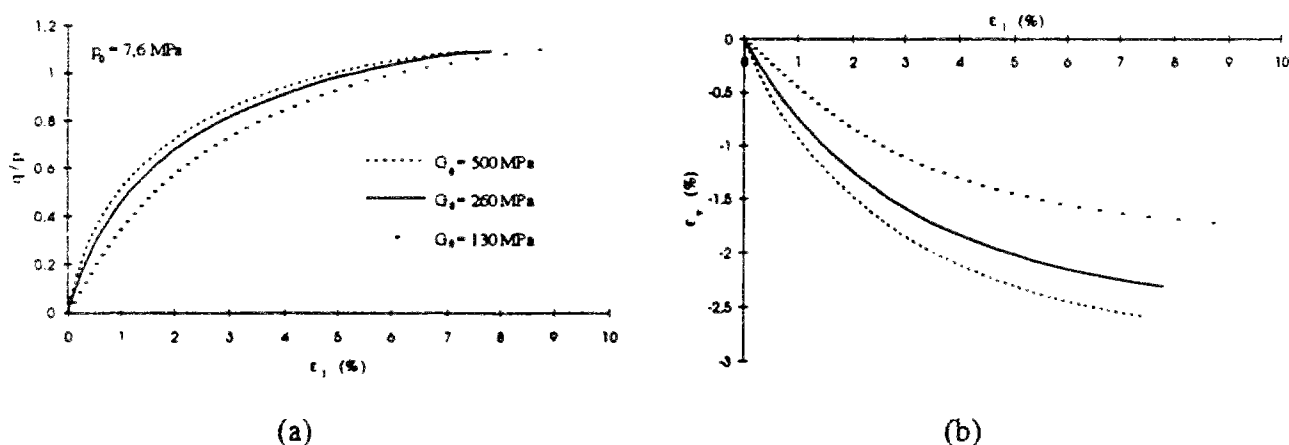


Figure 3.7 Influence du module de cisaillement  $G_0$  sur la simulation de l'essai de compression à l'appareil triaxial (a) en diagramme  $\epsilon_1$ - $q/p$  (b) en diagramme  $\epsilon_1$ - $\epsilon_v$  (Modèle Cam-Clay modifié avec l'hypothèse d'élasticité non-linéaire H3).

#### (2) Variante du modèle Cam-Clay modifié correspondant à l'hypothèse H4 :

Cette variante fait intervenir deux paramètres élastiques, le module de cisaillement à l'état normalement consolidé  $G_n$  et le paramètre de Wroth (1971)  $C$ .

On a étudié, dans un premier temps, l'influence de  $G_n$  pour  $C$  donné. On obtient alors des résultats analogues à ceux mis en évidence pour les hypothèses H1 et H3 (figure 3.8).

Dans un deuxième temps, on a étudié la sensibilité au paramètre  $C$ ,  $G_n$  étant fixé. Les résultats montrent que le paramètre  $C$  a peu d'influence sur l'allure de la courbe  $\epsilon_1$ - $p/q$  (figure 3.9a). En revanche, on constate qu'une augmentation de  $C$  se traduit par une augmentation de déformation volumique dans le diagramme  $(\epsilon_1, \epsilon_v)$  (figure 3.9b).

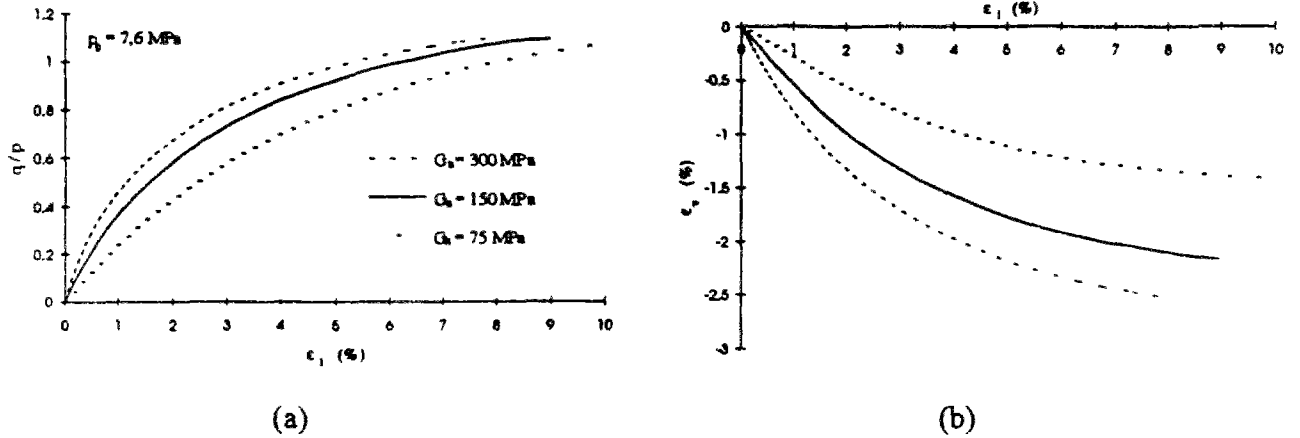


Figure 3.8 Influence du module de cisaillement  $G_h$  sur la simulation de l'essai de compression à l'appareil triaxial (a) en diagramme  $\varepsilon_1$ - $q/p$  (b) en diagramme  $\varepsilon_1$ - $\varepsilon_v$ . (Modèle Cam-Clay modifié avec l'hypothèse d'élasticité non-linéaire H4).

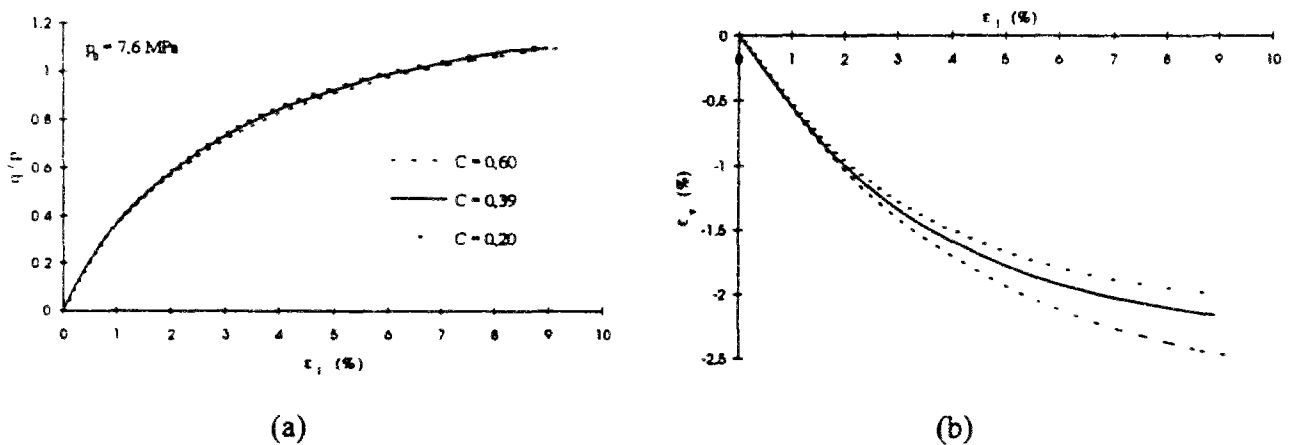


Figure 3.8 Influence du paramètre  $C$  sur la simulation de l'essai de compression à l'appareil triaxial (a) en diagramme  $\varepsilon_1$ - $q/p$  (b) en diagramme  $\varepsilon_1$ - $\varepsilon_v$ . (Modèle Cam-Clay modifié avec l'hypothèse d'élasticité non-linéaire H4).

(3) Variante d'élasticité non-linéaire correspondant à l'hypothèse H5 ( $G_h$  et  $n$ ) :

Les deux paramètres introduits dans l'hypothèse H5 sont les coefficients adimensionnels  $G_h$  et  $n$ .

L'étude de sensibilité au paramètre  $G_h$  pour  $n$  fixé conduit aux mêmes conclusions, quant à l'influence du module de cisaillement, que pour les hypothèses H1, H3 et H4 (figure 3.10).

L'étude du paramètre  $n$  montre qu'une augmentation de ce paramètre se traduit par une augmentation de  $q/p$  en diagramme  $(\varepsilon_1, p/q)$  et de  $\varepsilon_v$  en diagramme  $(\varepsilon_1, \varepsilon_v)$  (figure 3.11).

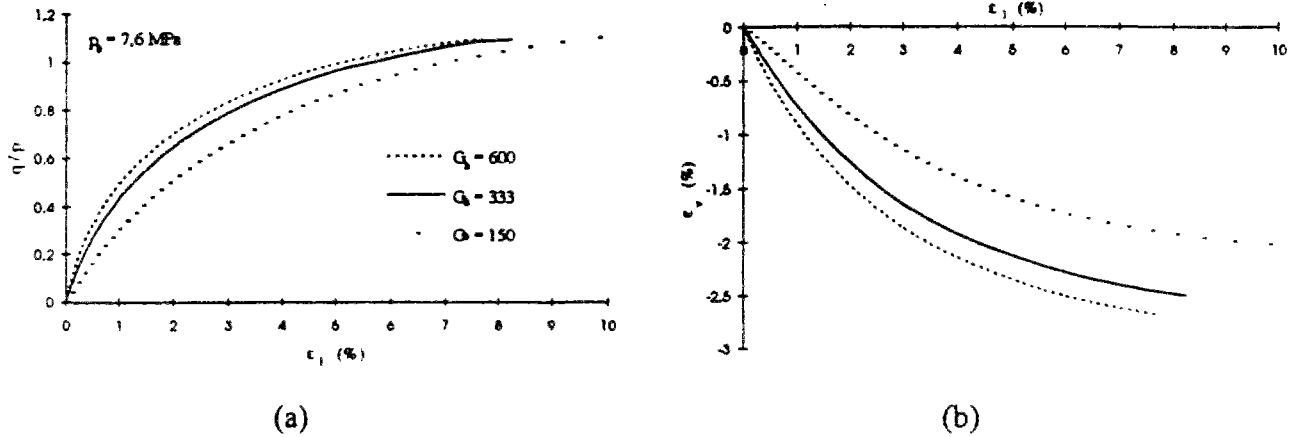


Figure 3.10 Influence du module de cisaillement  $G_h$  sur la simulation de l'essai de compression à l'appareil triaxial (a) en diagramme  $\varepsilon_1$ - $q/p$  (b) en diagramme  $\varepsilon_1$ - $\varepsilon_v$  (Modèle Cam-Clay modifié avec l'hypothèse d'élasticité non-linéaire H5).

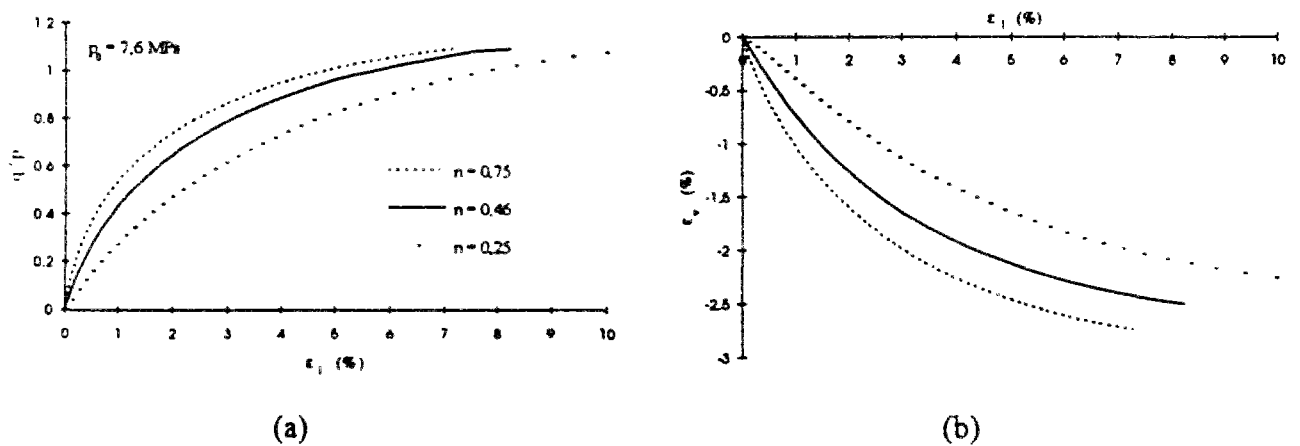


Figure 3.11 Influence du paramètre  $n$  sur la simulation de l'essai de compression à l'appareil triaxial (a) en diagramme  $\varepsilon_1$ - $q/p$  (b) en diagramme  $\varepsilon_1$ - $\varepsilon_v$  (Modèle Cam-Clay modifié avec l'hypothèse d'élasticité non-linéaire H5).

Cette étude de sensibilité aux paramètres, correspondant aux hypothèses d'élasticité non-linéaire, a été effectuée dans le but d'améliorer la simulation des résultats d'essais. Les principaux résultats obtenus sont résumés dans les tableaux 3.6 (page suivante).

Tableau 3.6 Etude de sensibilité aux paramètres correspondant aux différentes hypothèses élastiques considérées.

Relations		$\varepsilon_1 - q/p$	$\varepsilon_1 - \varepsilon_v$
Elasticité linéaire		variation de $\varepsilon_1$ à $q/p$ donnée	variation de $\varepsilon_v$ à $\varepsilon_1$ donnée
E		↓	↓
$\nu$		—	↓
Elasticité non-linéaire		variation de $\varepsilon_1$ à $q/p$ donnée	variation de $\varepsilon_v$ à $\varepsilon_1$ donnée
H1	G	↓	↑
H2	$\nu$	↑	↓
H3	$G_0$	↓	↑
H4	$G_n$	↓	↑
	C	—	↑
H5	$G_h$	↓	↑
	n	↓	↑

On a représenté l'influence des paramètres sur les modèles non-linéaires de manière qualitative, en utilisant les symboles suivants afin de caractériser le résultat obtenu pour une augmentation du paramètre considéré :

- pas de l'influence
- ↑ faible augmentation
- ↓ faible diminution
- ↑ forte augmentation
- ↓ forte diminution

### 3.6 Conclusions

Le logiciel LOIS-LCPC a été modifié dans le cadre de notre étude, pour y introduire les lois de comportement non-linéaires décrites au chapitre précédent.

Ce logiciel a été utilisé, dans un deuxième temps, pour étudier la sensibilité du modèle Cam-Clay modifié et des différentes hypothèses d'élasticité non-linéaire considérées aux paramètres permettant de les caractériser.

Nous nous sommes placés dans le cas de la simulation d'un essai de compression à l'appareil triaxial, à partir du modèle Cam-Clay modifié, et nous avons considéré les différentes variantes d'élasticité correspondant à l'élasticité linéaire et à l'une des hypothèses d'élasticité non-linéaire H1, H2, H3, H4 et H5 décrites précédemment.

Les différentes expressions des incréments de déformations élastiques (hypothèses d'élasticité linéaire et non-linéaire) et plastique (modèles Cam-Clay) sur la simulation d'un essai de compression à l'appareil triaxial ont été établies.

Les résultats obtenus pour la sensibilité aux paramètres correspondant aux hypothèses d'élasticité linéaire et non-linéaire sont résumés dans les tableaux 3.6, l'étude de simulation aux paramètres du modèle Cam-Clay modifié étant décrite dans l'annexe A.

Cette étude montre que la variation du module de cisaillement  $G$  a une influence considérable sur la simulation de l'essai, tant en diagrammes  $\varepsilon_1$ - $q/p$  qu'en diagramme  $\varepsilon_1$ - $\varepsilon_v$ .

## **PARTIE III**

### **MODELISATION DU CREUSEMENT D'UN TUNNEL – INFLUENCE DE LA LOI DE COMPORTEMENT**

#### **INTRODUCTION**

La présente partie concerne l'étude de l'influence des lois de comportement non-linéaires sur la modélisation du creusement d'une galerie à section circulaire. Elle comporte deux chapitres principaux :

- ❑ le chapitre 4 présente la méthode de calcul employée ; l'analyse a été effectuée à l'aide du code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC, en utilisant la méthode convergence-confinement ;
- ❑ le chapitre 5 décrit, d'une part, la programmation des lois de comportement non-linéaires présentées au chapitre précédent dans le code CESAR-LCPC, et d'autre part, l'analyse, à partir de ce code de calcul, de la réponse du massif induite par le creusement d'un tunnel ; les résultats ont été analysés tant du point de vue des distributions de contraintes et déplacements induites dans le terrain, que de celui des chemins de contraintes suivis en différentes positions du massif encaissant.





## **Chapitre 4**

### **CALCULS DE TUNNELS PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS**

#### **4.1 Introduction**

La méthode des éléments finis permet d'effectuer le calcul d'ouvrages en géotechnique en tenant compte de la complexité du problème et notamment de la non-linéarité du comportement du terrain.

Plus récemment, l'introduction de la méthode convergence-confinement (Panet et Guellec, 1974 ; Panet, 1976 ; A.F.T.E.S, 1979 et 1983) a permis d'améliorer les moyens de calcul, en autorisant une simulation plus fidèle du processus d'interaction sol-structure associé au creusement d'un tunnel. Cette méthode, qui peut être mise en oeuvre de manière analytique pour le cas idéal d'un tunnel circulaire dans un massif de comportement linéaire élastique, nécessite l'usage de moyens plus élaborés tels que la méthode des éléments finis pour le calcul de situations plus complexes.

Dans le présent chapitre, nous donnons une description du code de calcul par élément finis CESAR-LCPC, qui sera utilisé dans notre étude et plus particulièrement du sous-programme LAM, introduit dans CESAR-LCPC pour permettre l'application progressive des efforts d'excavation correspondant à l'avancement du front de taille.

#### **4.2 Présentation du problème mécanique et description de la méthode convergence-confinement**

La construction d'un tunnel peut généralement être analysée, du point de vue mécanique comme un problème d'interaction sol-structure, les principales opérations consistant généralement à excaver du terrain et mettre en place un ouvrage de soutènement.

Les principaux facteurs à prendre en compte dans la modélisation sont : l'état initial des contraintes et la position de la nappe, la géométrie de l'excavation et sa profondeur, le comportement mécanique du massif et du soutènement, l'interaction entre massif et soutènement, la vitesse d'avancement du front de taille et le délai de pose du soutènement.

Les principales difficultés mécaniques rencontrées dans les calculs sont : la prise en compte de la géométrie tridimensionnelle du problème, la simulation précise des différentes

étapes de construction, la prise en compte des particularités de comportement du terrain. C'est à ce dernier aspect que nous intéresserons dans le cadre de cette étude ; plusieurs types de comportement seront envisagés pour le massif : élastique linéaire et non-linéaire, élastoplastique parfait et élastoplastique avec écrouissage.

Le creusement d'une galerie perturbe l'état initial d'équilibre du massif et provoque des déplacements dans le terrain. Ces déplacements s'amorcent en avant du front de taille et augmentent à mesure que le front de taille de la galerie progresse. L'étude des champs de déplacements et contraintes à proximité du front de taille, au moyen de modèles numériques tridimensionnels, est généralement délicate en raison du temps nécessaire aux calculs et des problèmes rencontrés dans le traitement et l'analyse des résultats. C'est pourquoi des approches ont été développées pour pouvoir effectuer les calculs en géométrie plane (section transversale) tout en tenant compte des effets tridimensionnels ; c'est le cas notamment de la méthode convergence-confinement, introduite par Panet et Guellec (1973) et couramment utilisée pour le calcul des ouvrages souterrains. Les développements qui suivent seront effectués à l'aide de cette technique.

#### 4.2.1 Présentation de la méthode convergence-confinement

Dans le cas d'une galerie circulaire creusée dans un massif homogène soumis à un champ de contraintes initiales isotropes égales à  $\sigma^0$ , on peut montrer que la proximité du front est analytiquement équivalente, du point de vue mécanique (figure 4.1), à l'application d'une pression de soutènement fictive sur les parois de la galerie égale à une fraction  $(1 - \lambda) \sigma^0$  de la contrainte initiale (Panet, 1976 ; A F T E S , 1983) ,  $\lambda$  porte le nom de taux de deconfinement. Le système de coordonnées cylindrique est utilisé dans cette étude (figure 4.2).

- (1) *état initial* ( $\lambda = 0$ ) : l'état initial en avant du front et à une distance suffisante pour négliger son influence correspond à  $\lambda = 0$ . Les contraintes sont alors égales à

$$\sigma_r = \sigma_\theta = \sigma^0 \quad (4-1a)$$

$$\tau_{r\theta} = 0 \quad (4-1b)$$

- (2) *zone d'influence du front de taille* ( $0 < \lambda < 1$ ) : on peut alors écrire

$$\Delta\sigma_r = -\lambda\sigma^0\left(\frac{R}{r}\right)^2 \quad (4-2a)$$

$$\Delta\sigma_\theta = \lambda\sigma^0\left(\frac{R}{r}\right)^2 \quad (4-2b)$$

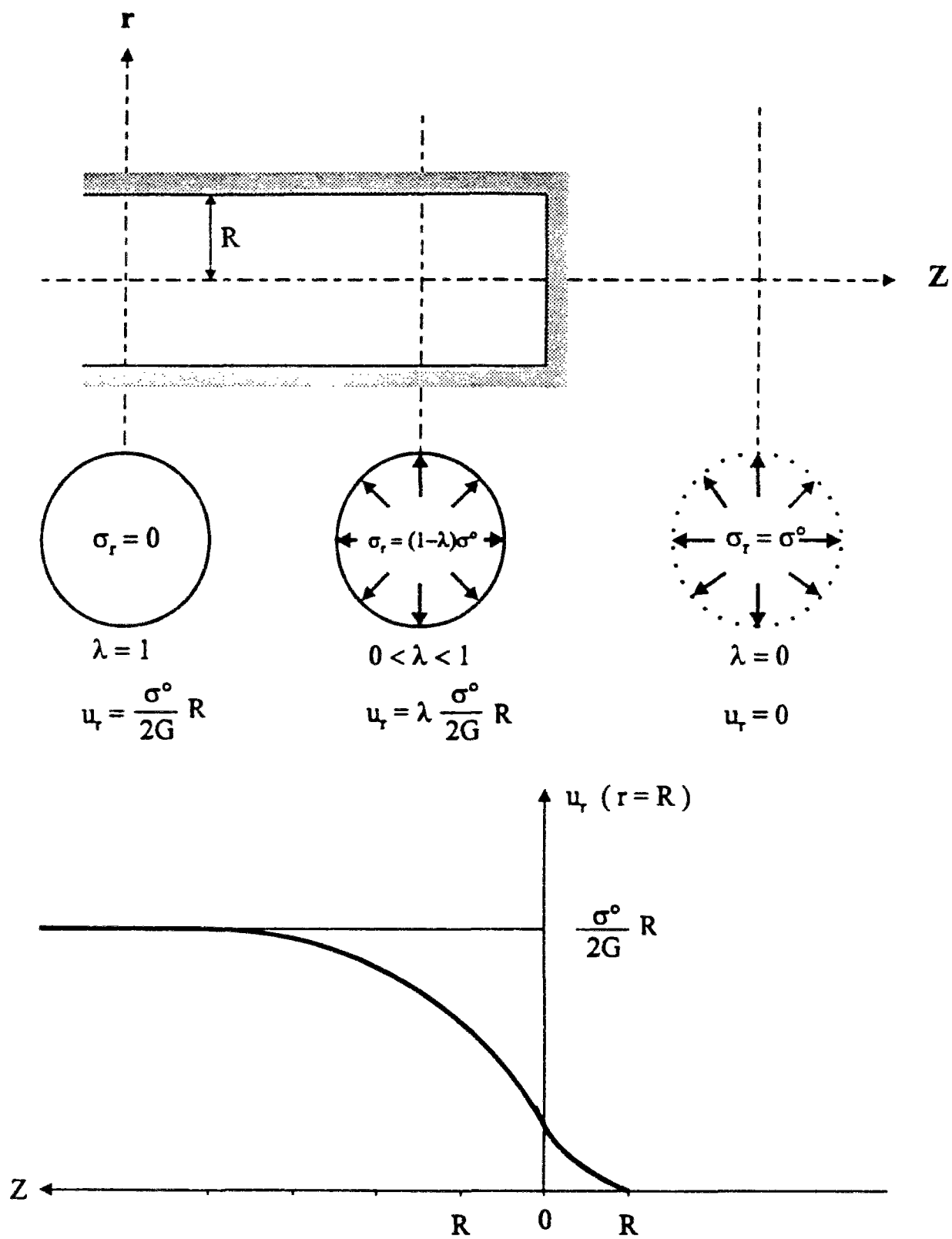


Figure 4.1 Méthode convergence-confinement (d'après Panet, 1976).

$$\Delta\tau_{r\theta} = 0 \quad (4-2c)$$

(3) *état final* ( $\lambda = 1$ ) : les contraintes de l'état final sont représentées par les équations suivantes :

$$\sigma_f = \sigma_i + \Delta\sigma \quad (4-3a)$$

soit

$$(\sigma_r)_f = (\sigma_r)_i + \Delta\sigma_r = \left[ 1 - \left( \frac{R}{r} \right)^2 \right] \sigma^0 \quad (4-3b)$$

$$(\sigma_\theta)_f = (\sigma_\theta)_i + \Delta\sigma_\theta = \left[ 1 + \left( \frac{R}{r} \right)^2 \right] \sigma^0 \quad (4-3c)$$

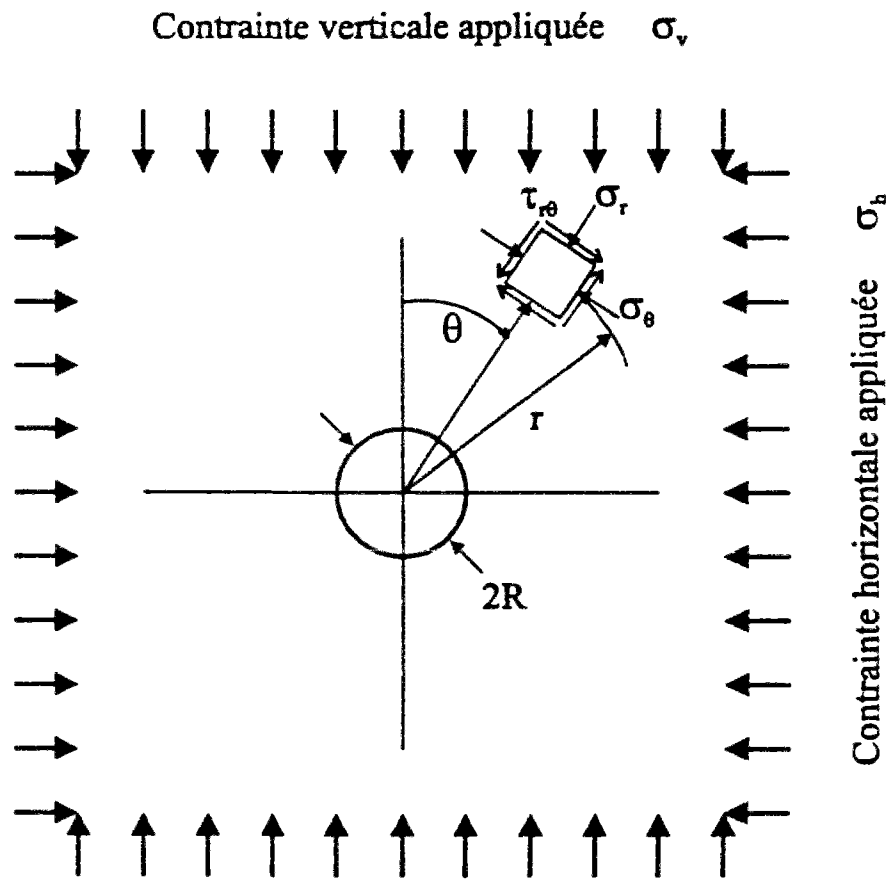


Figure 4.2 Galerie circulaire en déformation plane dans un milieu isotrope.

La progression du front de taille est modélisée en faisant croître  $\lambda$  de 0 à 1. Pour un milieu linéaire élastique isotrope, la distribution du déplacement radial  $u_r$  est donnée par la relation :

$$u_r = \lambda \frac{\sigma^0 R^2}{2G r} \quad (4-4a)$$

soit sur le bord de la galerie ( $r = R$ )

$$u_r(r = R) = \lambda \frac{\sigma^0}{2G} R \quad (4-4b)$$

La courbe représentant la réponse de terrain porte le nom de courbe caractéristique du terrain ou courbe de convergence (figure 4.3). Le soutènement est installé à une distance  $d$  derrière le front de taille. La courbe de mise en charge progressive du soutènement est indiquée sur la figure 4.3. le chargement s'amorce pour un taux de déconfinement  $\lambda = \lambda_d$  (correspond à une distance  $d$  par rapport au front de taille). Cette courbe porte le nom de courbe de confinement ; elle est représentée sur la figure 4.3, dans le cas d'un comportement linéaire élastique du soutènement, mais son allure peut différer en fonction des caractéristiques mécaniques du soutènement. A mesure que le front progresse, une part croissante du chargement du terrain est transmise au soutènement. L'équilibre est atteint lorsque la totalité du chargement à reprendre est appliquée au soutènement (le point E de la figure 4.3). Cette méthode introduite à l'origine pour un comportement linéaire élastique isotrope du terrain et du soutènement a été étendue par la suite à d'autres types de comportement (Panet, 1976)

#### 4.2.2 Cas d'un champ de contraintes initiales anisotropes

Pour le cas où les contraintes initiales sont anisotropes ( $K_0 = \frac{\sigma_h^0}{\sigma_v^0} \neq 1$  ;  $\sigma_v^0$  et  $\sigma_h^0$  représentant les contraintes initiales verticale et horizontale dans le terrain), on peut écrire pour les différentes étapes de progression du front de taille :

(1) état initial ( $\lambda = 0$ ) :

$$\sigma_r = \frac{\sigma_v^0}{2} [(1 + K_0) + (1 - K_0) \cos 2\theta] \quad (4-5a)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_v^0}{2} [(1 + K_0) - (1 - K_0) \cos 2\theta] \quad (4-5b)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\sigma_v^0}{2} (1 - K_0) \sin 2\theta \quad (4-5b)$$

(2) zone d'influence du front de taille ( $0 < \lambda < 1$ ) : on peut alors écrire :

$$\Delta\sigma_r = -\frac{\lambda\sigma_v^0}{2} \left\{ (1+K_0)\left(\frac{R}{r}\right)^2 + (1-K_0)\left[4\left(\frac{R}{r}\right)^2 - 3\left(\frac{R}{r}\right)^4\right] \cos 2\theta \right\} \quad (4-6a)$$

$$\Delta\sigma_\theta = \frac{\lambda\sigma_v^0}{2} \left\{ (1+K_0)\left(\frac{R}{r}\right)^2 + (1-K_0)\left[2 + 3\left(\frac{R}{r}\right)^4\right] \cos 2\theta \right\} \quad (4-6b)$$

$$\Delta\tau_{r\theta} = -\frac{\lambda\sigma_v^0}{2} (1-K_0) \left[ 2\left(\frac{R}{r}\right)^2 - 3\left(\frac{R}{r}\right)^4 \right] \sin 2\theta \quad (4-6c)$$

(3) état final ( $\lambda = 1$ ) :

$$\sigma_r = -\frac{\sigma_v^0}{2} \left\{ (1+K_0)\left[1 - \left(\frac{R}{r}\right)^2\right] + (1-K_0)\left[1 - 4\left(\frac{R}{r}\right)^2 + 3\left(\frac{R}{r}\right)^4\right] \cos 2\theta \right\} \quad (4-7a)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_v^0}{2} \left\{ (1+K_0)\left[1 + \left(\frac{R}{r}\right)^2\right] + (1-K_0)\left[1 + 3\left(\frac{R}{r}\right)^4\right] \cos 2\theta \right\} \quad (4-7b)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\sigma_v^0}{2} (1-K_0) \left[ 1 + 2\left(\frac{R}{r}\right)^2 - 3\left(\frac{R}{r}\right)^4 \right] \sin 2\theta \quad (4-7c)$$

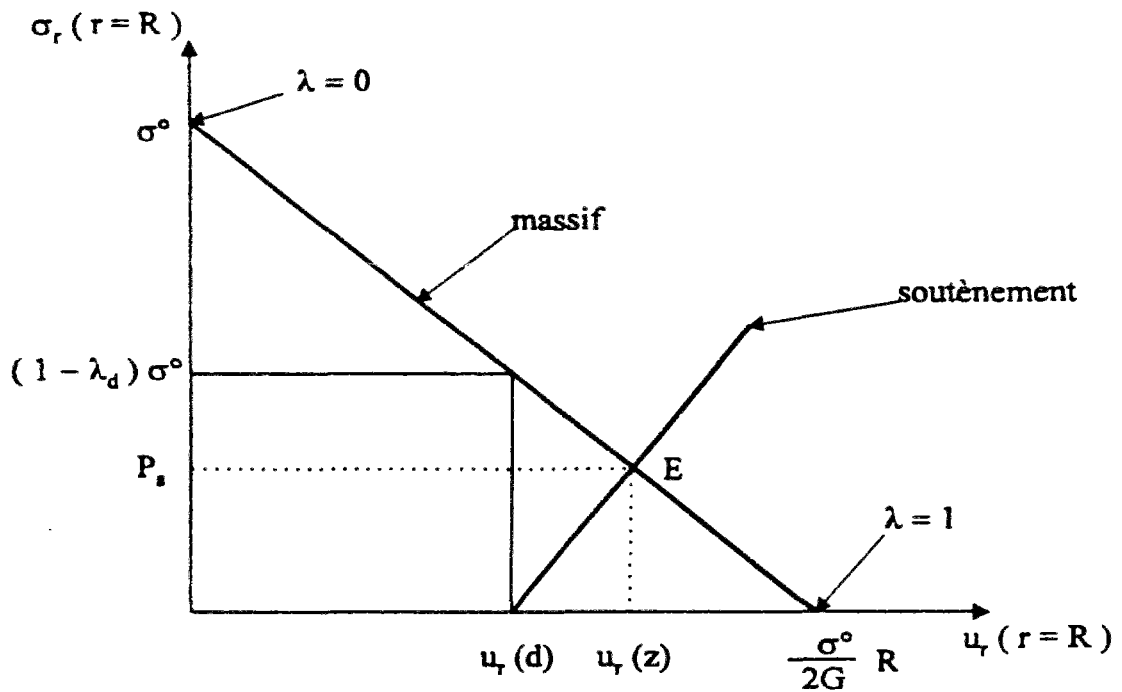


Figure 4.3 Principe de la méthode convergence - confinement (comportement élastique linéaire isotrope du massif et du soutènement).

Pour une valeur  $\lambda$ , du taux de déconfinement, les déplacements sont calculés par intégration des relations contrainte-déformation :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \left( u_r + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right) \end{Bmatrix} = \frac{1}{2G} \begin{bmatrix} 1-\nu & -\nu \\ -\nu & 1-\nu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\sigma_r \\ \Delta\sigma_\theta \end{Bmatrix} \quad (4-8a)$$

d'où

$$u_r = \frac{\lambda r \sigma_v}{4G} \left\{ (1+K_0) \left( \frac{R}{r} \right)^2 - (1-K_0) \left[ \left( \frac{R}{r} \right)^4 - 4(1-\nu) \left( \frac{R}{r} \right)^2 \right] \cos 2\theta \right\} \quad (4-8b)$$

$$u_\theta = -\frac{\lambda r \sigma_v}{4G} (1-K_0) \left[ \left( \frac{R}{r} \right)^4 + 2(1-2\nu) \left( \frac{R}{r} \right)^2 \right] \sin 2\theta \quad (4-8c)$$

soit pour les déplacements sur le bord de la galerie ( $r = R$ ) :

$$u_r(r = R) = \frac{\lambda R \sigma_v}{4G} \left[ (1+K_0) + (1-K_0)(3-4\nu) \cos 2\theta \right] \quad (4-9a)$$

$$u_\theta(r = R) = -\frac{\lambda R \sigma_v}{4G} (1-K_0)(3-4\nu) \sin 2\theta \quad (4-9b)$$

En ce qui concerne l'influence de  $K_0$ , les résultats obtenus sont donnés sur les figures 4.4 et 4.5

La figure 4.4 représente les variations de  $u_r$  pour  $\theta = 0^\circ, 45^\circ$  et  $90^\circ$  en fonction de  $K_0$  dans le cas  $\lambda = 1$  et  $\nu = 0,3$ . Ces résultats mettent en évidence l'influence de  $K_0$  sur le déplacement radial du massif autour de la galerie

Cette influence est également mise en évidence sur la figure 4.5, qui représente les variations de  $u_r$  en fonction de  $\theta$  pour  $K_0 = 0,5, 1,0$  et  $1,5$  (dans le cas  $\lambda = 1$  et  $\nu = 0,3$ ).



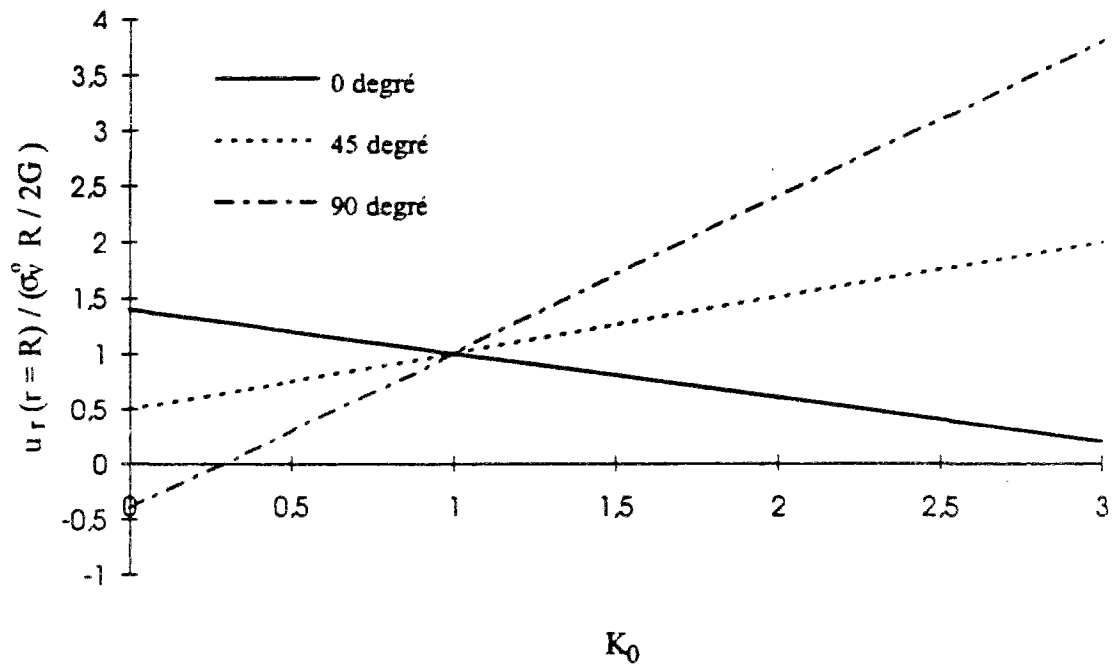


Figure 4.4 Variations de  $u_r(r=R)$  en fonction de  $K_0$  pour  $\theta = 0^\circ, 45^\circ$  et  $90^\circ$   
( $\lambda = 1$  et  $\nu = 0,3$ ).

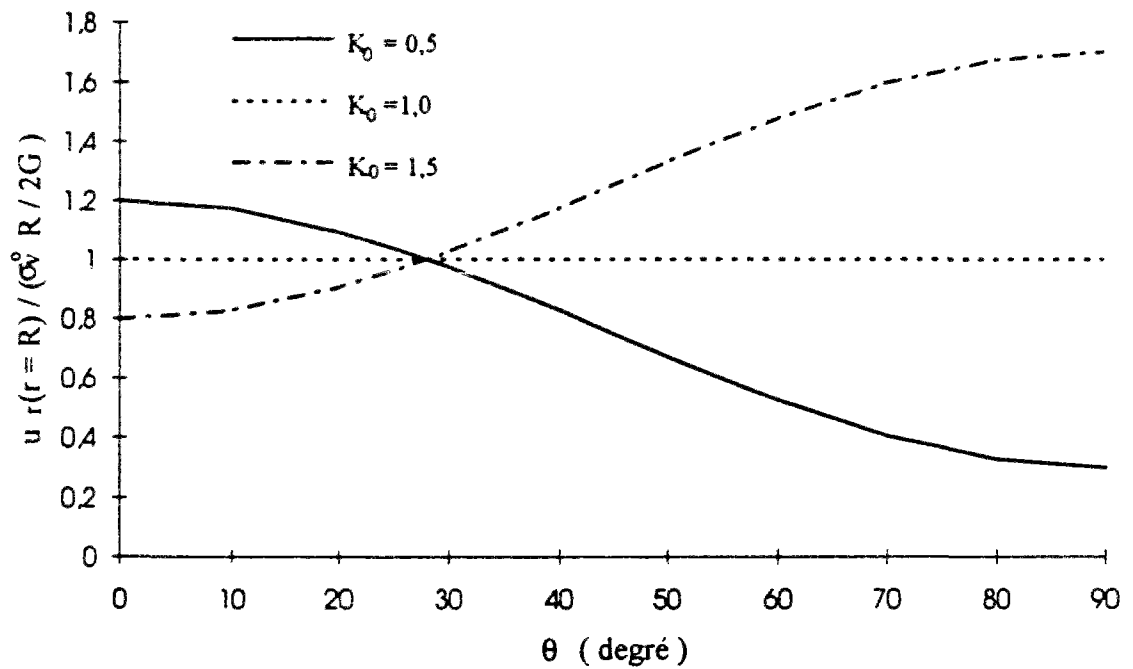


Figure 4.5 Variations de  $u_r(r=R)$  en fonction de  $\theta$  pour  $K_0 = 0,5, 1,0$  et  $1,5$   
( $\lambda = 1$  et  $\nu = 0,3$ ).

### 4.3 Description du code de calcul CESAR-LCPC

Le code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC est un progiciel développé au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, pour la résolution des problèmes de génie civil et de génie industriel : calcul de structures, mécanique des sols et roches, hydrogéologie, etc. (Humbert, 1989).

CESAR-LCPC se compose d'un pré-processeur MAX, d'un programme de calcul CESAR et d'un post-processeur PEGGY. Ces différents programmes communiquent entre eux par l'intermédiaire d'une base de données propre à l'étude considérée (figure 4.6). Ils sont organisés en modules réalisant chacun une fonction bien déterminée, ce qui facilite la maintenance et l'introduction de nouvelles options dans le code.

La réalisation d'un calcul à l'aide du code CESAR-LCPC se traduit en général par l'enchaînement des étapes suivantes :

- (1) utilisation du pré-processeur MAX pour la génération du jeu de données employées par CESAR (maillages, lois de comportement etc.) ;
- (2) lancement du programme de calcul CESAR, qui effectue la résolution numérique du problème étudié ;
- (3) utilisation du post-processeur PEGGY pour l'interprétation des résultats sur écran et la réalisation des sorties graphiques.

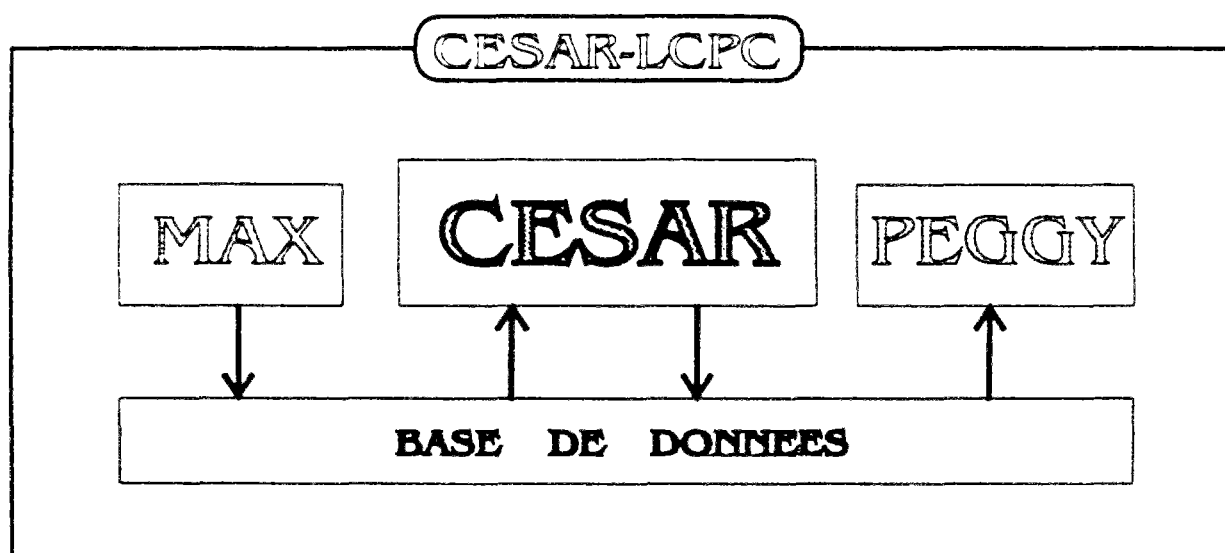


Figure 4 6 Organisation du code de calcul CESAR-LCPC.

#### **4.3.1 Pré-processeur MAX**

Le pré-processeur MAX est un outil interactif graphique qui permet de constituer les données nécessaires au programme de calcul CESAR, à savoir le maillage et le jeu de données.

Les principales fonctions réalisées par MAX sont :

- ♦ génération d'éléments bidimensionnels et tridimensionnels ;
- ♦ renumérotation ;
- ♦ préparation des données du calcul (par exemple choix du type de calcul, caractéristiques mécaniques, conditions aux limites, chargements etc.).

#### **4.3.2 Programme de calcul CESAR**

Le code de calcul CESAR est un programme de résolution numérique basé sur la méthode des éléments finis qui se compose de plusieurs modules d'exécution spécialisés chacun dans la résolution d'un type de problème. Chaque module est caractérisé par un mot clé de quatre lettres. On peut distinguer des modules d'exécution :

- ♦ **CSLI** : résolution d'un problème de consolidation de matériaux élastiques linéaires ;
- ♦ **LINE** : résolution d'un problème mécanique en élasticité linéaire ;
- ♦ **NAPP** : calcul de nappe aquifère multicouche en régime permanent ou transitoire ;
- ♦ **MCNL** : résolution d'un problème de mécanique en comportement non-linéaire ;
- ♦ **TACT** : résolution d'un problème de contact entre solides élastiques ;
- ♦ **TCNL** : résolution d'un problème de contact entre solides élastoplastiques, etc.

et des modules de gestion des données :

- ♦ **COOR** : lecture des coordonnées des noeuds du maillage ;
- ♦ **ELEM** : lecture des liaisons entre les noeuds (numérotation des éléments) et des propriétés matricielles des éléments (caractéristiques mécaniques) ;
- ♦ **COND** : lecture des conditions aux limites ;
- ♦ **CHAR** : lecture de l'ensemble des sollicitations (force ponctuelle, contrainte initiale et pression imposée, etc.)
- ♦ **IMPR** : impressions souhaitées dans la liste des résultats.

Le programme principal CESAR assure l'exécution des modules sous le contrôle de l'utilisateur en appelant les sous-programmes correspondants. Un jeu de données de CESAR est ainsi constitué d'une suite de mots clé. La résolution d'un problème de comportement élastoplastique se traduit par un enchaînement du type suivant :

**COOR → ELEM → COND → CHAR → MCNL**

Selon la loi de comportement utilisée, la dimension et la géométrie du problème traité, les éléments sont regroupés par familles. Par exemple :

- **Famille 1** : éléments isoparamétriques bidimensionnels de type déplacement;
- **Famille 2** : éléments isoparamétriques tridimensionnels de type déplacement, etc

Plusieurs lois de comportement sont disponibles. Par exemple :

- **Critère 1** : élasticité linéaire isotrope ;
- **Critère 2** : élasticité linéaire orthotrope ;
- **Critère 10** : élastoplasticité, critère de Mohr-Coulomb ;
- **Critère 11** : élastoplasticité, critère de Von Mises sans écrouissage ;
- **Critère 13** : élastoplasticité, critère de Drucker-Prager sans écrouissage ;
- **Critère 18** : élastoplasticité avec écrouissage , modèle Cam-Clay modifié, etc.

#### **4.3.3 Post-processeur PEGGY**

Le post-processeur PEGGY est un outil interactif graphique. Il permet, par visualisation sur écran graphique, une analyse rapide des résultats des calculs effectués par CESAR, ainsi que des sorties sur traceur pour la constitution des rapports d'étude.

Les principales fonctions réalisées par PEGGY sont :

- gestion de la base des données caractéristiques de l'étude ;
- définition de vues ;
- dessin du maillage ,
- tracé de déformées ,
- représentation des résultats obtenus (contraintes, gradients et déplacements) ;
- tracé de courbes ou zones d'isovaleurs ;
- tracé de profils de paramètres suivant des coupes.

#### 4.4 Description du module LAM pour la méthode convergence-confinement

Le module d'exécution LAM (Humbert et Piau, 1990) permet le calcul des efforts d'excavation pour la simulation de l'excavation de terrain à l'aide du code de calcul CESAR-LCPC. Ces efforts peuvent être pondérés par le taux de déconfinement  $\lambda$  pour simuler la progression du creusement dans des calculs plans (Panet, 1976).

Considérons ainsi le cas d'un tunnel à section circulaire à axe horizontal creusé dans un massif homogène isotrope élastique. On suppose que le tunnel est suffisamment profond pour admettre que les contraintes initiales, isotropes ( $\sigma_h^0 = \sigma_v^0 = \sigma^0$  et  $\tau_{hv}^0 = 0$ ) ou anisotropes ( $\sigma_h^0 = K_0 \sigma_v^0$  et  $\tau_{hv}^0 = 0$ ), sont constantes. Cette hypothèse néglige l'influence de la pesanteur autour du tunnel.

Il est possible à partir de modèles numériques tridimensionnels (Panet et Guellec, 1974), d'étudier la variation de la composante radiale du déplacement  $u_r(z)$  de l'intrados du tunnel en fonction de la distance  $z$  au front de taille (figure 4.1). On peut écrire de manière générale :

$$u_r(z) = \lambda(z) u_r(z \rightarrow \infty) \quad (4-10)$$

Pour le choix du taux de déconfinement, on pourra se reporter aux recommandations de l'A.F.T.E.S. (1983) ou utilise l'expression suivante, qui constitue une bonne approximation de la courbe de la figure 4.1 (Humbert et Piau, 1990) :

$$\lambda(z) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \text{th} \left( \frac{1}{3} - \frac{z}{D} \right) \right] \quad (4-11)$$

th désignant la tangente hyperbolique, D le diamètre du tunnel et  $z$  la distance de la section considérée au front de taille.

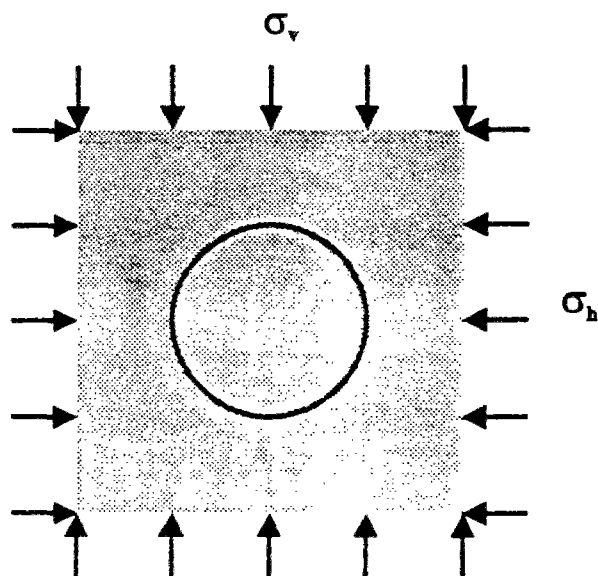
Le déplacement radial  $u_r$  est celui que l'on obtiendrait en déformation plane en exerçant à l'intrados du tunnel une pression égale à  $(1 - \lambda) \sigma^0$ . On peut donc considérer que la proximité du front de taille limite dans une section donnée les déplacements radiaux, et que cette action du front de taille est équivalente à une pression de soutènement fictive égale à  $(1 - \lambda) \sigma^0$ . Ceci revient dans un processus incrémental de chargement utilisant le module LAM dans le code CESAR-LCPC, à appliquer des forces de déconfinement égales à  $(-\lambda \sigma^0)$  (figure 4.7).

La figure 4.7 présente les différentes étapes de la simulation du creusement d'un tunnel, :

- détermination de l'état de contrainte initiale (figure 4.7a) ;
- application des forces fictives destinées à simuler le déconfinement du front de taille avant l'installation du soutènement (figure 4.7b) ;
- mise en place du soutènement et application du complément d'efforts d'excavation (figure 4.7c).

Les figures 4.8 et 4.9 donnent des exemples de calcul des distributions de contrainte et déplacement autour d'une galerie circulaire en milieu homogène élastique dans le cas isotrope (figure 4.8) et pour  $K_0 = 0,5$  (figure 4.9).

Ces figures mettent en évidence l'influence du taux de déconfinement  $\lambda$  sur la réponse du massif encaissant. Les calculs ont été effectuée pour un comportement élastique linéaire avec un module d'Young  $E = 300$  MPa et un coefficient de Poisson  $\nu = 0,3$ . Les résultats sont présentés sous la forme de diagrammes donnant  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$  et  $u_r$  en fonction de  $r$  pour trois valeurs de  $\lambda$  : 0,1 , 0,5 et 1,0.



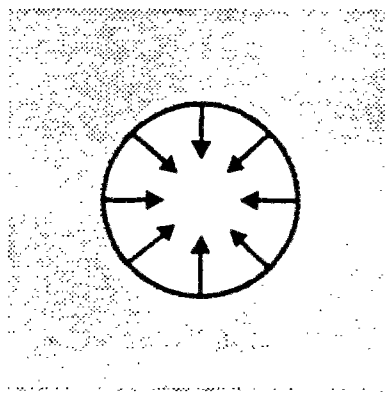
(a) Champ de contraintes initiales (état initial,  $\lambda = 0$ ).

Pression de soutènement fictive "in-situ" :

$$\sigma_r = \sigma^0$$

Forces de surface "appliquées dans CESAR-LCPC" :

$$\sigma_r = 0$$



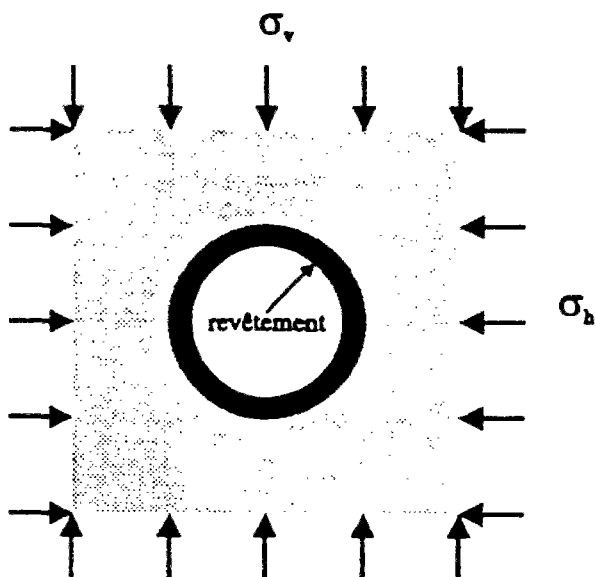
(b) Application des forces fictives sur les surfaces excavées ( $0 < \lambda < 1$ ).

Pression de soutènement fictive "in-situ" :

$$\sigma_r = (1 - \lambda)\sigma^0$$

Forces de surface "appliquées dans CESAR-LCPC" :

$$\sigma_r = (-\lambda)\sigma^0$$



(c) Galerie achevée (état final,  $\lambda = 1$ ).

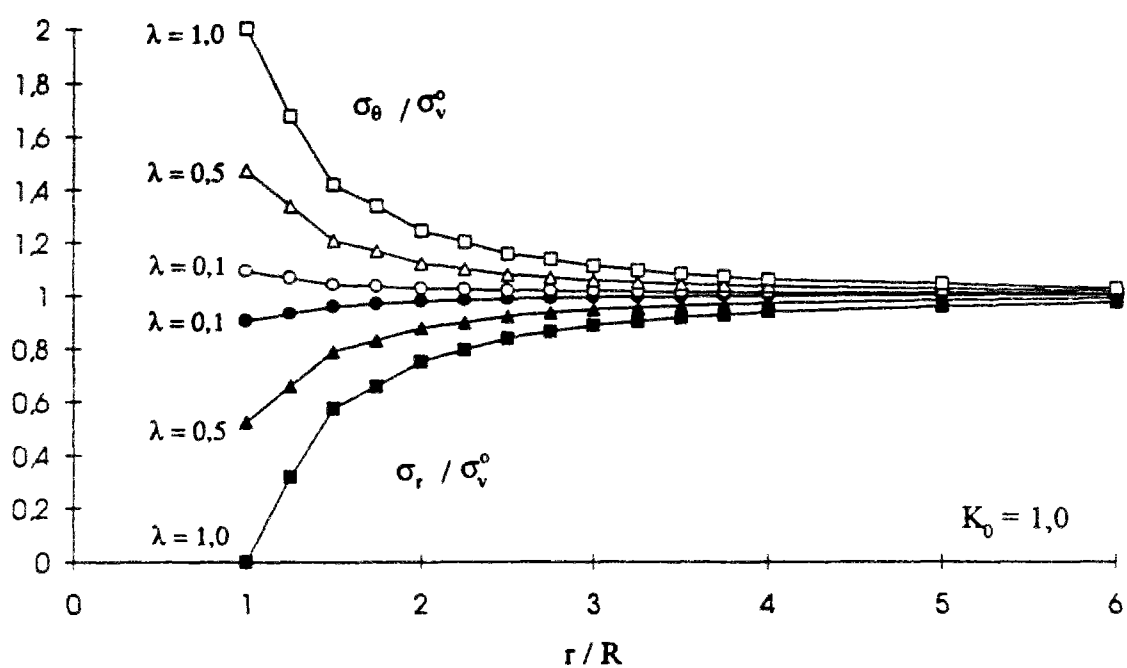
Pression de soutènement fictive "in-situ" :

$$\sigma_r = 0$$

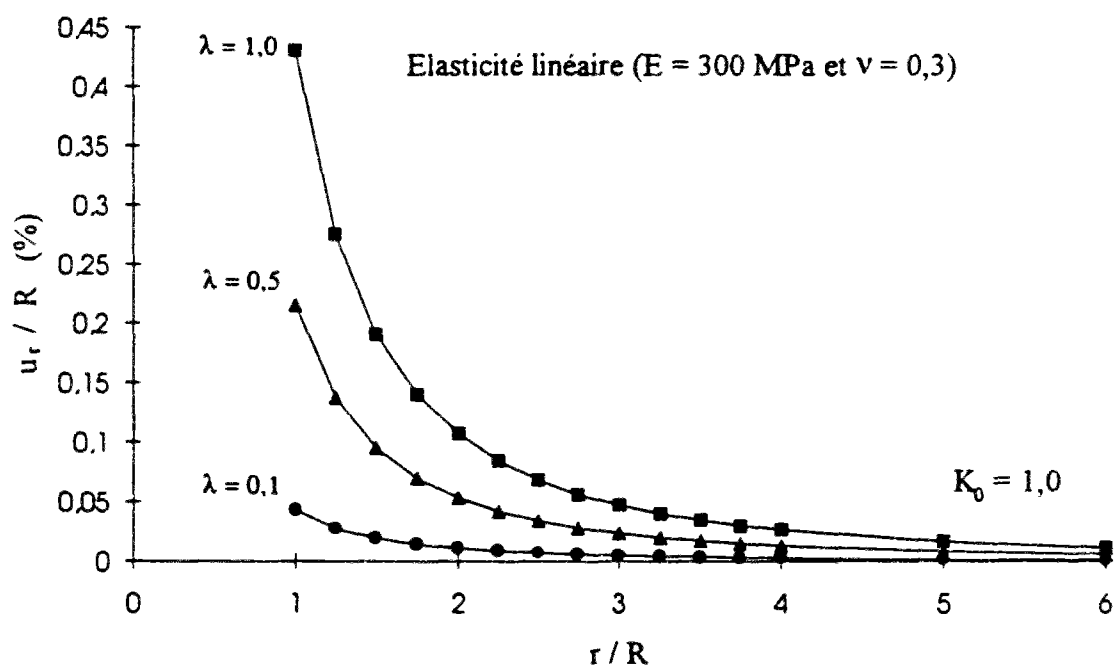
Forces de surface "appliquées dans CESAR-LCPC" :

$$\sigma_r = -\sigma^0$$

Figure 4.7 Schéma de la modélisation d'excavation souterraine.



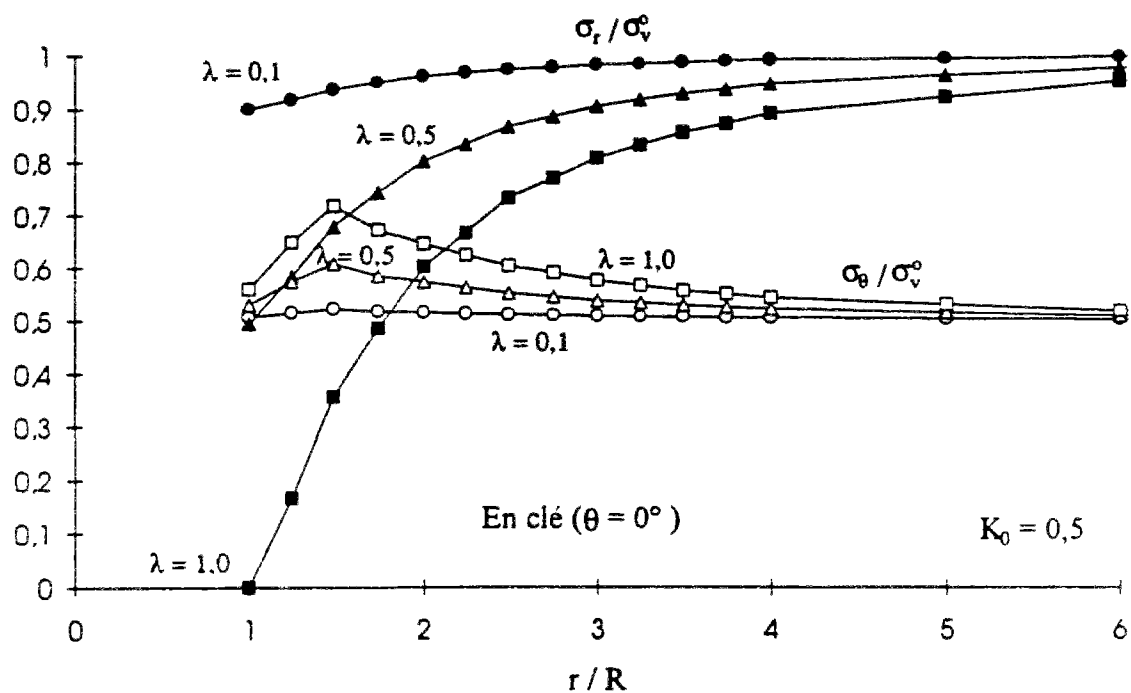
(a)



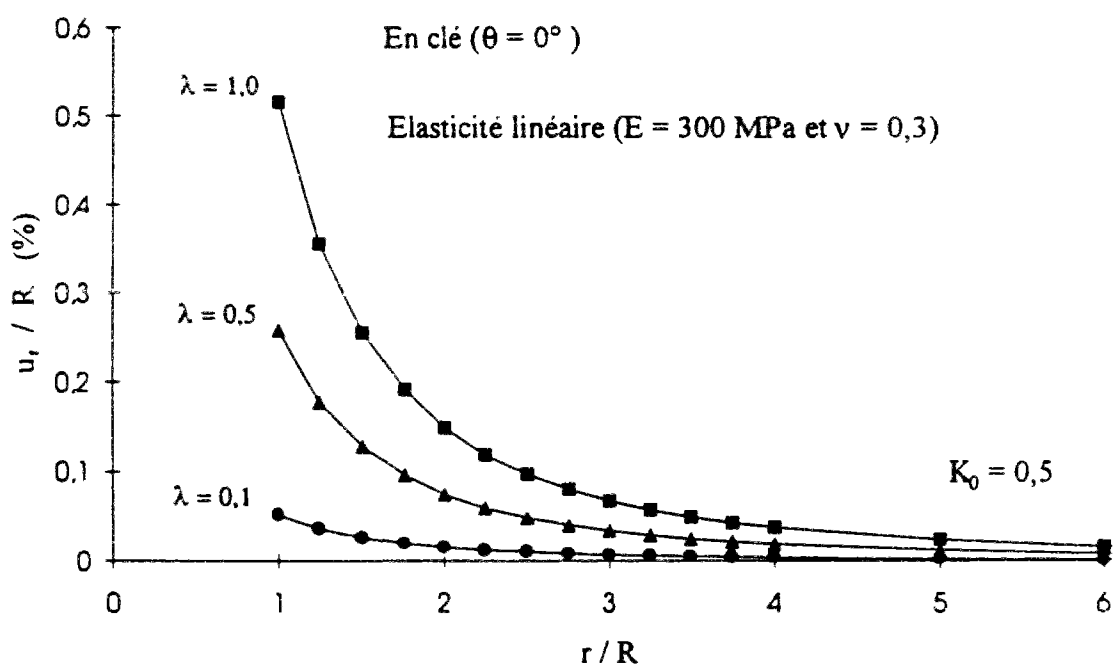
(b)

Figure 4.8 Distributions de (a) contraintes radiale et tangentielle et de (b) déplacements radiaux en fonction de la distance à l'axe du tunnel par différentes valeurs de  $\lambda$  (cas où  $K_0 = 1,0$ ).





(a)



(b)

Figure 4.9 Distributions de (a) contraintes radiale et tangentielle et de (b) déplacements radiaux en fonction de la distance à l'axe du tunnel par différentes valeurs de  $\lambda$  (cas où  $K_0 = 0,5$ ).

## Chapitre 5

### INFLUENCE DE LA LOI DE COMPORTEMENT DU TERRAIN SUR LE CALCUL DU CREUSEMENT D'UN TUNNEL

#### 5.1 Introduction

Le présent chapitre concerne, d'une part, la programmation des modèles décrits aux chapitres précédents et implantés dans le code de calcul CESAR-LCPC, et d'autre part, l'application de ces modèles au calcul en déformations planes du creusement d'une galerie circulaire dans un milieu homogène isotrope caractérisé par un comportement élastique linéaire, élastique non-linéaire ou élastoplastique.

Dans un premier temps, nous présentons le sous-programme d'exécution MCNL (Mécanique en Comportement Non-linéaire) du code de calcul par élément finis CESAR-LCPC. Ce module permet d'utiliser des lois de comportement du type élastique non-linéaire ou du type élastoplastique avec écrouissage isotrope à un ou deux mécanismes plastiques. Nous décrivons également l'introduction de lois de comportement non-linéaires dans le module MCNL en particulier les modèles hyperélastiques et les modèles hyperboliques.

Dans un deuxième temps, les lois introduites dans le module MCNL ont été appliquées à la détermination des champs de contrainte et de déplacement autour d'une galerie circulaire creusée dans un milieu homogène isotrope élastique et élastoplastique.

Nous nous sommes également intéressés au calcul des contraintes et déformations autour d'une galerie circulaire dans le cas d'un état de contraintes initiales anisotropes. Les résultats ont été analysés en deux différents points du bord de l'excavation : en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) et en piédroits ( $\theta = 90^\circ$ ). Nous avons également considéré deux valeurs du coefficient de pression des terrains au repos :  $K_0 = 0,5$  et  $K_0 = 1,0$

Ce chapitre se termine par une étude des chemins de contrainte suivis par le terrain autour d'une galerie circulaire, destinée à mieux comprendre la réponse du massif sous l'effet de l'excavation.

## 5.2 Présentation des modules permettant le calcul de différentes lois de comportement non-linéaires dans CESAR-LCPC

Le sous-programme **MCNL** (Mécanique en Comportement Non-linéaire) du code CESAR-LCPC est un module d'exécution qui permet d'utiliser des lois de comportement de type élastoplastique avec écrouissage isotrope à un ou deux mécanismes plastiques ou de type élastique non-linéaire (Humbert, 1989).

D'une manière générale, les sous-programmes du code de calcul CESAR-LCPC peuvent être classés selon trois niveaux distincts de programmation (Mestat, 1991) :

**un niveau global** : il s'agit d'un niveau spécifique à l'ensemble du maillage, qui correspond à une étape dans un algorithme de résolution d'un problème de mécanique ou de diffusion, ce niveau est indépendant du type d'élément fini ;

**un niveau élémentaire** : il s'agit d'un niveau dépendant de la nature et du type des éléments finis ; c'est le niveau de calcul et d'assemblage pour un élément fini ,

**un niveau local** : ce niveau correspond au point matériel représenté par un noeud ou par un point d'intégration interne à l'élément fini ; il est, en général, indépendant de la nature et du type des éléments et correspond à l'application de la loi de comportement (détermination du champ de contraintes, actualisation de toutes les quantités non-linéaires à partir d'un accroissement du champ de déformations et de l'histoire de chargement suivi

C'est ce dernier niveau qui sera utilisé pour la programmation de l'élasticité non-linéaire dans CESAR-LCPC

Dans le cas d'un comportement non-linéaire, le passage au point matériel a pour objet non seulement de déterminer un état de contraintes correspondant à un état de déformations par l'application d'une loi de comportement, mais également d'actualiser plusieurs quantités scalaires ou tensorielles selon la forme de la loi

Dans le code de calcul CESAR-LCPC, les lois de comportement sont réparties en différentes classes de lois, la valeur du paramètre **KMOD** (**IMOD**) permettant de sélectionner le sous-programme qui traite les non-linéarités de la classe à laquelle appartient la loi de numero **IMOD**. Les différentes classes de lois prévues sont indiquées dans le tableau 5.1.

Dans le cadre de notre étude, des modifications ont été introduites dans les sous-programmes traitant de l'élastoplasticité à un mécanisme avec élasticité non-linéaire,  $KMOD = 3$ , et de l'élasticité quasi-linéaire de type Duncan,  $KMOD = 7$ . Nous nous sommes limités à des lois élastiques non-linéaires et élastoplastiques à un mécanisme.

La programmation de chaque loi de comportement est effectuée dans un sous-programme particulier qui est géré selon la valeur du paramètre  $IMOD$  par le sous-programme **CRITER** (élastoplasticité à un mécanisme). Pour une loi élastoplastique donnée, identifiée par son numéro  $IMOD$ , le test sur la valeur de  $IMOD$  conduit aux sous programmes **CPLAS1** (si l'élasticité est linéaire) et **CNOLI1** (si l'élasticité est non-linéaire).

Les sous-programmes **CPLAS1** et **CNOLI1** effectuent le calcul des quantités non-linéaires et l'actualisation des champs de contraintes et de déformations plastiques au point matériel ou au point d'intégration. Cependant, ces sous programmes sont indépendants de la loi de comportement, pourvu qu'elle appartienne à la classe des lois élastoplastiques à une seule surface de charge, ou à un mécanisme plastique. Une description simplifiée des sous programmes **CPLAS1** et **CNOLI1** est donnée sur les figures 5.1 et 5.2.

Cette programmation correspond à un algorithme d'intégration explicite, avec ou sans sous-incrémentation des relations incrémentales de l'élastoplasticité.

Tableau 5.1 Description des classes de lois de comportement (d'après Mestat, 1991).

$KMOD(IMOD)$	Classe de lois de comportement
0	Elastoplasticité à 1 mécanisme - élasticité linéaire ( <b>CPLAS1</b> )
1	Elastoplasticité à 2 mécanismes - élasticité linéaire ( <b>CPLAS2</b> )
2	Elasticité non-linéaire incrémentale ( <b>ELNOLI</b> )
3	Elastoplasticité à 1 mécanisme - élasticité non-linéaire ( <b>CNOLI1</b> )
4	Elastoplasticité à 2 mécanismes - élasticité non-linéaire ( <b>CNOLI2</b> )
5	Elasticité non-linéaire non incrémentale ( <b>ELASNI</b> )
6	Elasticité linéaire par morceaux ( <b>ELASMO</b> )
7	Elasticité quasi-linéaire de type Duncan ( <b>CDUNCA</b> )

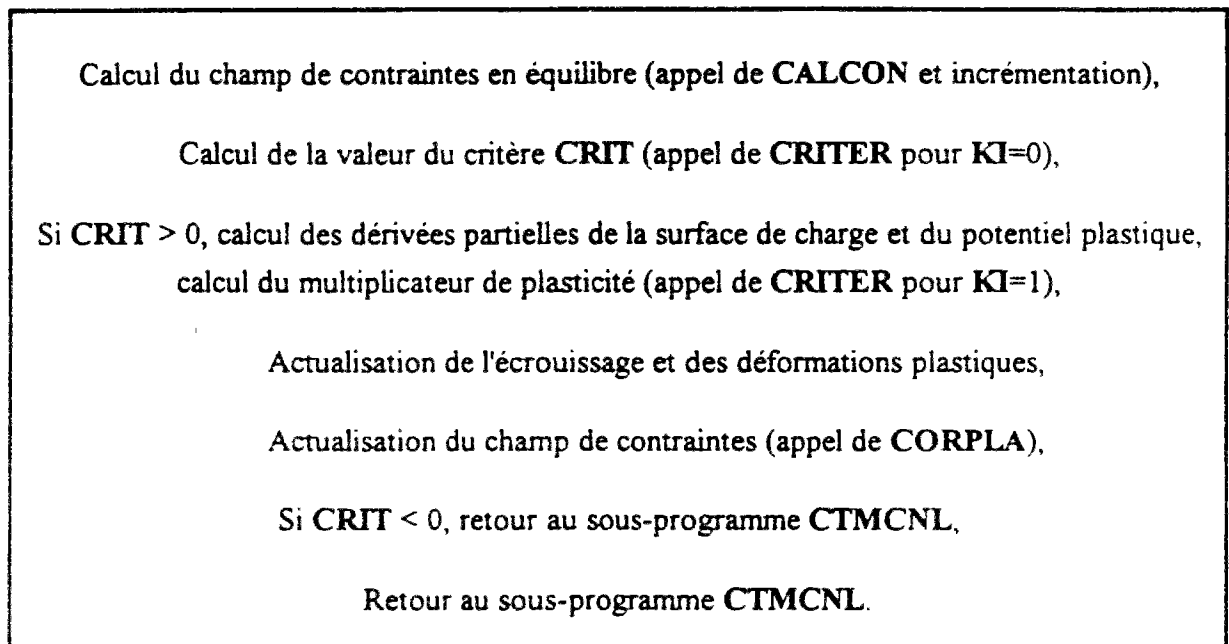


Figure 5.1 Organisation simplifiée du sous-programme **CPLAS1** (d'après Mestat, 1991).

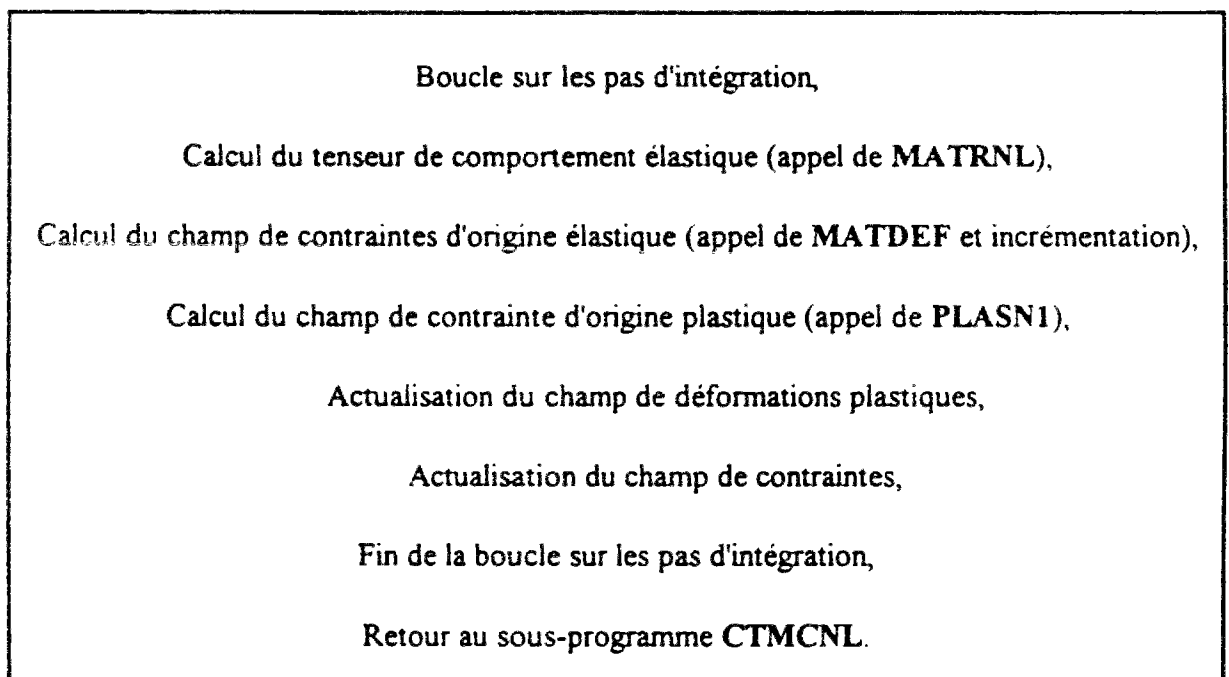


Figure 5.2 Organisation simplifiée du sous-programme **CNOLI1** (d'après Mestat, 1991).

### 5.3 Modifications apportées à CESAR-LCPC pour l'introduction de nouvelles lois de comportement non-linéaires

L'introduction d'une loi élastoplastique comportant une partie élastique non-linéaire peut être réalisée à partir des deux méthodes décrites par Mestat (1991) et rappelées dans le manuel de programmation de CESAR (Module d'exécution MCNL - version 3, 1991).

Dans la programmation initiale du module d'exécution MCNL, seules les lois élastoplastiques avec élasticité linéaire de Hooke ont été considérées. La partie élastique des lois a été systématiquement linéarisée.

Par la suite, des lois complètes tenant compte de la véritable loi d'élasticité non-linéaire ont été programmées mais, sous un autre numéro de modèle IMOD. Par exemple, IMOD = 18 désigne le modèle Cam-Clay modifié avec élasticité de Hooke ; le modèle Cam-Clay modifié introduit avec élasticité non-linéaire correspond à IMOD = 98.

Dans le cadre de notre travail, la partie élastique non-linéaire des lois de comportement élastoplastique est notamment introduite et traitée dans les sous-programmes MATRNL et ELASNL.

Quant aux modèles hyperboliques, le modèle de Duncan et al. (1970 et 1980) (IMOD = 81) et le modèle modifié de Hardin et Drnevich (1972) (IMOD = 84) sont implantés dans les sous-programmes CDUNCA et DUNCAN.

#### 5.3.1 Programmation des modèles hyperélastiques

Pour le matériau élastique linéaire, la formalisation de la relation entre déformation élastique  $\epsilon_{ij}^e$  et contrainte  $\sigma_{ij}$  est basée par la loi de Hooke, et utilise soit le module d'Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ , soit les modules volumique  $K$  et de cisaillement  $G$  :

$$\epsilon_{ij}^e = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (5-1a)$$

ou :

$$\epsilon_{ij}^e = \frac{1}{2G} s_{ij} + \frac{1}{9K} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (5-1b)$$

La relation (5-1a) implique que les incréments de déformation élastique et de contrainte sont reliés comme suit :

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{ij} - \frac{\nu}{E} \dot{\sigma}_{kk} \delta_{ij} - \left[ \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \right] \frac{\dot{E}}{E} + \left[ \frac{\sigma_{ij}}{E} - \frac{\sigma_{kk}}{E} \delta_{ij} \right] \dot{\nu} \quad (5-2a)$$

La relation (5-1b) implique, de même, que :

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \frac{1}{2G} \dot{s}_{ij} + \frac{1}{9K} \dot{\sigma}_{kk} \delta_{ij} - \left[ \frac{s_{ij}}{2G} \frac{\dot{G}}{G} + \frac{\sigma_{kk} \delta_{ij}}{9K} \frac{\dot{K}}{K} \right] \quad (5-2b)$$

Il faut noter que si le matériau est élastique linéaire, c'est-à-dire si les paramètres sont constants, les équations incrémentales (5-2a) et (5-2b) sont en fait équivalentes à (5-1a) et (5-1b).

Dans notre étude, nous avons considéré une catégorie d'élasticité non-linéaire (modèle hyperélastique), pour laquelle les modules élastiques sont fonction de l'état de contrainte. La relation contrainte-déformation déviatorique élastique peut se mettre sous la forme générale :

$$e_{ij}^e = \frac{1}{2G(p)} s_{ij} \quad (5-3a)$$

avec

$$G(p) = G\left(\frac{\sigma_{kk}}{3}\right) \quad (5-3b)$$

et la relation contrainte-déformation volumique élastique s'exprime sous la forme générale :

$$\epsilon_v^e = \frac{1}{\alpha_e} \ln\left(\frac{p}{p_{co}}\right) - \frac{\beta_p}{4G^2(p)} s_{ij} s_{ij} \quad (5-3c)$$

avec

$$\alpha_e = \frac{1+e_0}{\kappa} \quad \text{et} \quad \beta_p = \frac{\partial G}{\partial p} \quad (5-3d)$$

L'expression incrémentale de la relation contrainte-déformation déviatorique élastique est donc

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \frac{1}{2G(p)} \dot{s}_{ij} - \frac{s_{ij}}{2G^2(p)} \dot{G}(p) \quad (5-4a)$$

ou

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \frac{1}{2G(p)} \dot{s}_{ij} - \frac{1}{6G(p)} \dot{\sigma}_{kk} \delta_{ij} - \frac{\beta_p s_{ij}}{6G^2(p)} \dot{\sigma}_{kk} + \frac{\beta_p \sigma_{kk}}{18G^2(p)} \dot{\sigma}_{kk} \delta_{ij} \quad (5-4b)$$

et celle de la relation contrainte-déformation volumique élastique peut se mettre sous la forme

$$\dot{\epsilon}_v^e = \left( \frac{1}{\alpha_e \sigma_{kk}} + \frac{\beta_p^2}{6G^3(p)} s_{ij} s_{ij} \right) \dot{\sigma}_{kk} - \frac{\beta_p s_{ij}}{2G^2(p)} \dot{s}_{ij} \quad (5-5)$$

La relation contrainte-déformation élastique est donc donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{ij}^e = & \frac{1}{2G(p)} \dot{\sigma}_{ij} - \frac{\beta_p \sigma_{ij}}{6G^2(p)} \dot{\sigma}_{kk} \\ & + \left\{ \left[ \left( \frac{1}{3\alpha_e \sigma_{kk}} - \frac{1}{6G(p)} \right) + \left( \frac{\beta_p \sigma_{kk}}{18G^2(p)} \right) + \left( \frac{\beta_p^2 s_{ij} s_{ij}}{18G^3(p)} \right) \right] \dot{\sigma}_{kk} - \frac{\beta_p s_{ij}}{6G^2(p)} \dot{s}_{ij} \right\} \delta_{ij} \end{aligned} \quad (5-6)$$

Cette relation contrainte-déformation incrémentale, qui concerne notamment les modèles hyperélastiques, a été introduite dans les sous-programmes **MATRNL** et **ELASNL** du module **MCNL**.

#### Remarques :

Dans le cas où la déformation volumique élastique est indépendante de la contrainte déviatorique (sans tenir compte des principes de la thermodynamique), c'est-à-dire,  $K = K(p)$  et  $G = G(p)$ , le paramètre  $\beta_p$  est nul et l'équation (5-6) s'écrit

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \frac{1}{2G(p)} \dot{\sigma}_{ij} + \left( \frac{1}{3\alpha_e \sigma_{kk}} - \frac{1}{6G(p)} \right) \dot{\sigma}_{kk} \delta_{ij} \quad (5-7a)$$

Les paramètres élastiques sont tels que  $\alpha_e = \frac{-1}{B_0} = \frac{-\kappa}{1+e_0}$  et  $G(p) = \frac{1}{6L_0} \sigma_{kk}$ . L'expression de la relation incrémentale contrainte-déformation élastique se ramène donc à :

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \frac{3L_0}{\sigma_{kk}} \dot{\sigma}_{ij} - \frac{3L_0 \sigma_{ij}}{\sigma_{kk}^2} \dot{\sigma}_{kk} \delta_{ij} + \left( \frac{-B_0}{3\sigma_{kk}} \right) \dot{\sigma}_{kk} \delta_{ij} \quad (5-7b)$$

ou

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \frac{3L_0}{\sigma_{kk}} \dot{s}_{ij} + \frac{1}{3} \left( \frac{-B_0}{\sigma_{kk}} \right) \dot{\sigma}_{kk} \delta_{ij} = \frac{1}{2G(p)} \dot{s}_{ij} + \frac{1}{9K(p)} \dot{p} \delta_{ij} \quad (5-7c)$$

Les équations ci-dessus correspondent au modèle élastique non-linéaire de la loi de Nova (1982). Autrement dit, la partie élastique du modèle de Nova (1982) apparaît comme un cas particulier dans notre formulation de l'élasticité non-linéaire.



### 5.3.2 Programmation des modèles hyperboliques

Deux modèles hyperboliques ont été considérés : le modèle de Duncan et al. (1970 et 1980) et le modèle modifié de Hardin et Drnevich (1972). La relation incrémentale contrainte-déformation peut être exprimée à partir de la forme matricielle suivante :

$$\left\{ \Delta \varepsilon_{ij}^e \right\} = [D_t] \left\{ \Delta \sigma_{ij} \right\} \quad (5-8)$$

$[D_t]$  étant une matrice tangentielle par rapport l'état de contrainte actuel. Par exemple pour des conditions de déformations planes, la relation correspondant au modèle de Duncan peut se mettre sous la forme :

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_x \\ \Delta \varepsilon_y \\ \Delta \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1 + \nu_t}{E_t} \begin{bmatrix} 1 - \nu_t & -\nu_t & 0 \\ -\nu_t & 1 - \nu_t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \sigma_x \\ \Delta \sigma_y \\ \Delta \sigma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5-9a)$$

avec

$$E_t = \left[ 1 - \frac{R_f (1 - \sin \phi) (\sigma_1 - \sigma_3)}{2(c \cos \phi + \sigma_3 \sin \phi)} \right]^2 k_h p_a \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (5-9b)$$

et

$$\nu_t = \left[ G^* - F^* \log \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right) \right] \left[ 1 - \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{k_a p_a \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \left[ 1 - \frac{R_f (\sigma_1 - \sigma_3) (1 - \sin \phi)}{2(c \cos \phi + \sigma_3 \sin \phi)} \right]} \right]^{-2} \quad (5-9c)$$

où  $E_t$  est le module d'Young tangent et  $\nu_t$  le coefficient de Poisson tangent.

Dans le cas du modèle modifié de Hardin et Drnevich (1972), cette relation incrémentale s'écrit (pour des conditions de déformations planes) :

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_x \\ \Delta \varepsilon_y \\ \Delta \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2G_t} \begin{bmatrix} \frac{4G_t + 3K_t}{2(3K_t + G_t)} & \frac{2G_t - 3K_t}{2(3K_t + G_t)} & 0 \\ \frac{2G_t - 3K_t}{2(3K_t + G_t)} & \frac{4G_t + 3K_t}{2(3K_t + G_t)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \sigma_x \\ \Delta \sigma_y \\ \Delta \sigma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5-10a)$$

avec

$$K_t = K_b p_a \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)^m \quad (5-10b)$$

et

$$G_t = \frac{G_{\max}}{\left[ 1 + \left( \frac{G_{\max}}{\tau_{\max}} \right) |\gamma| \right]^s} \quad (5-10c)$$

$K_t$  et  $G_t$  représentent respectivement les modules volumique et déviatorique tangents.

Une description simplifiée du sous-programme **CDUNCA** correspondant aux modèles hyperboliques est donnée sur la figure 5.3.

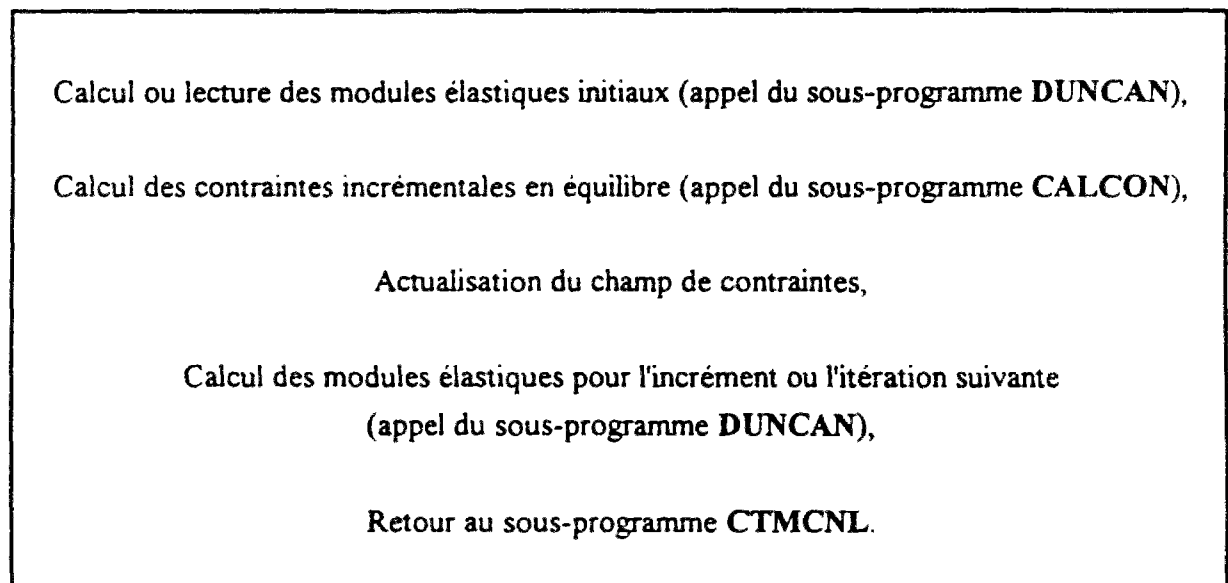


Figure 5.3 Organisation simplifiée du sous-programme **CDUNCA** (d'après Mestat, 1991).

## 5.4 Etude de l'état de contraintes et de déplacements autour d'une galerie à section circulaire en milieu homogène

### 5.4.1 Galerie creusée dans un milieu élastique linéaire

La détermination de l'état de contraintes autour d'une galerie à section circulaire creusée dans un milieu élastique, peut être effectuée en introduisant les hypothèses simplificatrices suivantes :

- les déplacements engendrés par l'excavation restent dans le domaine élastique isotrope ;
- les contraintes initiales dans la zone d'influence de la galerie sont homogènes et suffisamment élevées pour pouvoir négliger le gradient de la pesanteur , ceci revient à supposer que la galerie est située à une profondeur  $H$  telle que :

$$H \gg D$$

où  $D = 2R$  représente le diamètre de la galerie ;

- les directions principales du tenseur des contraintes initiales sont horizontale et verticale , elle correspondent aux contraintes  $\sigma_v^0$  ,  $\sigma_h^0$  et  $\sigma_z^0$  , où  $\sigma_v^0$  et  $\sigma_h^0$  représentent respectivement les contraintes verticale et horizontale dans un plan transversal, et  $\sigma_z^0$  la contrainte horizontale parallèle à l'axe de la galerie

Il est commode, dans ces conditions d'étudier le problème en coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$  (figure 4 2), la coordonnée  $z$  coïncidant avec l'axe de la galerie. Le tenseur des contraintes est caractérisé en chaque point par la contrainte radiale  $\sigma_r$ , la contrainte tangentielle  $\sigma_\theta$  , la contrainte axiale  $\sigma_z$  et les cisaillements  $\tau_{r\theta}$  ,  $\tau_{rz}$  et  $\tau_{\theta z}$ . Les conditions du calcul sont récapitulées sur la figure 4 2 dans un plan perpendiculaire à l'axe de la galerie

Les équations générales du problème sont données ci-dessous :

#### (1) Equations d'équilibre

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = F_R \quad (5-11a)$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2 \tau_{r\theta}}{r} = F_T \quad (5-11b)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = F_Z \quad (5-11c)$$

où  $F_R$ ,  $F_T$  et  $F_Z$  représentent respectivement les forces volumiques correspondant aux coordonnées cylindriques ( $r$ ,  $\theta$ ,  $z$ ).

Compte tenu de l'hypothèse de symétrie de révolution autour de l'axe de la galerie dans le cas où on seulement considère l'équation (5-11a), ce système se ramène à l'équation

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (5-11d)$$

(2) Relation déformation-déplacement :

$$\{\varepsilon\} = \frac{1}{2} (\text{grad}(\bar{u}) + \text{grad}(\bar{u})^t)$$

$$\text{avec} \quad \text{grad}(\bar{u}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} & \frac{\partial u_r}{r\partial\theta} - \frac{u_\theta}{r} & \frac{\partial u_r}{\partial z} \\ \frac{\partial u_\theta}{\partial r} & \frac{\partial u_\theta}{r\partial\theta} + \frac{u_r}{r} & \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial u_z}{\partial r} & \frac{\partial u_z}{r\partial\theta} & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (5-12a)$$

pour le cas axisymétrique en déformations planes, le tenseur des déformations peut se mettre sur la forme

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial u_\theta}{r\partial\theta} + \frac{u_r}{r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5-12b)$$

(3) Loi de comportement

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (5-13a)$$

ou

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2G} s_{ij} + \frac{1}{9K} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (5-13b)$$

En déformations planes, cette relation s'écrit

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{r\theta} \end{Bmatrix} = \frac{1+\nu}{E} \begin{bmatrix} 1-\nu & -\nu & 0 \\ -\nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{r\theta} \end{Bmatrix} \quad (5-13c)$$

ou

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{r\theta} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2G} \begin{bmatrix} \frac{4G+3K}{2(3K+G)} & \frac{2G-3K}{2(3K+G)} & 0 \\ \frac{2G-3K}{2(3K+G)} & \frac{4G+3K}{2(3K+G)} & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{r\theta} \end{Bmatrix} \quad (5-13d)$$

$$\text{avec } \varepsilon_z = \text{cst et } \sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) = \frac{3K-2G}{2(3K+G)}(\sigma_r + \sigma_\theta)$$

#### (4) Conditions aux limites

$$\begin{cases} \text{pour } r = R & \sigma_r = 0 \text{ et } \tau_{r\theta} = 0 \\ \text{pour } r \rightarrow \infty & (\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}) \rightarrow (\sigma_r^0, \sigma_\theta^0, \tau_{r\theta}^0) \end{cases} \quad (5-14)$$

En l'absence de soutènement et loin derrière le front de taille, l'état de contrainte autour de la galerie peut être calculé analytiquement à partir de la solution de Kirsch (1898) :

$$\sigma_r = \frac{\sigma_v^0}{2} \left\{ (1+K_0) \left[ 1 - \left( \frac{R}{r} \right)^2 \right] + (1-K_0) \left[ 1 - 4 \left( \frac{R}{r} \right)^2 + 3 \left( \frac{R}{r} \right)^4 \right] \cos 2\theta \right\} \quad (5-15a)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_v^0}{2} \left\{ (1+K_0) \left[ 1 + \left( \frac{R}{r} \right)^2 \right] - (1-K_0) \left[ 1 + 3 \left( \frac{R}{r} \right)^4 \right] \cos 2\theta \right\} \quad (5-15b)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\sigma_v^0}{2} (1-K_0) \left[ 1 + 2 \left( \frac{R}{r} \right)^2 - 3 \left( \frac{R}{r} \right)^4 \right] \sin 2\theta \quad (5-15c)$$

où  $K_0$  représente le coefficient de pression des terres au repos ( $K_0 = \sigma_h^0 / \sigma_v^0$ ),  $R$  le rayon de la galerie et  $r$  la distance du centre du tunnel.

Les relations 5.15 font apparaître que les contraintes autour de la galerie sont indépendantes des caractéristiques mécaniques du terrain. L'influence du paramètre  $K_0$  sur la distribution des contraintes radiale  $\sigma_r$  et tangentielle  $\sigma_\theta$  est illustrée sur la figures 5.4 pour les directions  $\theta = 0^\circ$  (figure 5.4a) et  $\theta = 90^\circ$  (figure 5.4b) ; trois valeurs de  $K_0$  ont été étudiées :  $K_0 = 0,5$  ,  $K_0 = 1,0$  et  $K_0 = 1,5$ . Les calculs ont été effectués pour  $E = 300$  MPa et  $\nu = 0,3$ . Les résultats sont donnés en variables adimensionnelles  $\frac{\sigma_r}{\sigma_v^0}$ ,  $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_v^0}$  et  $\frac{u_r}{R}$  sur les figures 5.4.

Par ailleurs, les contraintes principales en un point repéré par ses coordonnées polaires ( $r$ ,  $\theta$ ) sont égales à

$$\sigma_1 = \frac{(\sigma_r + \sigma_\theta)}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2}\right)^2 + \tau_{r\theta}^2} \quad (5-16a)$$

$$\sigma_3 = \frac{(\sigma_r + \sigma_\theta)}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2}\right)^2 + \tau_{r\theta}^2} \quad (5-16b)$$

$$\tau_{\max} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2}\right)^2 + \tau_{r\theta}^2} \quad (5-16c)$$

l'inclinaison  $\beta$  selon la direction radiale étant telle que  $\tan 2\beta = \frac{2\tau_{r\theta}}{\sigma_r - \sigma_\theta}$ .

On peut déduire des relations 5.15, l'expression des déplacements  $u_r$  et  $u_\theta$  :

$$u_r = \frac{r\sigma_v^0}{4G} \left\{ (1+K_0) \left[ \left(\frac{R}{r}\right)^2 + (1-2\nu) \right] - (1-K_0) \left[ \left(\frac{R}{r}\right)^4 - 4(1-\nu) \left(\frac{R}{r}\right)^2 - 1 \right] \cos 2\theta \right\} \quad (5-17a)$$

$$u_\theta = -\frac{r\sigma_v^0}{4G} (1-K_0) \left[ \left(\frac{R}{r}\right)^4 + 2(1-2\nu) \left(\frac{R}{r}\right)^2 + 1 \right] \sin 2\theta \quad (5-17b)$$

En ce qui concerne les résultats donnés par les relations de Kirsch (1898), on constate, en particulier, que les distributions de contraintes tangentielles obtenues en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) pour  $K_0 = 0,5$  et en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ) pour  $K_0 = 1,5$  diffèrent considérablement de celles données par les autres cas de calculs, notamment à proximité du bord de la galerie (figure 5.4).

Les distributions de déplacement radial  $u_r$  correspondantes sont données sur la figure 5.5, où on a représenté  $\frac{u_r}{R}$  en fonction de  $\frac{r}{R}$  pour  $\theta = 0^\circ$  (figure 5.5a) et  $\theta = 90^\circ$  (figure 5.5b).

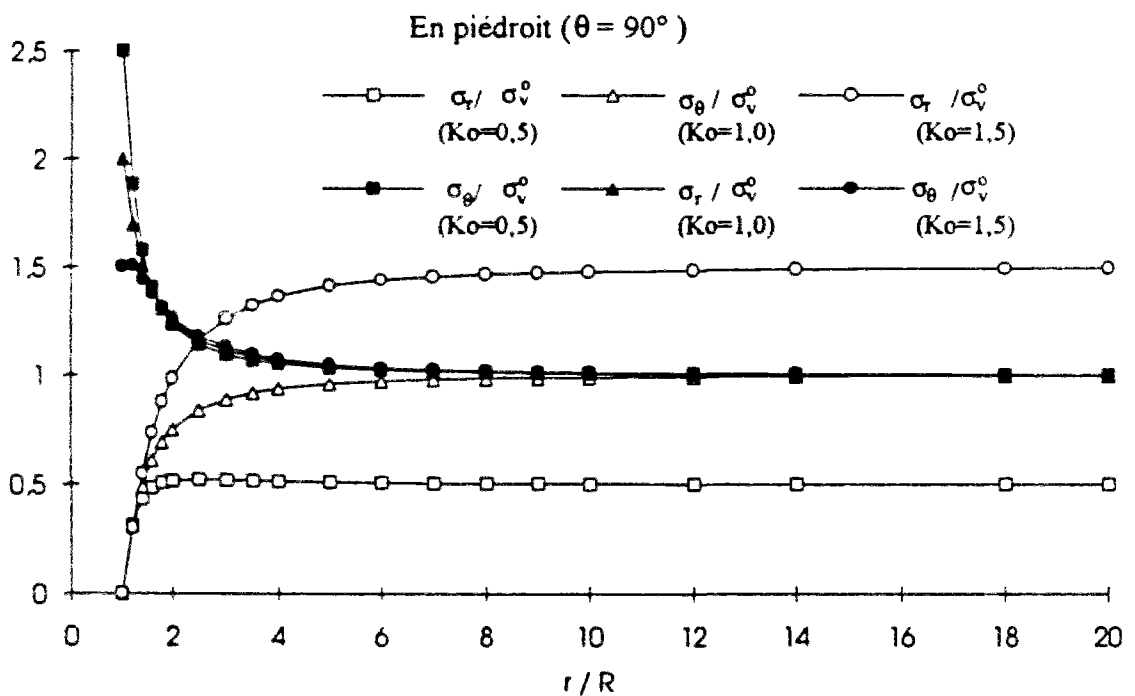
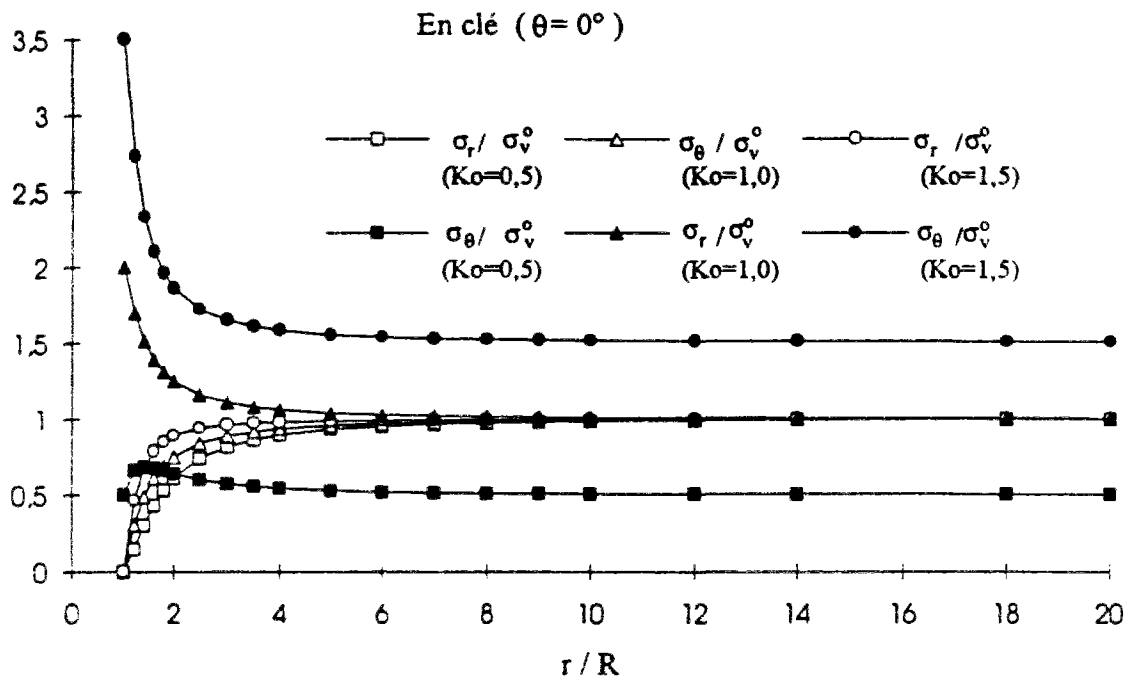
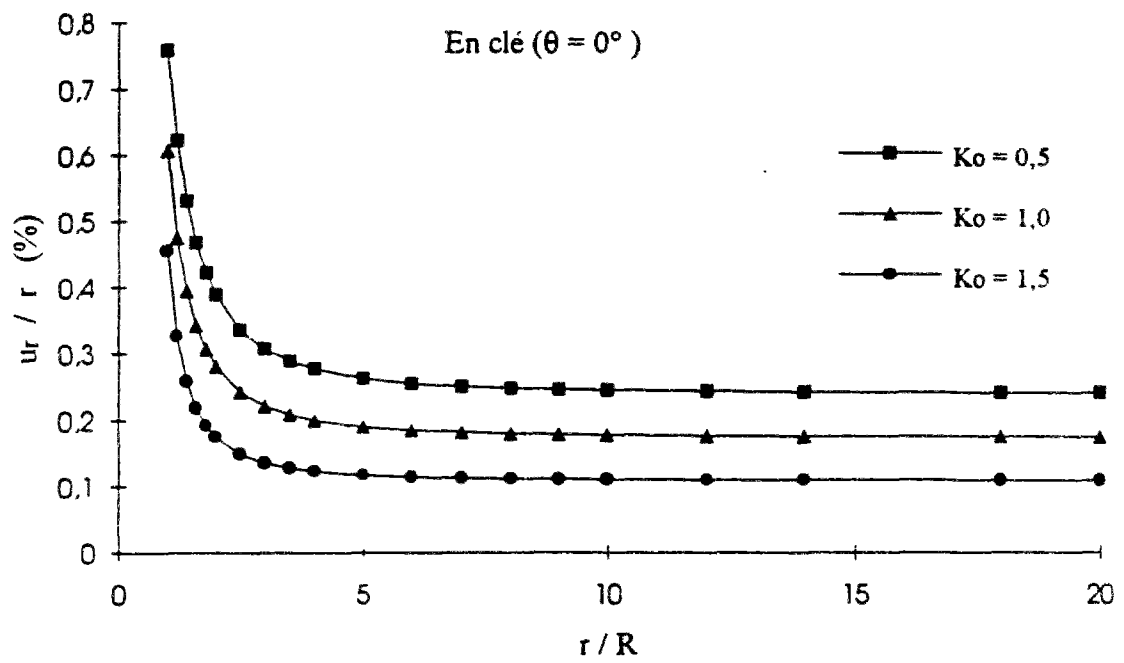
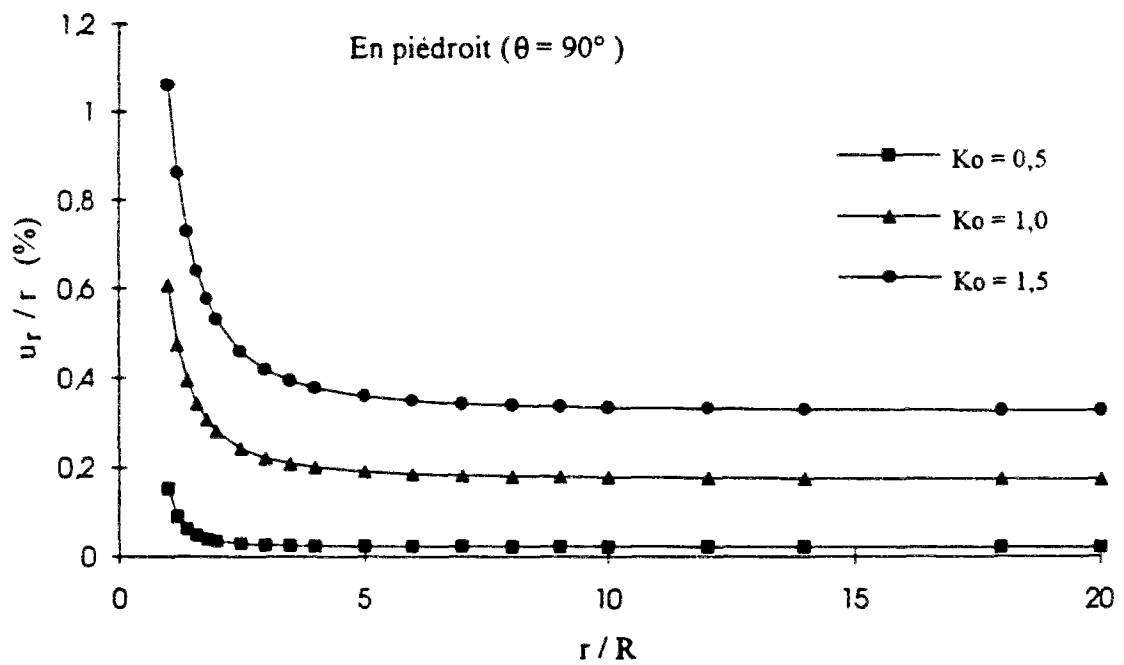


Figure 5.4 Influence de  $K_0$  sur les distributions de contraintes  $\sigma_r$  et  $\sigma_\theta$   
(a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ).



(a)



(b)

Figure 5.5 Influence de  $K_0$  sur la distribution de déplacement radial  $u_r$   
(a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ).



Dans le cas où  $r = R$  (à l'intrados de la galerie), la contrainte radiale  $\sigma_r$  et la contrainte de cisaillement  $\tau_{r\theta}$  sont nulles, et la contrainte tangentielle  $\sigma_\theta$  est égale à

$$\sigma_\theta = \sigma_v^0 [(1 + K_0) - 2(1 - K_0) \cos 2\theta] \quad (5-18)$$

$$\text{soit pour } \theta = 0^\circ \quad \sigma_\theta = \sigma_v (3K_0 - 1) \quad (5-19a)$$

$$\text{et pour } \theta = 90^\circ \quad \sigma_\theta = \sigma_v (3 - K_0) \quad (5-19b)$$

Les distributions de contraintes tangentielles calculées à l'intrados d'une galerie non revêtue sont données sur la figure 5.6 pour différentes valeurs de  $K_0$  (0, 1/3, 1/2, 1, 3/2, 3)

La figure 5.6 montre que, pour des valeurs de  $K_0$  inférieures à 1/3, une contrainte tangentielle de traction apparaît en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) ; pour des valeurs de  $K_0$  supérieures à 3, une contrainte tangentielle de traction apparaît en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ). En revanche, la contrainte tangentielle reste en compression après creusement sur tout le bord de la galerie à condition que  $K_0$  vérifie la condition :  $1/3 \leq K_0 \leq 3$ .

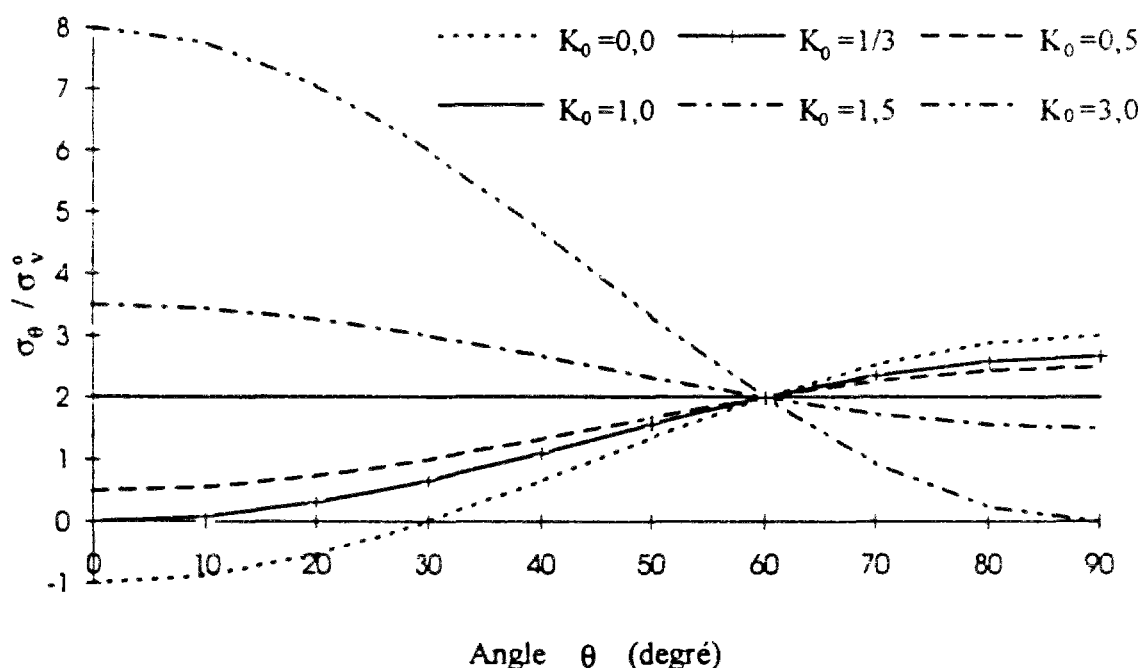


Figure 5.6 Distributions de la contrainte tangentielle  $\sigma_\theta$  le long de l'intrados de la galerie.

### 5.4.2 Galerie creusée dans un milieu élastique non-linéaire

Le problème du creusement d'une galerie circulaire dans un milieu élastique non-linéaire, a été analysé à l'aide de sept types de comportements élastiques non-linéaires correspondant aux hypothèses H1 et H2, aux hypothèses H3, H4 et H5 (type hyperélastique) et aux modèles hyperboliques (Duncan et al. 1970 et 1980 ; Hardin et Drnevich, 1972).

#### 5.4.2.1 Comportement élastique non-linéaire correspondant aux hypothèses H1 et H2

Pour le cas d'un milieu élastique non-linéaire, les variations de contraintes induites dans le massif encaissant par le creusement sont identiques à celles obtenues pour un comportement linéaire et sont par conséquent indépendante du modèle choisi (équations 5-15). Dans le cas où  $r = R$  (à l'intrados de la galerie), les contraintes radiale  $\sigma_r$  et tangentielle  $\sigma_\theta$  sont égales à :

$$\sigma_r(r = R) = \frac{(1 - \lambda)\sigma_v^0}{2} [(1 + K_0) + (1 - K_0) \cos 2\theta] \quad (5-20a)$$

$$\sigma_\theta(r = R) = \frac{\sigma_v^0}{2} [(1 + K_0)(1 + \lambda) - (1 - K_0)(1 + 3\lambda) \cos 2\theta] \quad (5-20b)$$

Les déplacements sont obtenus par intégration des relations contrainte-déformation (équation 5-17a). Pour les hypothèses d'élasticité non-linéaire H1 et H2, les déplacements radial  $u_r$  et tangentiel  $u_\theta$  sur le bord de la galerie ( $r = R$ ) peuvent se mettre sous la forme :

$$u_r(r = R) = \frac{\lambda R \sigma_v^0}{4G} \left[ (1 + K_0) + (1 - K_0) \left( \frac{3K + 7G}{3K + G} \right) \cos 2\theta \right] \quad (5-21a)$$

et

$$u_\theta(r = R) = -\frac{\lambda R \sigma_v^0}{4G} (1 - K_0) \left( \frac{3K + 7G}{3K + G} \right) \sin 2\theta \quad (5-21b)$$

où  $K = K(p)$ ,  $G$  étant constant dans le cas de l'hypothèse H1, et égal à  $G = G(K, v)$  dans le cas de l'hypothèse H2.

Ces relations font apparaître que, dans le cas particulier de contraintes initiales isotropes ( $K_0 = 1,0$ ), le module volumique  $K$  n'apparaît pas dans l'expression du déplacement radial. En revanche, pour un état de contraintes initiales anisotropes ( $K_0 \neq 1$ ), il influence au même titre que le module de cisaillement  $G$ , les distributions de déplacements  $u_r$  et  $u_\theta$ .

#### 5.4.2.2 Comportement élastique non-linéaire correspondant aux hypothèses H3, H4 et H5

Dans ce cas également, les distributions de contraintes sont égales à celles données par l'équation (5-20).

Dans le cas où la contrainte initiale est anisotrope et la contrainte principale intermédiaire  $\sigma_2$  (ou  $\sigma_z$ ) peut être constante ou négligée, les contraintes moyenne  $s$  et déviatorique  $t$  sur le bord de la galerie ( $r = R$ ) peuvent être obtenues à partir des équations suivantes :

$$s = s_i + \Delta s \quad (5-22a)$$

$$t = t_i + \Delta t \quad (5-22b)$$

où  $s_i$  et  $t_i$  sont les contraintes initiales moyenne et déviatorique

$$s_i = \frac{\sigma_v^0}{2}(1 + K_0) \quad (5-22c)$$

$$t_i = \frac{\sigma_v^0}{2}(1 - K_0)\cos 2\theta \quad (5-22d)$$

les variations de contraintes étant égale à :

$$\Delta s = -\lambda \sigma_v^0 (1 - K_0) \cos 2\theta \quad (5-23a)$$

$$\Delta t = -\frac{\lambda \sigma_v^0}{2} [(1 + K_0) - 3(1 - K_0) \cos 2\theta] \quad (5-23b)$$

Le déplacement radial est obtenu par intégration des relations contrainte-déformation. On aboutit, dans le cas des hypothèses d'élasticité non-linéaire H3, H4 et H5 (type hyperélastique), à un déplacement radial sur le bord de la galerie ( $r = R$ ) égal à :

$$u_r(r = R) = \left[ \frac{1}{2G(p)} - \frac{\beta_p t}{6G^2(p)} \right] (\Delta \sigma_r R) + \left[ \left( \frac{1}{9\alpha_e s} - \frac{1}{6G(p)} \right) - \left( \frac{\beta_p \sigma_r}{6G^2(p)} \right) + \left( \frac{\beta_p s}{18G^2(p)} \right) + \left( \frac{\beta_p^2 t^2}{18G^3(p)} \right) \right] (\Delta s R) \quad (5-24a)$$

avec

$$\Delta \sigma_r(r = R) = -\frac{\lambda \sigma_v^0}{2} [(1 + K_0) + (1 - K_0) \cos 2\theta] \quad (5-24b)$$

où le module de cisaillement  $G(p)$  et le paramètre  $\beta_p$  sont également fonction des contraintes  $\sigma_r$  et  $\sigma_\theta$  qui ont été définies par les équations 5-20(a) et (b). Si  $G = \text{Constante}$ , l'expression (5.24a) est identique à celle obtenue pour les hypothèses H1 et H2 (équation 5-21a).

#### 5.4.2.3 Comportement élastique non-linéaire correspondant aux lois hyperboliques

Pour les modèles hyperboliques, les modules élastiques sont fonction de l'état actuel des contraintes. Autrement dit, le module volumique tangentiel  $K_t$  et le module de cisaillement tangentiel  $G_t$  (ou le module d'Young tangentiel  $E_t$  et le coefficient de Poisson tangentiel  $\nu_t$ ) dépendent des variations de contrainte,  $\Delta\sigma_r$  et  $\Delta\sigma_\theta$  induites par le déconfinement du terrain.

Les variations de contrainte  $\Delta\sigma_r$  et  $\Delta\sigma_\theta$  sont données par les équations (5-15a et b). Pour  $r = R$ , la variation de contrainte radiale est donnée par l'équation (5-24b), et la variation de contrainte tangentielle  $\Delta\sigma_\theta$  s'écrit

$$\Delta\sigma_\theta(r = R) = -\frac{\lambda\sigma_v^0}{2}[(1 + K_0) - 3(1 - K_0)\cos 2\theta] \quad (5-25)$$

Les déplacements sont obtenus par intégration des relations contrainte-déformation (équation 5-17a). Les déplacements radial  $u_r$  et tangentiel  $u_\theta$  sur le bord de la galerie ( $r = R$ ) dans le cas d'un comportement élastique non-linéaire correspondant au modèle hyperbolique de Duncan et al. (1970 et 1980) se mettent sous la forme :

$$u_r(r = R) = \frac{\lambda(1 + \nu_t)R\sigma_v^0}{2E_t}[(1 + K_0) + (1 - K_0)(3 - 4\nu_t)\cos 2\theta] \quad (5-26a)$$

et

$$u_\theta(r = R) = -\frac{\lambda(1 + \nu_t)R\sigma_v^0}{2E_t}(1 - K_0)(3 - 4\nu_t)\sin 2\theta \quad (5-26b)$$

Dans le cas d'un comportement élastique non-linéaire correspondant au modèle hyperbolique modifié de Hardin et Drnevich (1972), on obtient :

$$u_r(r = R) = \frac{\lambda R\sigma_v^0}{4G_t} \left[ (1 + K_0) + (1 - K_0) \left( \frac{3K_t + 7G_t}{3K_t + G_t} \right) \cos 2\theta \right] \quad (5-27a)$$

et

$$u_\theta(r = R) = -\frac{\lambda R\sigma_v^0}{4G_t} (1 - K_0) \left( \frac{3K_t + 7G_t}{3K_t + G_t} \right) \sin 2\theta \quad (5-27b)$$

### 5.4.3 Galerie creusée dans un milieu élastoplastique parfait

De nombreuses solutions ont été établies pour analyser le problème du creusement d'un tunnel en conditions axisymétriques à l'aide de différents modèles élastoplastiques parfaits (Salençon, 1969 ; Egger, 1974 ; Panet, 1973 et 1976 ; Nguyen Minh et Berest, 1979 ; Brown et al., 1983 ; Ogawa et Lo, 1987 ; etc.). En général, on se limite au cas d'un tunnel creusé dans un massif obéissant au critère de Mohr-Coulomb pour des états de contraintes initiales isotropes.

Le terrain est supposé se comporter comme un matériau élastoplastique parfait, obéissant à un critère de rupture de Mohr-Coulomb :

$$f(\sigma_1, \sigma_3) = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) \sin \phi - 2c \cos \phi \quad (5-28a)$$

ou

$$f(\sigma_1, \sigma_3) = \sigma_1 - K_p \sigma_3 - R_c \quad (5-28b)$$

avec

$$K_p = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad \text{et} \quad R_c = \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi} \quad (5-28c)$$

Pour le cas considéré, les équations se mettent sous la forme :

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (5-29)$$

La résolution du problème dans le cas de contraintes initiales isotropes ( $K_0 = 1,0$ ), il s'agit de la valeur des contraintes principales pour l'excavation ( $\sigma_1 = \sigma_\theta$  et  $\sigma_3 = \sigma_r$ , et des conditions aux limites ( $r = R : \sigma_r = 0$ ,  $r \rightarrow \infty : \sigma_r = \sigma_\theta = \sigma^0$  et  $(\sigma_r)_{r=r_p^+} = (\sigma_r)_{r=r_p^-}$ ). Elle conduit aux résultats suivants :

- Pour la zone plastique ( $R \leq r \leq r_p$ ) :

$$\sigma_r = \frac{R_c}{K_p - 1} \left[ \left( \frac{r}{R} \right)^{K_p - 1} - 1 \right] \quad (5-30a)$$

$$\sigma_\theta = \frac{R_c}{K_p - 1} \left[ K_p \left( \frac{r}{R} \right)^{K_p - 1} - 1 \right] \quad (5-30b)$$

$$u_r = \frac{r(1-\nu^2)}{E} \left[ \frac{R_c(1-2\nu)}{(1-K_p)(1-\nu)} - \left( \frac{K_p^2-1}{2K_p} - K_p + \frac{\nu}{1-\nu} \right) \left( \frac{R_c}{K_p-1} \right) \left( \frac{r}{R} \right)^{K_p-1} \right] + \frac{r(1-\nu^2)}{E} \left[ \left( \frac{K_p^2-1}{2K_p} \right) \left( \frac{R_c}{K_p-1} \right) \left( \frac{r_p}{R} \right)^{K_p-1} \left( \frac{r_p}{r} \right)^{K_p+1} \right] \quad (5-30c)$$

• Pour la zone élastique ( $r_p \leq r \leq \infty$ ) :

$$\sigma_r = \sigma^0 - \frac{\sigma^0(K_p-1) + R_c}{K_p+1} \left( \frac{r_p}{r} \right)^2 \quad (5-31a)$$

$$\sigma_\theta = \sigma^0 + \frac{\sigma^0(K_p-1) + R_c}{K_p+1} \left( \frac{r_p}{r} \right)^2 \quad (5-31b)$$

$$u_r = \frac{r(1+\nu)}{E} \left[ (1-2\nu)\sigma^0 + \frac{\sigma^0(K_p-1) + R_c}{K_p+1} \left( \frac{r_p}{r} \right)^2 \right] \quad (5-31c)$$

le rayon plastique  $r_p$  étant donné par l'expression :

$$r_p = R \left[ \frac{2}{K_p+1} \cdot \frac{\sigma^0(K_p-1) + R_c}{R_c} \right]^{\frac{1}{K_p-1}} \quad (5-32)$$

En ce qui concerne la déformation plastique, la loi d'écoulement peut être associée ( $f = g$ ) ou non associée ( $f \neq g$ ). Dans le cas général ( $K_0 \neq 1$ ), les incréments de déformations plastiques par rapport à la fonction potentielle  $g$  sont donnés par les expressions suivantes :

$$d\varepsilon_1^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_1} = d\lambda [(1 + \sin \psi) A_2 - (1 - \sin \psi) A_1] \quad (5-33a)$$

$$d\varepsilon_3^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_3} = d\lambda [(1 + \sin \psi) A_1 + (1 - \sin \psi) A_2] \quad (5-33b)$$

$$d\varepsilon_2^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_2} = 0 \quad (5-33c)$$

où  $\psi$  est l'angle de la dilataance et

$$A_1 = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + 4\tau_{13}\tau_{31}}} \right] ; \quad A_2 = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + 4\tau_{13}\tau_{31}}} \right]$$

Pour le cas de contraintes initiales isotropes ( $K_0 = 1$ ), la contrainte de cisaillement  $\tau_{13}$  est nulle et les contraintes principales égales à  $\sigma_1 = \sigma_\theta$ ,  $\sigma_3 = \sigma_r$  et  $\sigma_2 = \sigma_z$ . On en décrit  $A_1 = 1$  et  $A_2 = 0$  ; les déformations incrémentales plastiques s'écrivent donc sous la forme suivante :

$$d\varepsilon_r^p = d\lambda(1 + \sin \psi) \quad \text{et} \quad d\varepsilon_\theta^p = -d\lambda(1 - \sin \psi) \quad (5-34a)$$

ou

$$\frac{d\varepsilon_r^p}{d\varepsilon_\theta^p} = -\frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} \quad (5-34b)$$

Il convient de noter que les équations ci-dessus montrent que le matériau considéré n'est pas incompressible ( $d\varepsilon_r^p + d\varepsilon_\theta^p \neq 0$ ). Par conséquent, lorsque l'écoulement plastique aura lieu, il sera accompagné d'une dilatation du terrain.

#### 5.4.4 Galerie creusée dans un milieu élastoplastique avec écoulement

Le modèle Cam-Clay modifié a été choisi dans cette étude pour étudier l'influence de l'écrouissage sur la réponse du massif encaissant. Pour des raisons de simplicité, nous limitons la présentation à la partie élastoplastique du modèle, la partie élastique étant représentée par la loi de Hooke.

Rappelons que la loi contrainte-déformation élastoplastique du modèle Cam-Clay modifié est donnée par la relation suivante

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_d \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{K} + \psi H_p & H_p \\ H_p & \frac{1}{3G} + \frac{H_p}{\psi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} \quad (5-35a)$$

le paramètre d'écrouissage  $H_p$  étant donné par l'expression

$$H_p = \frac{2\eta}{\alpha_p p (M^2 + \eta^2)} \quad \text{où} \quad \alpha_p = \frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} \quad \text{et} \quad \eta = \frac{q}{p} \quad (5-35b)$$

La loi d'écoulement est associée et est caractérisée par la relation :

$$\psi = \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta} \quad (5-35c)$$

Dans le cas général ( $K_0 \neq 1,0$ ), les variations de contraintes moyenne  $dp$  et déviatorique  $dq$  induites par le creusement sont données par les équations suivantes :

$$dp = -\frac{2}{3}\lambda(1 + \nu)(\sigma_v^0)(1 - K_0)(\alpha^2)\cos 2\theta \quad (5-36a)$$

$$dq = -\lambda(\sigma_v^0)(\alpha^2)\left[(1 + K_0) + (1 - K_0)(2 - 3\alpha^2)\cos 2\theta\right] \quad (5-36b)$$

Lorsque  $K_0 = 1,0$  ( $\sigma_v = \sigma_h = \sigma^0$ ), ces relations se ramènent à :

$$dp = 0 \quad (5-37a)$$

$$dq = -2\lambda(\sigma^0)(\alpha^2) \quad (5-37b)$$

Dans ce cas, les contraintes moyenne  $p$  et déviatorique  $q$  sont respectivement égales à :

$$p = \frac{2}{3}\lambda(1+\nu)\sigma^0 \quad (5-38a)$$

$$q = -dq = 2\lambda(\alpha^2)\sigma^0 \quad (5-38b)$$

Par ailleurs, l'expression de la surface de charge du modèle Cam-Clay modifié s'écrit

$$f = M^2(p^2 - pp_{co}) + q^2 = 0 \quad (5-39)$$

Pour  $\lambda > \lambda_e$  se développe autour du tunnel une zone décomprimée de rayon  $r_p$ . Pour  $r > r_p$ , on reste dans le domaine élastique, et à la limite de zone décomprimée pour  $r = r_p$ , on a

$$\sigma_r = (1 - \lambda_e)\sigma^0 \quad (5-40a)$$

$$\sigma_\theta = (1 + \lambda_e)\sigma^0 \quad (5-40b)$$

Le taux de déconfinement  $\lambda_e$  correspondant à l'apparition de déformations plastiques sur le bord de la galerie est égal à :

$$\lambda_e = \frac{1}{2\sigma^0} \left[ \frac{3Mp_{co}(1+\nu)}{9 + M^2(1+\nu)^2} \right] \quad (5-40c)$$

Dans la zone décomprimée ( $R \leq r \leq r_p$ ), on a

$$\sigma_r = (1 - \lambda_e)\sigma^0 + d\sigma_r \quad (5-41a)$$

$$\sigma_\theta = (1 + \lambda_e)\sigma^0 + d\sigma_\theta \quad (5-41b)$$

et

$$\varepsilon_r = -\frac{1}{2G}\lambda_e\sigma^0 + d\varepsilon_r^p \quad (5-42a)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{2G}\lambda_e\sigma^0 + d\varepsilon_\theta^p \quad (5-42b)$$

les incréments de déformation plastique  $d\varepsilon_r^p$  et  $d\varepsilon_\theta^p$  étant liés par l'équation :

$$d\varepsilon_r^p + \frac{3-2\psi}{3+2\psi}d\varepsilon_\theta^p = 0 \quad (5-43)$$



## 5.5 Etude de l'influence de la loi de comportement sur les distributions de contraintes

Dans cette partie, nous étudions la réponse du massif encaissant à partir de calculs par éléments finis effectués à l'aide du code CESAR-LCPC, en élasticité linéaire, élasticité non-linéaire et élastoplasticité.

Nous nous sommes plus particulièrement intéressés aux distributions des rapports  $\sigma_r / \sigma_v^0$ ,  $\sigma_\theta / \sigma_v^0$  et  $u_r / R$  en fonction du rapport  $r / R$  en  $\theta = 0^\circ$  (clé),  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  (piédroit), et pour une valeur du coefficient des terres au repos  $K_0 = 0,5$ . La raison de ce choix est que les résultats obtenus pour un état de contraintes initiales isotropes ( $K_0 = 1,0$ ) sont en fait équivalents à ceux obtenus pour  $\theta = 45^\circ$  en conditions anisotropes ( $K_0 = 0,5$ ) ; ces résultats sont rassemblés dans l'annexe B

Les paramètres retenus pour chaque modèle sont donnés dans le tableau 5.2 pour les lois élastiques, le tableau 5.3 pour les modèles hyperboliques, le tableau 5.4 pour le critère de Mohr-Coulomb et le tableau 5.5 pour le modèle Cam-Clay modifié.

Dans cette étude, le maillage utilisé et les conditions aux limites considérées sont donnés dans l'annexe C ; le maillage comprend 383 noeuds et 128 éléments (78 éléments quadrilatères à 8 noeuds, MBQ8 et 50 éléments triangulaires à 6 noeuds, MBT6).

### 5.5.1 Galerie creusée dans un milieu élastique linéaire et non-linéaire

Rappelons que dans cette étude, sept hypothèses de comportement non-linéaire ont été retenues : hypothèses H1 et H2, hypothèses H3, H4 et H5 (type hyperélastique) et modèles hyperboliques (Duncan et Chang, 1970 ; Hardin et Drnevich, 1972).

Les résultats donnés par chacun de ces modèles sont comparés à la solution élastique sur les figures 5.7 ( $\theta = 0^\circ$ ), 5.8 ( $\theta = 90^\circ$ ) et la figure B.1 ( $\theta = 45^\circ$ , annexe B). On constate que les distributions de contraintes radiale  $\sigma_r$  et tangentielle  $\sigma_\theta$  obtenues à partir des hypothèses H1, H2, H3, H4 et H5 sont pratiquement identiques à celles de l'élasticité linéaire.

Par contre, les modèles hyperboliques tendent à donner des estimations des contraintes radiales et tangentielles inférieures aux valeurs élastiques linéaires, à proximité de la galerie.

Un exemple de résultats de calculs effectués pour la simulation du creusement d'une galerie circulaire dans un milieu élastique non-linéaire (hypothèse H4) est montré dans l'annexe C1

Tableau 5.2 Paramètres retenus pour les lois élastiques linéaires et non-linéaires.

Elasticité linéaire			
E (MPa)		ν	
150 , 300 et 600		0,3	
300		0,2 , 0,3 et 0,4	
Elasticité non-linéaire pour le module volumique $K = \frac{1 + e_0}{\kappa} p$			
κ		e <sub>0</sub>	
0,005 , 0,007 et 0,009		0,38	
0,007		0,3 , 0,38 et 0,45	
Elasticité non-linéaire pour le module de cisaillement G			
H1	G = 75 , 125 et 150 (MPa)		
H2	ν = 0,2 , 0,3 et 0,4		
H3	G <sub>0</sub> = 35 , 75 et 150 (MPa)		
H4	G <sub>n</sub> (MPa)	C	p <sub>co</sub> (MPa)
	75 , 150 et 300	0,4	2,5
	150	0,3 , 0,4 et 0,5	2,5
	150	0,4	1,5 , 2,5 et 3,5
H5	G <sub>b</sub> (MPa)	n	
	150 , 333 et 600	0,46	
	333	0,35 , 0,46 et 0,55	
Contrainte initiale verticale : σ <sub>v</sub> <sup>0</sup> = 1,0MPa et K <sub>0</sub> = 0,5			

Tableau 5.3 Paramètres retenus pour les modèles hyperboliques.

Modèle de Duncan et Chang (1970)				
$K_b$ ( $K_b$ )	$n$ (m)	$c$	$\phi$	$R_f$
1000 , 2000 et 3000	0,2	0,6	25°	0,7
2000	0,1 , 0,2 et 0,4	0,6	25°	0,7
2000	0,2	0,3 , 0,6 et 1,2	25°	0,7
2000	0,2	0,6	20° , 25° et 30°	0,7
2000	0,2	0,6	25°	0,5 , 0,7 et 0,9
Modèle de Hardin & Drnevich (1972)				
$\tau_{max}$ (MPa)	$G_{max}$ (MPa)		$s$	
2 , 4 et 6	150		1	
2	75 , 150 et 300		1	
2	150		0,5 , 1 et 2	
Contrainte initiale verticale : $\sigma_v^0 = 1,0\text{MPa}$ et $K_0 = 0,5$				

Tableau 5 4 Paramètres retenus pour le comportement élastoplastique parfait associé au critère Mohr-Coulomb.

<b>Angle de frottement <math>\phi</math> (°)</b>	<b>Cohésion <math>c</math> (MPa)</b>	<b>Angle de la dilatation <math>\varphi</math> (°)</b>
25°, 30° et 35°	0,1	0°
30°	0,1 , 0,3 et 0,5	0°
30°	0,1	0°, 10°, 20° et 30°
<b>Paramètres élastiques linéaires isotropes : <math>E = 300\text{ MPa}</math> et <math>\nu = 0,3</math></b>		
<b>Contrainte initiale verticale : <math>\sigma_v^0 = 2,0\text{MPa}</math> et <math>K_0 = 0,5</math></b>		

Tableau 5.5 Paramètres retenus pour le modèle Cam-Clay modifié.

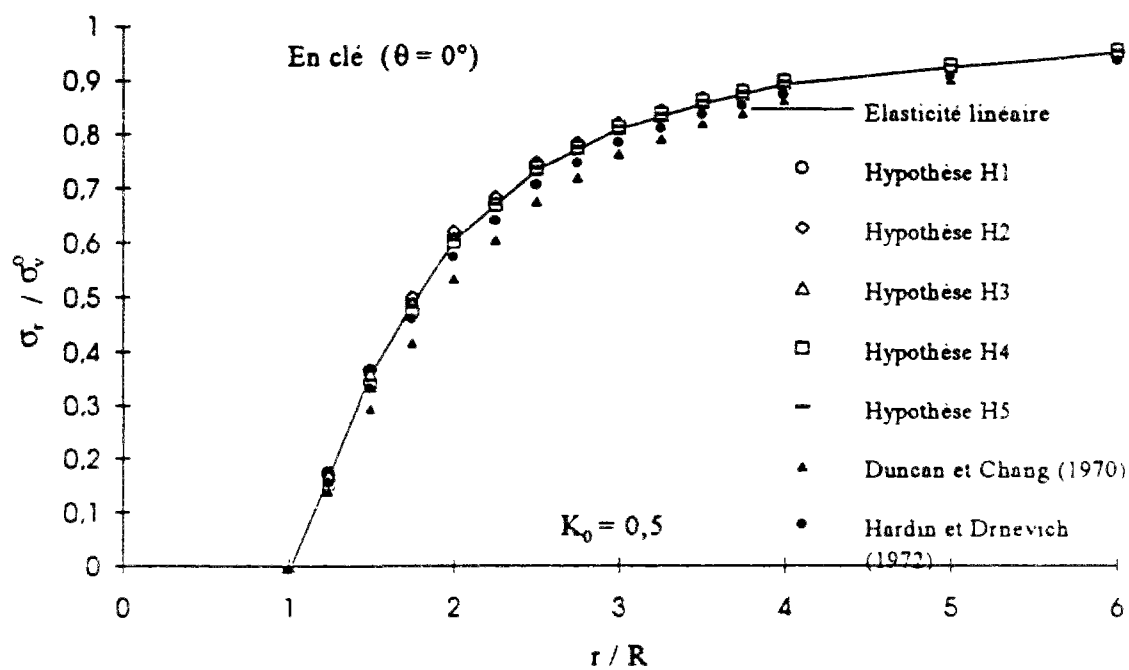
$\lambda$	M	$p_{co}$ (MPa)
0,3 , 0,4 et 0,5	1,18	2,5
0,4	1,08 , 1,18 et 1,28	2,5
0,4	1,18	2,0 , 2,5 et 4,0
<p><b>Paramètres constants dans cette étude :</b> <math>\kappa = 0,007</math> et <math>e_0 = 0,38</math></p> <p><b>Paramètres élastiques linéaires isotropes :</b> <math>E = 300</math> MPa et <math>\nu = 0,3</math></p> <p><b>Contrainte initiale verticale :</b> <math>\sigma_v^0 = 2,0</math> MPa et <math>K_0 = 0,5</math></p>		

### 5.5.2 Galerie creusée dans un milieu élastoplastique

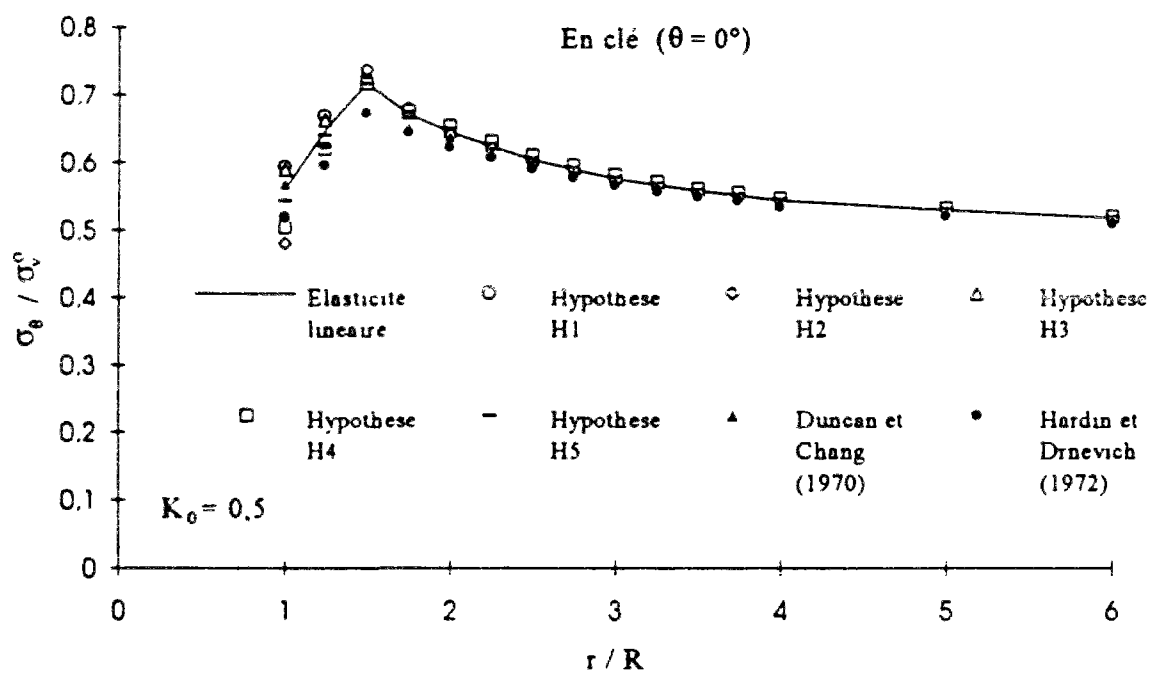
Dans cette partie, on s'est intéressé plus particulièrement à l'influence des paramètres  $c$ ,  $\phi$  et  $\psi$  du modèle élastoplastique parfait avec critère de Mohr-Coulomb et  $M$ ,  $p_{co}$  du modèle Cam-Clay modifié sur le calcul des distributions de contraintes autour de la galerie.

Les résultats correspondant à ces deux modèles sont représentés sur les figures 5.9 ( $\theta = 0^\circ$ ), 5.10 ( $\theta = 90^\circ$ ) pour le critère de Mohr-Coulomb, et les figures 5.11 ( $\theta = 0^\circ$ ), 5.12 ( $\theta = 90^\circ$ ) pour le modèle Cam-Clay modifié. Quant aux résultats obtenus en  $\theta = 45^\circ$ , ils sont donnés dans l'annexe B (figures B2 et B3).

Ces distributions présentent des allures classiques avec une augmentation de la contrainte radiale de la valeur 0 (sur le bord de la galerie) à une valeur asymptotique correspondant à l'état de contrainte initiale, les distributions de la contrainte tangentielle passant un pic avant de tendre vers la valeur initiale ; ce pic de contrainte marque la frontière entre la partie élastique du massif de celle qui subit des déformations élastoplastiques.

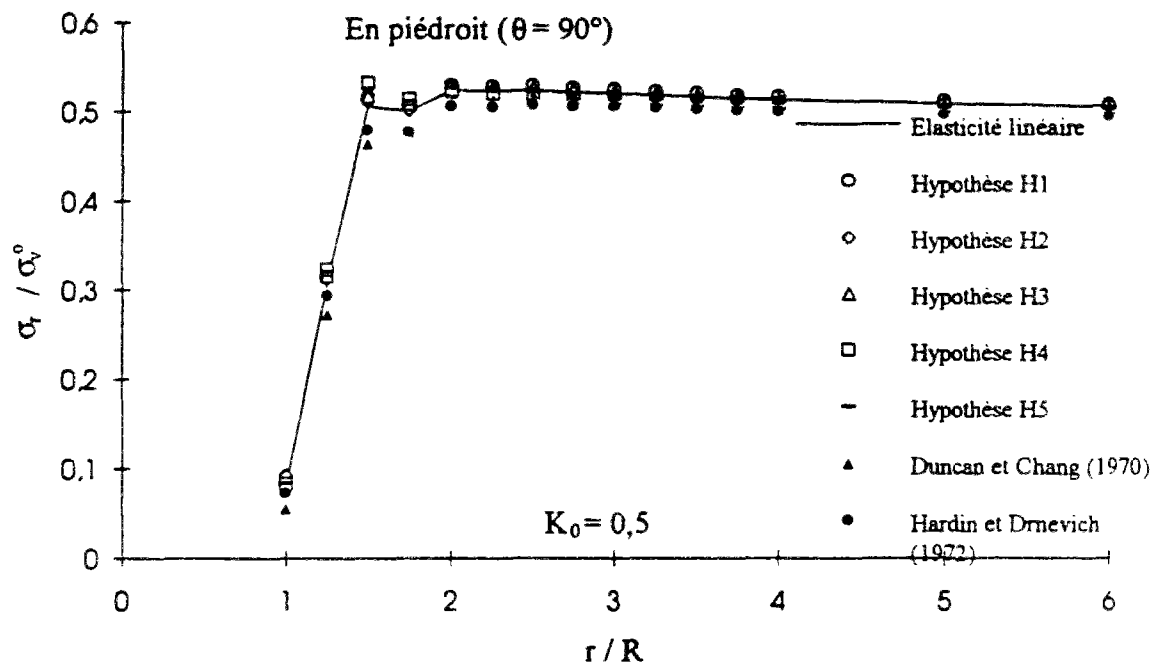


(a)

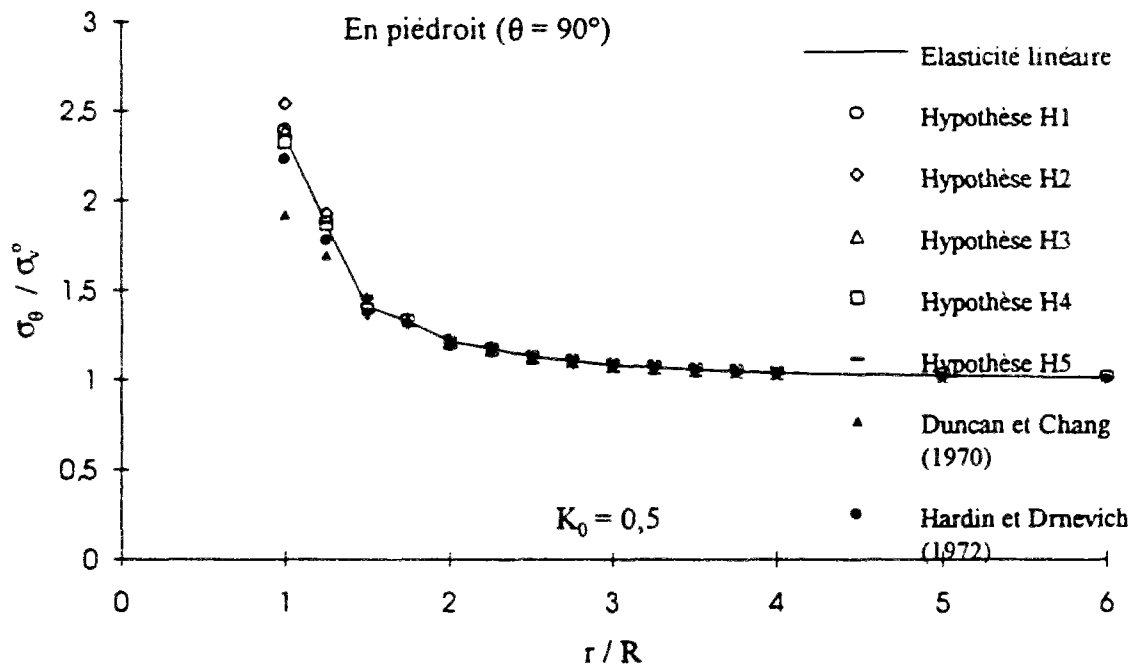


(b)

Figure 5.7 Distributions des contraintes obtenues par un calcul élastique linéaire et non-linéaire ( $K_0 = 0,5$  et  $\theta = 0^\circ$ ) (a) contrainte radiale  $\sigma_r$  (b) contrainte tangentielle  $\sigma_\theta$ .



(a)



(b)

Figure 5.8 Distributions des contraintes obtenues par un calcul élastique linéaire et non-linéaire ( $K_0 = 0,5$  et  $\theta = 90^\circ$ ) (a) contrainte radiale  $\sigma_r$  (b) contrainte tangentielle  $\sigma_\theta$ .

Pour l'influence de l'angle de frottement  $\phi$  du critère de Mohr-Coulomb sur le calcul des distributions des contraintes, la figure 5.9 montre qu'une augmentation de  $\phi$  à cohésion constante se traduit par une augmentation du pic de contrainte tangentielle et une diminution de l'étendue de la zone plastique.

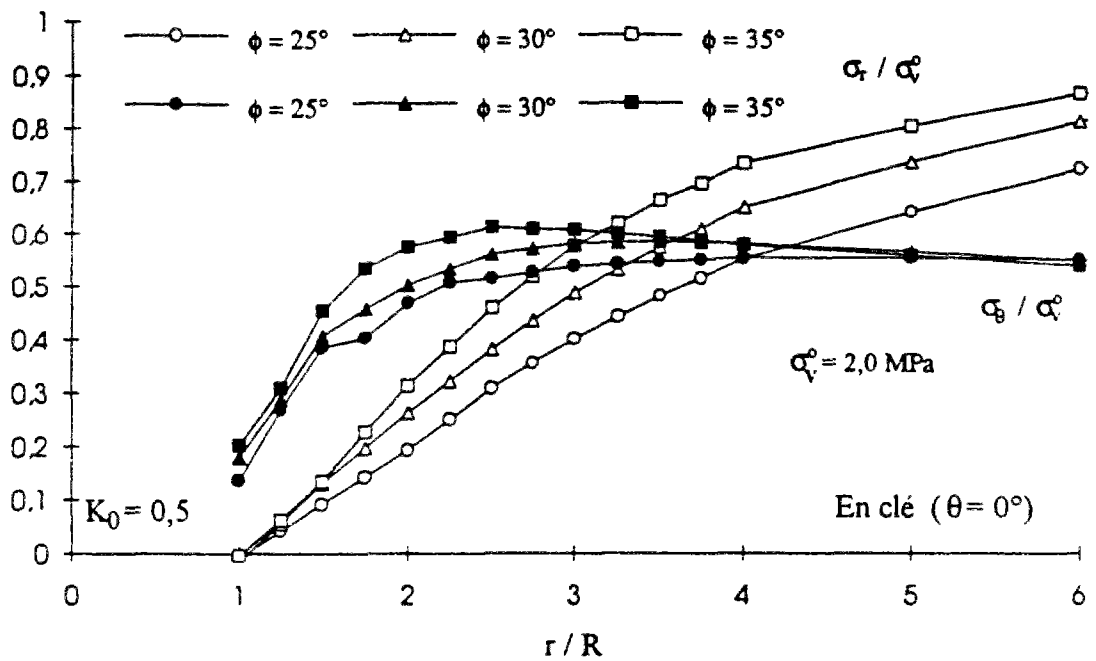
Quant à l'influence de la cohésion  $c$ , un résultat équivalent peut être obtenu par une augmentation de  $c$  à  $\phi$  constant. Toutefois, l'influence de la cohésion est prépondérante, notamment pour ce qui est de la valeur de la contrainte tangentielle sur le bord de la galerie (figure 5.10).

En ce qui concerne le modèle Cam-Clay modifié, la figure 5.11 montre qu'une augmentation du paramètre  $M$  se traduit par une légère augmentation du pic de contrainte tangentielle dans le massif et une diminution de l'étendue de la zone plastique ; bien que ce paramètre ne dépende que de l'angle de frottement du terrain, on constate qu'il influence la valeur de la contrainte tangentielle sur le bord de la galerie, contrairement à ce qui est obtenu par un modèle élastoplastique parfait avec critère de Mohr-Coulomb.

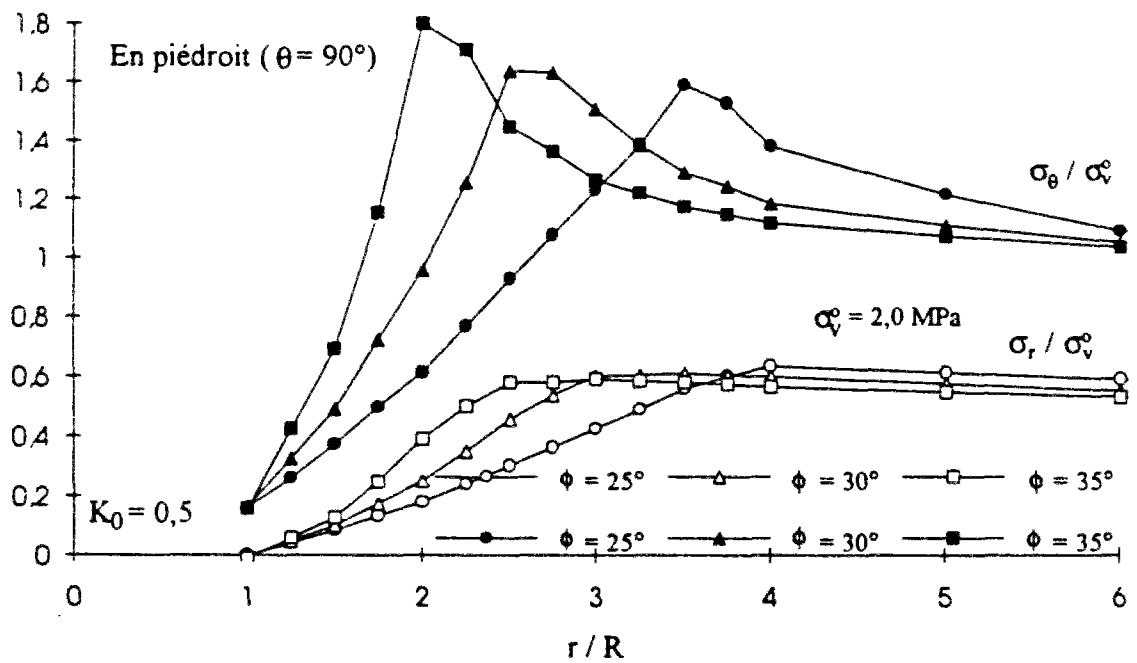
Pour l'influence du paramètre de préconsolidation  $p_{co}$ , la figure 5.12 montre que pour une valeur de  $M$  donnée, le paramètre  $p_{co}$  influence considérablement les distributions de contraintes, lorsque sa valeur correspond à un état fortement surconsolidé du massif. De plus, l'accroissement de  $p_{co}$  a pour effet d'augmenter la contrainte tangentielle sur le bord de galerie.

Il convient de noter que le rayon de la zone plastique obtenu par le modèle Cam-Clay modifié est souvent plus important que celui donné par le modèle élastoplastique parfait. Il est évident que la surface de charge joue un rôle important dans cette étude.

Un exemple de résultats de calculs effectués pour la simulation du creusement d'une galerie circulaire dans un milieu élastoplastique avec écrouissage (modèle Cam-Clay modifié) est montré dans l'annexe C.



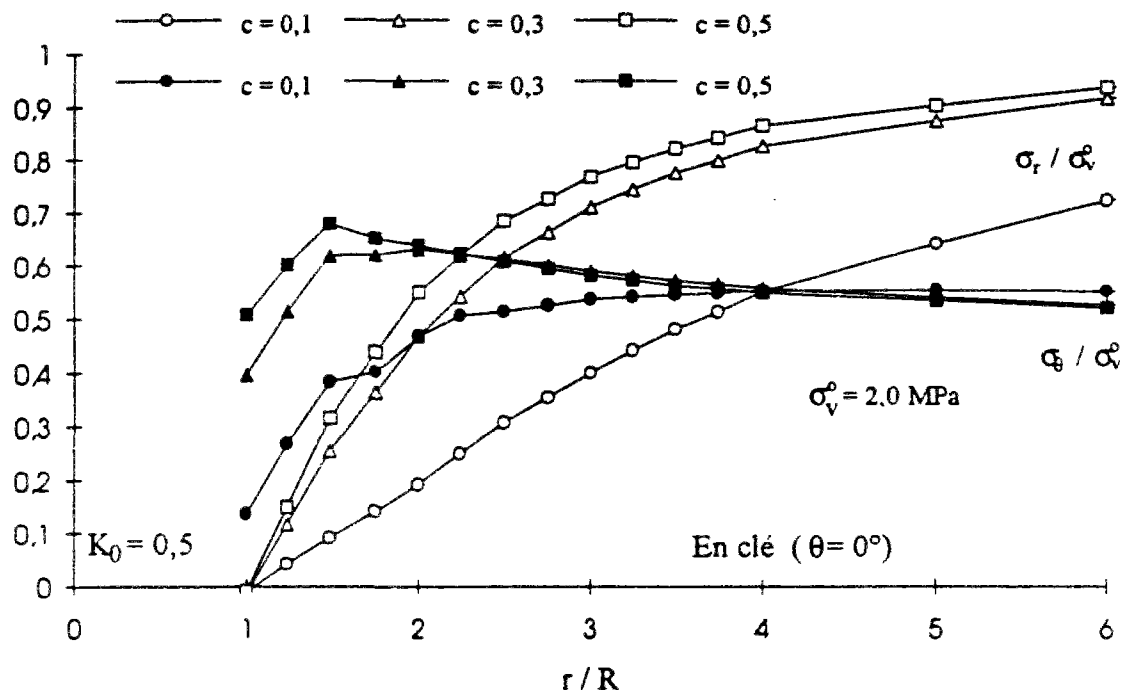
(a)



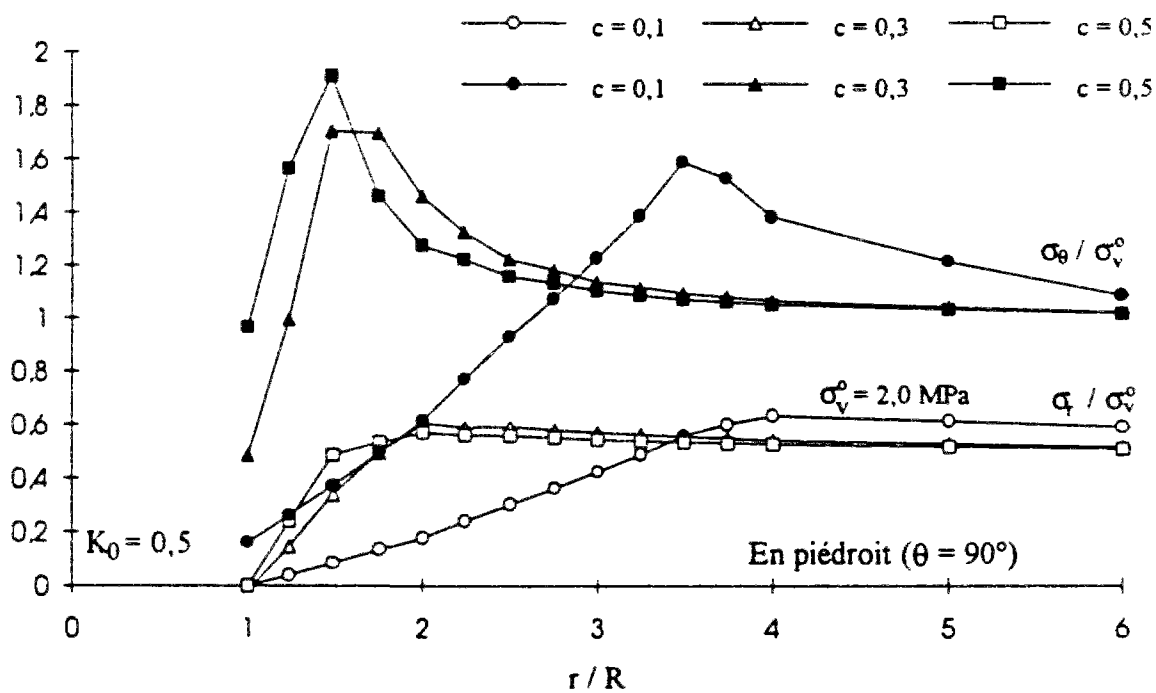
(b)

Figure 5.9 Influence de l'angle de frottement  $\phi$  du critère Mohr-Coulomb sur le calcul des distributions de contraintes (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en pignon ( $\theta = 90^\circ$ ) dans le cas où  $K_0 = 0,5$ .



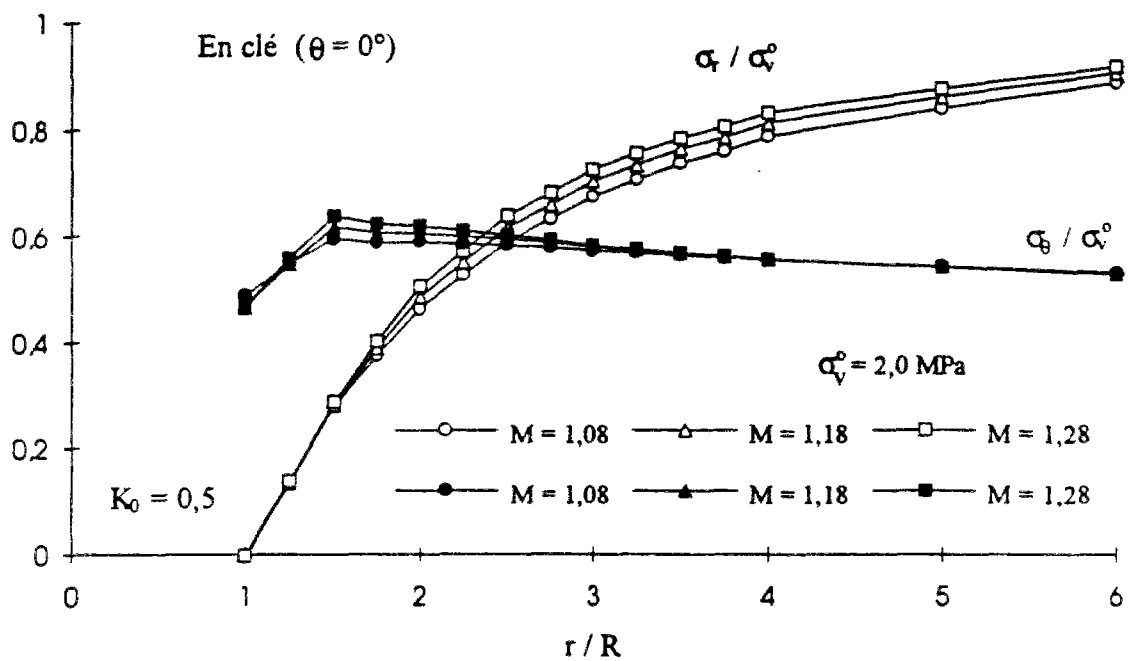


(a)

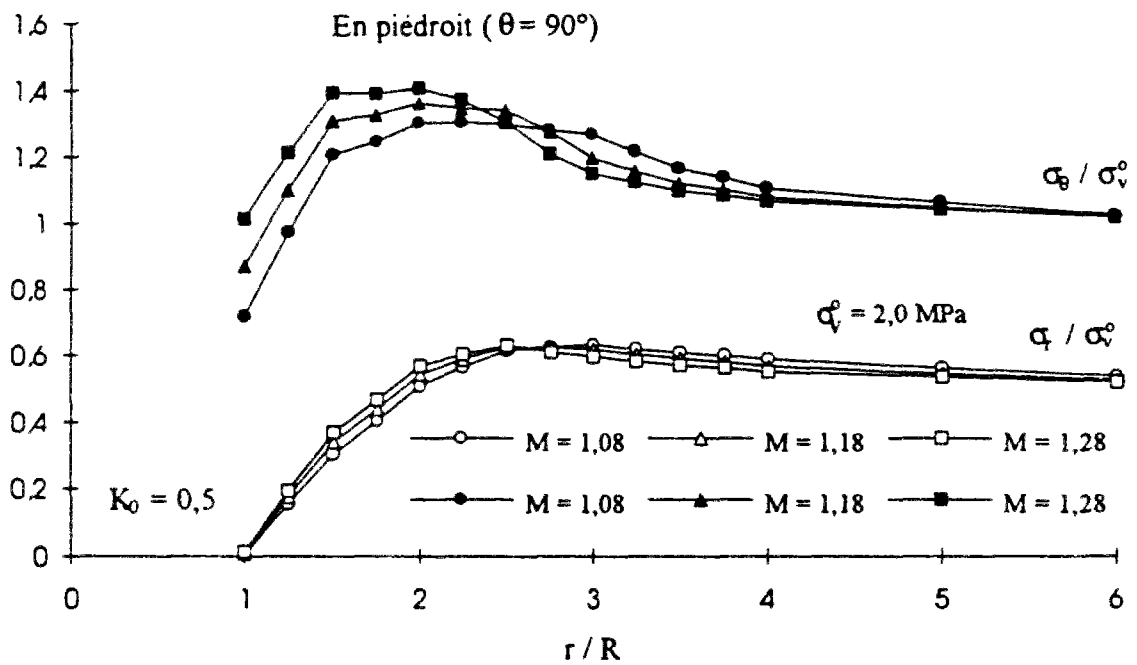


(b)

Figure 5.10 Influence de la cohésion  $c$  du critère Mohr-Coulomb sur le calcul des distributions de contraintes (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en pignon ( $\theta = 90^\circ$ ) dans le cas où  $K_0 = 0.5$ .

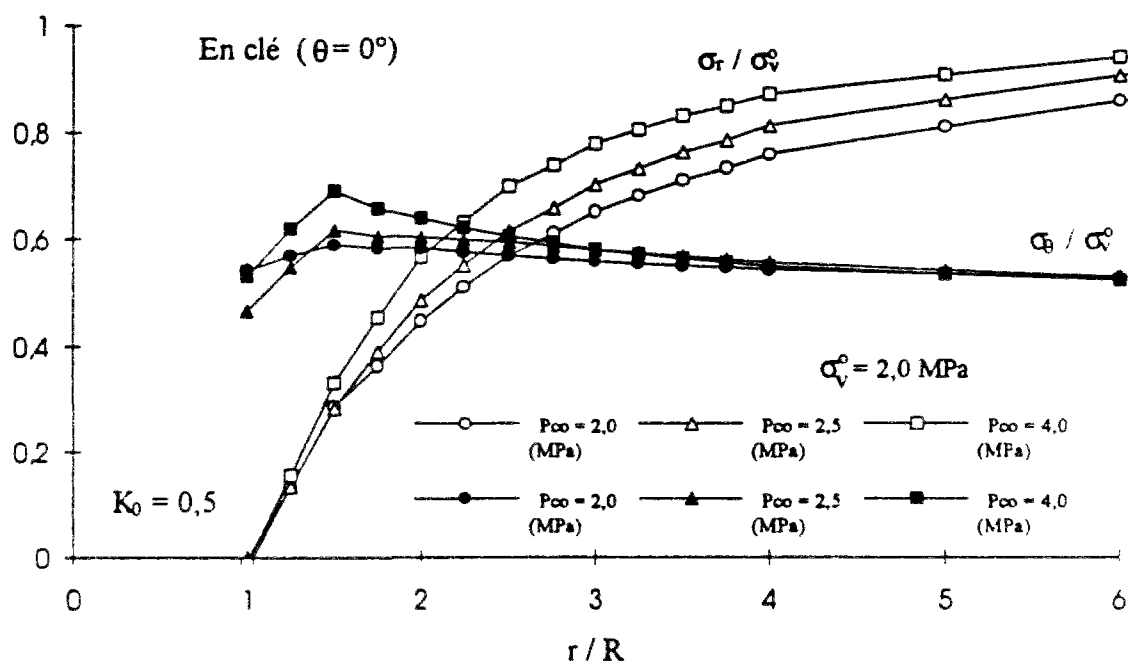


(a)

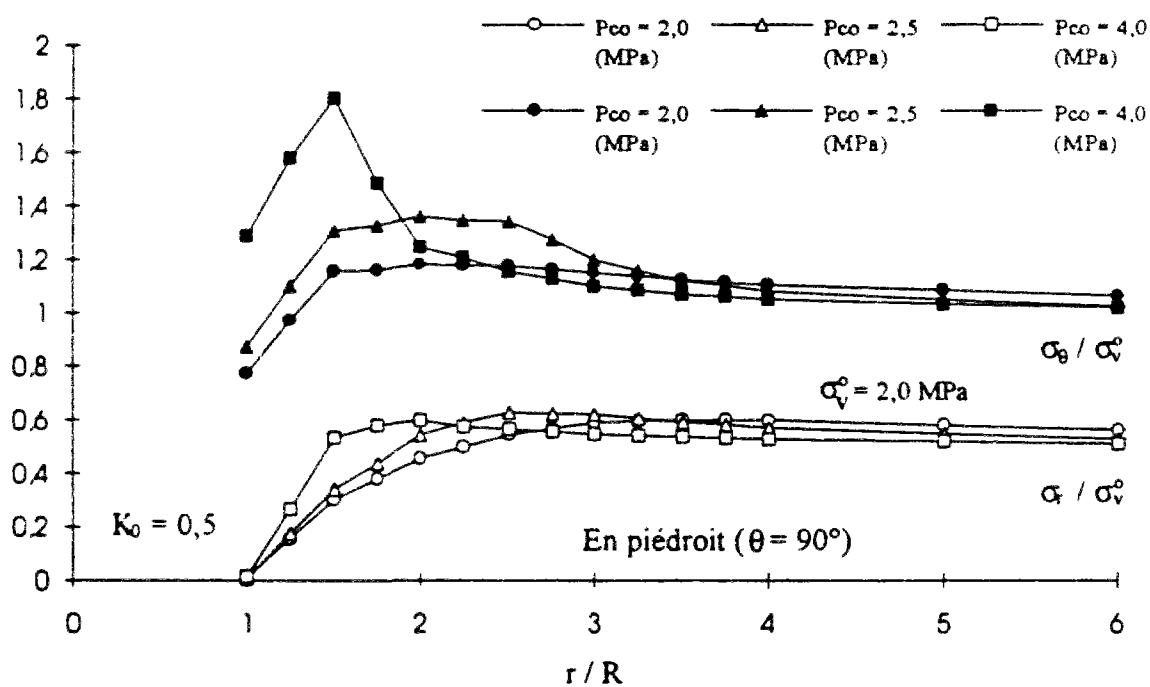


(b)

Figure 5.11 Influence du paramètre  $M$  du modèle Cam-Clay sur le calcul des distributions de contraintes (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ) dans le cas où  $K_0 = 0,5$ .



(a)



(b)

Figure 5.12 Influence du paramètre  $p_{co}$  du modèle Cam-Clay sur le calcul des distributions de contraintes (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ) dans le cas où  $K_0 = 0,5$ .

## 5.6 Etude de l'influence de la loi de comportement sur les distributions de déplacements

Dans cette partie, nous étudions la réponse en déplacement obtenue pour le massif encaissant à partir de calculs par éléments finis effectués à l'aide du code de calcul CESAR-LCPC, en élasticité linéaire, non-linéaire et en élastoplasticité.

En ce qui concerne les conditions initiales, nous nous sommes limité au cas de contraintes initiales anisotropes ( $K_0 = 0,5$ ), et nous avons analysé le déplacement radial  $u_r$  en trois points différents situés sur le bord de la galerie : en clef ( $\theta = 0^\circ$ ), en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ) et en  $\theta = 45^\circ$ . Les résultats obtenus dans le dernier cas peuvent être considérés comme équivalents à ceux obtenus pour un état de contrainte initiale isotrope ( $K_0 = 1,0$ ) ; ils sont récapitulés dans l'annexe B.

Les paramètres retenus pour cette étude sont donnés dans les tableaux 5.2, 5.3, 5.4 et 5.5. Les résultats correspondants sont représentés sur les figures 5.13 à 5.24 sous la forme de diagrammes donnant  $u_r / R$  en fonction du rapport  $r / R$ .

### 5.6.1 Cas de l'élasticité linéaire et des modèles non-linéaires correspondant aux hypothèses H1, H2, H3, H4 et H5

La présente étude concerne l'étude de la sensibilité aux paramètres introduits dans les différents modèles considérés : le coefficient de Poisson  $\nu$ , le module d'Young  $E$ , le module volumique  $K$  et le module de cisaillement  $G$ .

- *module d'Young  $E$*

Les résultats obtenus, dans le cas de la loi linéaire isotrope de Hooke montrent qu'en tout point du massif situé sur le bord de la galerie, une augmentation de  $E$  se traduit par une diminution du déplacement radial (figure 5.13).

- *coefficient de Poisson  $\nu$*

Deux modèles utilisent directement ce paramètre : la loi élastique linéaire de Hooke et l'élasticité non-linéaire correspondant à l'hypothèse H2.

On constate qu'en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ) et pour  $\theta = 45^\circ$ , une augmentation de la valeur de  $\nu$  se traduit par une augmentation du déplacement radial  $u_r$  (figures 5.14b, 5.15b et B.4b). La même remarque peut être faite également en clé ( $\theta = 0^\circ$ ).

dans le cas de l'hypothèse H2 (figure 5.15a) ; en revanche, dans le cas de l'élasticité linéaire, le coefficient de Poisson n'a aucune influence sur les distributions de déplacement en clé (figure 5.14a)

- ♦ *module volumique  $K$  :*

Les variations de ce paramètre sont contrôlées par les valeurs de  $\kappa$  et  $e_0$ . On constate qu'en clé ( $\theta = 0^\circ$ ), l'influence du paramètre  $\kappa$  est faible et celle de  $e_0$  pratiquement inexistante (figures 5.16a et 5.17a). Il en est de même en  $\theta = 45^\circ$  (figure B.5 de l'annexe B). Ce dernier résultat est évident, dans la mesure où la contrainte moyenne restant constante, la variation du module volumique  $K$  est nécessairement nulle.

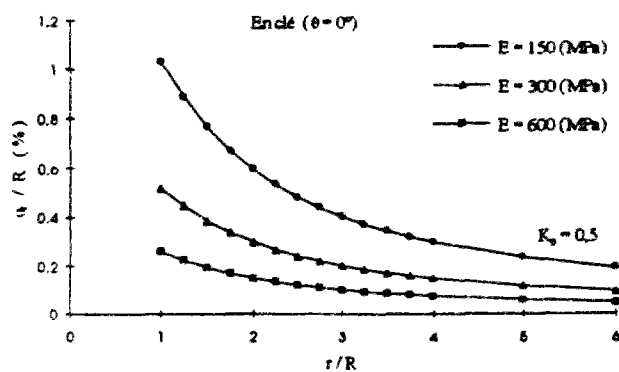
En piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ), une augmentation de  $\kappa$  ou une diminution de  $e_0$  se traduisent par une diminution du déplacement radial au niveau de la galerie (figures 5.16b et 5.17b). Par ailleurs, les résultats mettent en évidence, au niveau des piedroits ( $\theta = 90^\circ$ ), une zone en compression à l'intérieur du massif, contrairement à ce qui était obtenu en élasticité linéaire.

- ♦ *module de cisaillement  $G$*

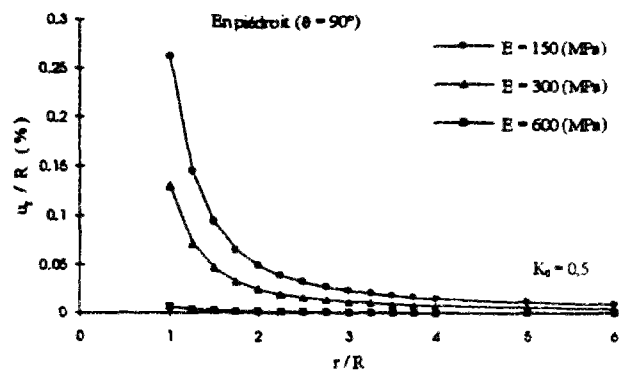
Les modèles élastiques non-linéaires basés sur les hypothèses H1, H2, H3, H4 et H5 utilisent ce paramètre. D'une manière générale, on peut constater qu'une augmentation du module de cisaillement  $G$  se traduit par une diminution du déplacement radial sur le bord de la galerie (figures 5.18, 5.19, 5.20 et 5.23).

Les influences des paramètres  $C$ ,  $n$  et  $p_{co}$  sont respectivement représentés sur les figures 5.21, 5.24 et 5.22.

Enfin, cette étude paramétrique a permis de souligner l'importance de la valeur du module volumique  $K$  sur la réponse du massif : notamment, on a montré que pour certaines valeurs de  $K$ , il apparaît en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ), une zone en compression engendrée par le déconfinement du terrain. Un exemple de résultat de calculs d'éléments finis correspondant à l'hypothèse H4 est donné dans l'annexe C.

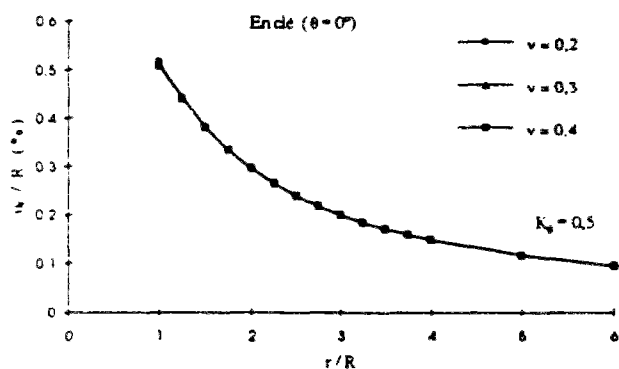


(a)

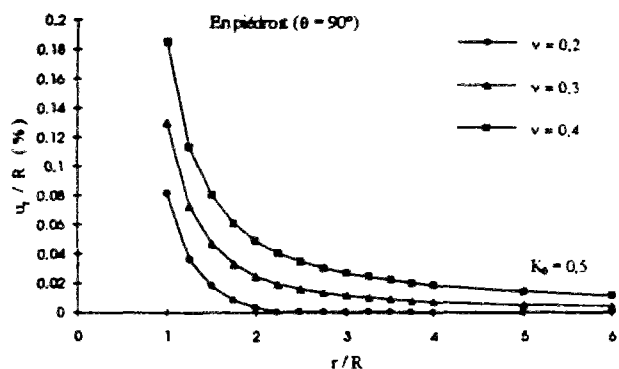


(b)

Figure 5.13 Influence du module d'Young  $E$  de la loi de Hooke (élasticité linéaire) pour  $K_0 = 0,5$  (a)  $\theta = 0^\circ$  (b)  $\theta = 90^\circ$ .

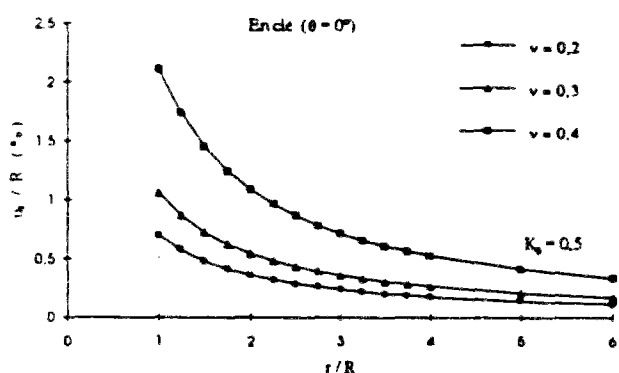


(a)

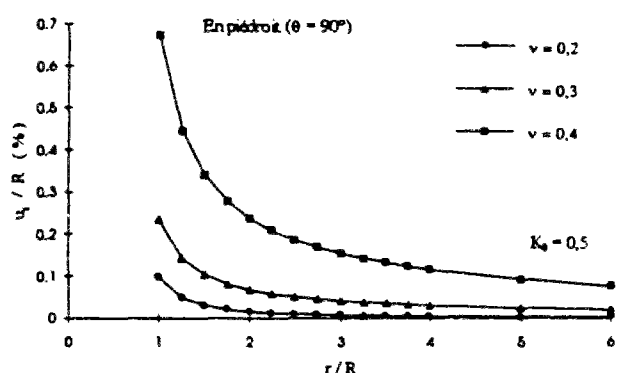


(b)

Figure 5.14 Influence du coefficient de Poisson  $\nu$  de la loi de Hooke (élasticité linéaire) pour  $K_0 = 0,5$  (a)  $\theta = 0^\circ$  (b)  $\theta = 90^\circ$ .

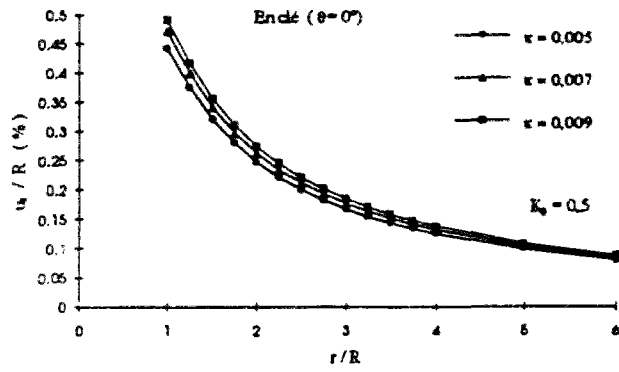


(a)

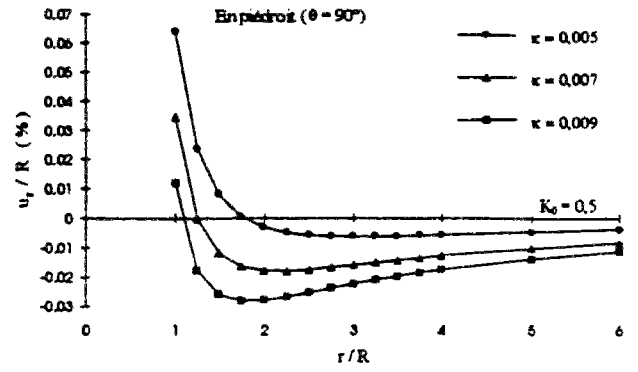


(b)

Figure 5.15 Influence du coefficient de Poisson  $\nu$  de l'hypothèse H2 (élasticité non-linéaire) pour  $K_0 = 0,5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ).

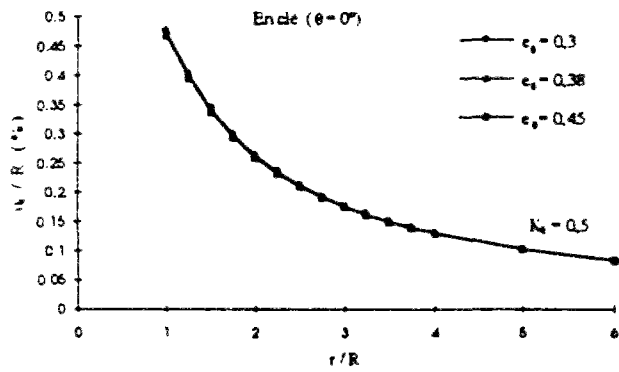


(a)

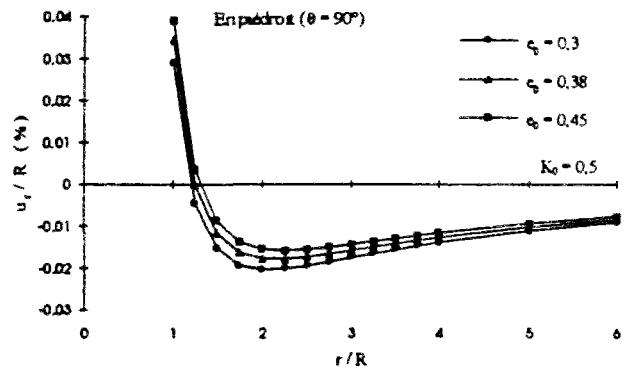


(b)

Figure 5.16 Influence du paramètre  $\kappa$  du module volumique  $K$  (élasticité non-linéaire) pour  $K_0 = 0,5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ).

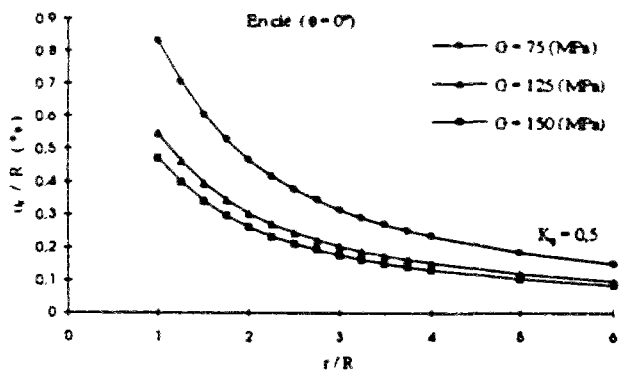


(a)

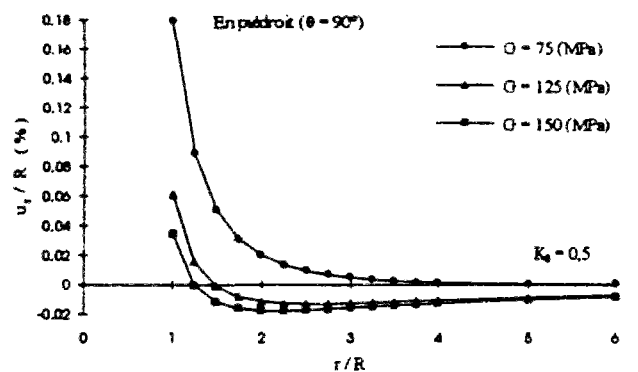


(b)

Figure 5.17 Influence du paramètre  $e_0$  du module volumique  $K$  (élasticité non-linéaire) pour  $K_0 = 0,5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ).



(a)



(b)

Figure 5.18 Influence du module de cisaillement  $G$  de l'hypothèse H1 (élasticité non-linéaire) pour  $K_0 = 0,5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ).

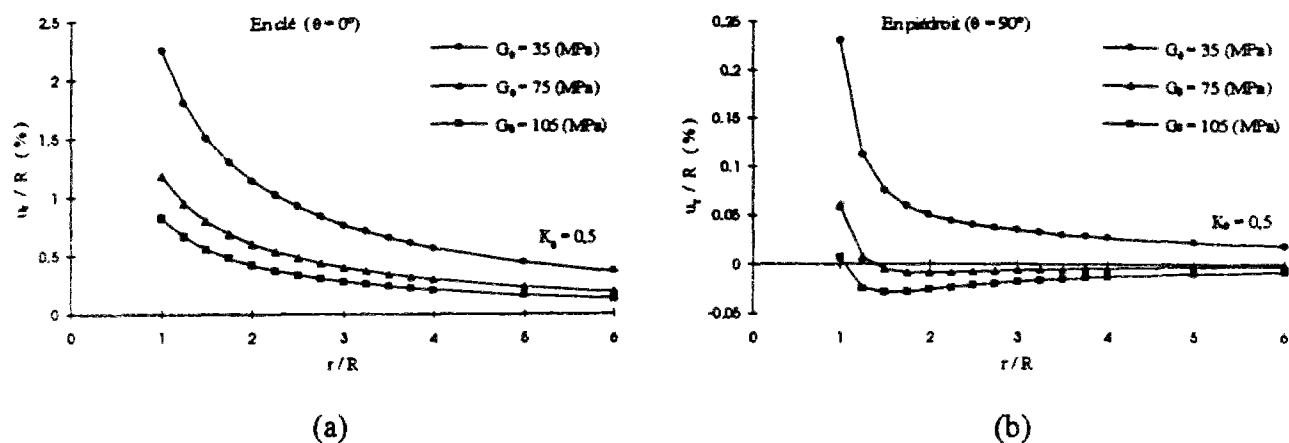


Figure 5.19 Influence du module de cisaillement  $G_0$  de l'hypothèse H3 (élasticité non-linéaire) pour  $K_0 = 0.5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ).

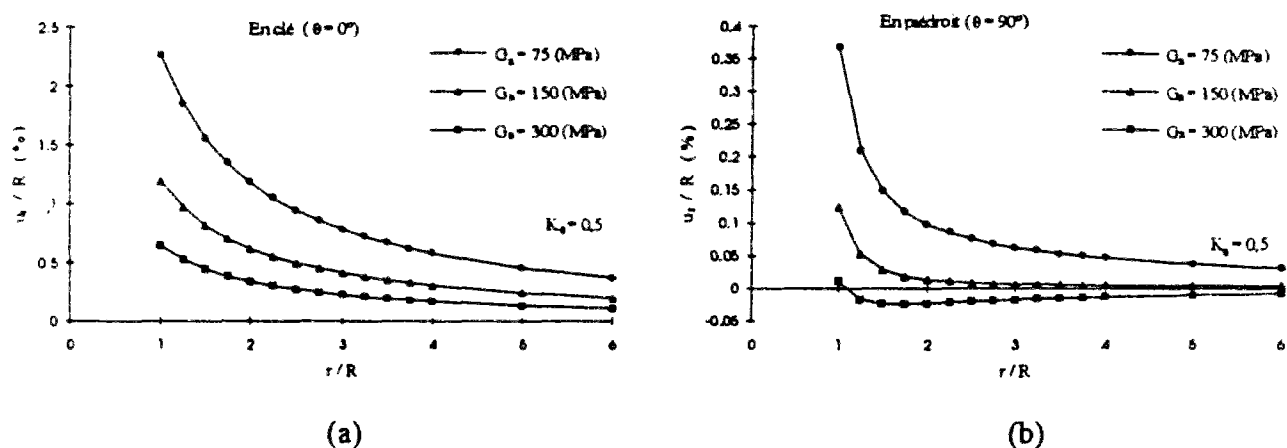


Figure 5.20 Influence du module de cisaillement  $G_n$  de l'hypothèse H4 (élasticité non-linéaire) pour  $K_0 = 0.5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ).

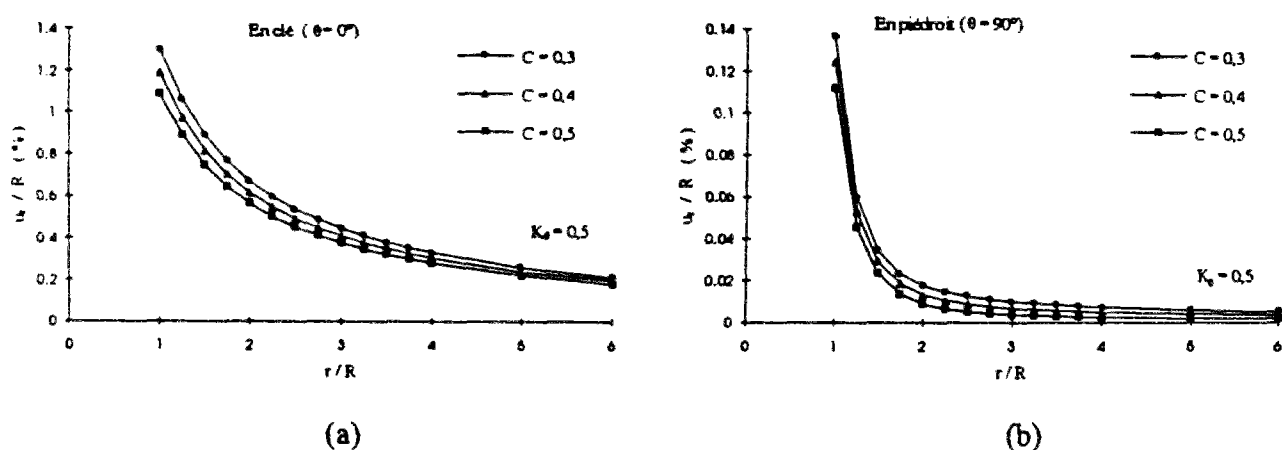
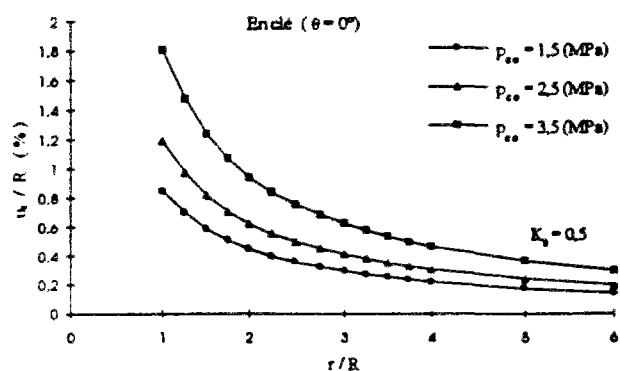
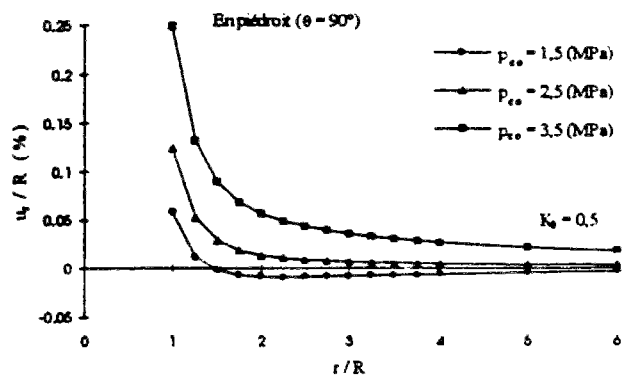


Figure 5.21 Influence du paramètre de Wroth  $C$  de l'hypothèse H4 (élasticité non-linéaire) pour  $K_0 = 0.5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ).



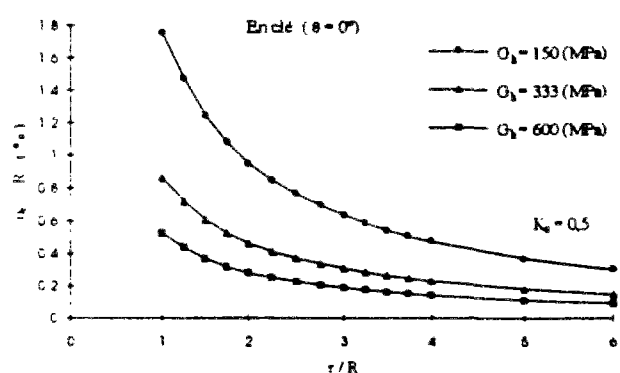


(a)

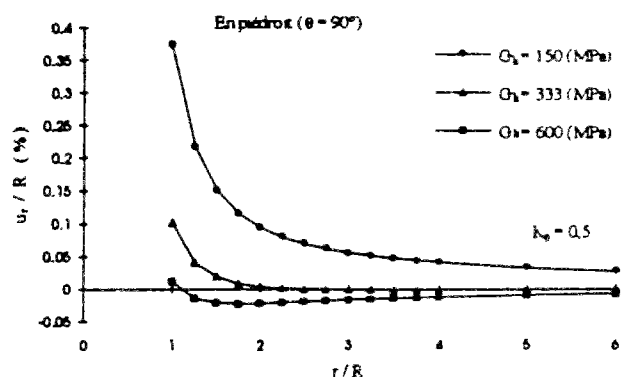


(b)

Figure 5.22 Influence du paramètre  $p_{co}$  de l'hypothèse H4 (élasticité non-linéaire) pour  $K_0 = 0,5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ).

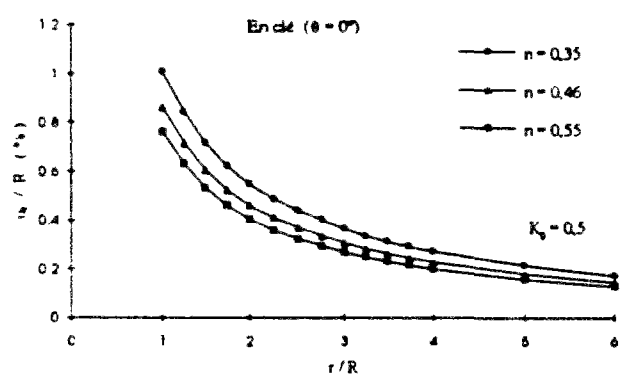


(a)

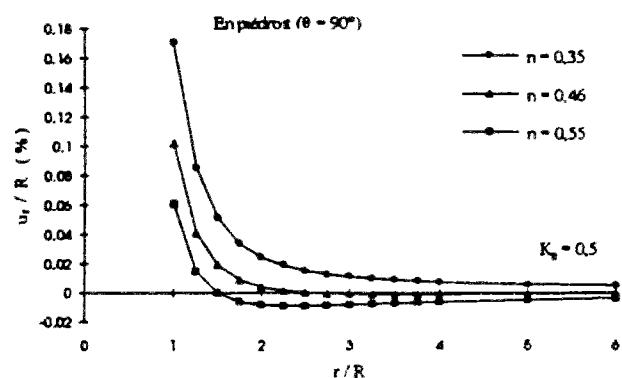


(b)

Figure 5.23 Influence du paramètre  $G_h$  de l'hypothèse H5 (élasticité non-linéaire) pour  $K_0 = 0,5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ).



(a)



(b)

Figure 5.24 Influence du paramètre  $n$  de l'hypothèse H5 (élasticité non-linéaire) pour  $K_0 = 0,5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ).

### 5.6.2 Modèles hyperboliques

Cette étude paramétrique concerne, d'une part, le modèle de Duncan et Chang (1970) basé sur : le module d'Young tangent  $E_t$  et le coefficient de Poisson tangent  $\nu_t$ , et d'autre part, le modèle modifié de Hardin et Drnevich (1972) basé sur : le module de cisaillement  $G_t$  et le module volumique tangent  $K_t$ .

Dans le cas du modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970), il faut tenir compte au total de sept paramètres :  $K_b$ ,  $m$ ,  $K_h$ ,  $n$ ,  $c$ ,  $\phi$  et  $R_f$ . Les résultats de l'étude de sensibilité à ces paramètres sont donnés ci-après :

- *coefficient de Poisson tangent  $\nu_t$  :*

Duncan et al. (1980) ont proposé d'utiliser le module volumique tangent  $K_t$  pour caractériser l'influence du coefficient de Poisson  $\nu_t$  en introduisant deux paramètres  $K_b$  et  $m$ .

Les résultats représentés sur les figures 5.25 et 5.26 montrent qu'en clé ( $\theta = 0^\circ$ ), il n'y a pratiquement pas d'influence de ces deux paramètres, et qu'en revanche, en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ) une augmentation de  $K_b$ , et dans une certaine mesure de  $m$ , se traduit par une augmentation du déplacement radial  $u_r$ .

- *module d'Young tangent  $E_t$  :*

La sensibilité au paramètre  $E_t$  est caractérisée par les paramètres  $K_h$ ,  $n$ ,  $c$ ,  $\phi$  et  $R_f$ . On constate qu'une augmentation des paramètres  $K_h$ ,  $n$ ,  $c$ ,  $\phi$  se traduit par une diminution du déplacement radial  $u_r$  (figures 5.27, 5.28, 5.29 et 5.30), en revanche une augmentation du paramètre  $R_f$  entraîne une augmentation de  $u_r$  (figure 5.31).

On remarque, par ailleurs, la faible influence de l'angle de frottement  $\phi$  sur les distributions de déplacement obtenues en clé, en piédroit (figure 5.30) et en  $\theta = 45^\circ$  (figure B 12a dans l'annexe B).

Il faut noter également que ce modèle hyperbolique ne conduit pas à l'apparition d'une zone comprimée en piédroit, comme cela avait obtenu avec les modèles hyperélastiques.

En ce qui concerne le modèle hyperbolique modifié de Hardin et Drnevich (1972), les paramètres à prendre en compte sont le module de cisaillement tangentiel  $G_t$  (qui dépend en principe de trois paramètres  $\tau_{\max}$ ,  $G_{\max}$  et  $s$ ) et le module volumique tangentiel  $K_t$  (défini à partir de l'hypothèse de Duncan et al. (1980) et qui utilise deux paramètres  $K_b$  et  $m$ ). Les résultats de cette étude paramétrique sont donnés ci-après :

- *module de cisaillement  $G_t$  :*

Le module de cisaillement tangent  $G_t$  est caractérisé par les paramètres  $\tau_{\max}$ ,  $G_{\max}$  et  $s$ . Les figures 5.32 et 5.33 montrent qu'une augmentation de  $\tau_{\max}$  ou de  $G_{\max}$  entraîne une diminution importante du déplacement radial  $u_r$ .

Quant au paramètre  $s$ , trois valeurs ont été considérées :  $s = 2$  (Yogendrakumar et al., 1992),  $s = 1$  (Hardin et Drnevich, 1972) et  $s = 0,5$ .

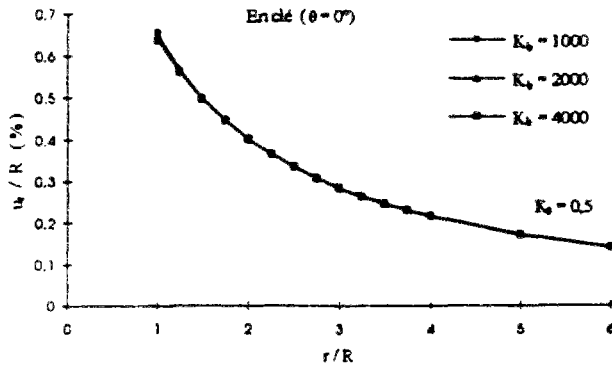
Les résultats sont représentés sur la figure 5.34 ; ils indiquent qu'une augmentation de  $s$  entraîne une augmentation du déplacement radial  $u_r$ , cette augmentation étant surtout marquée entre  $s = 1$  et  $s = 2$ , sur le bord de la galerie

- *module volumique tangent  $K_t$*

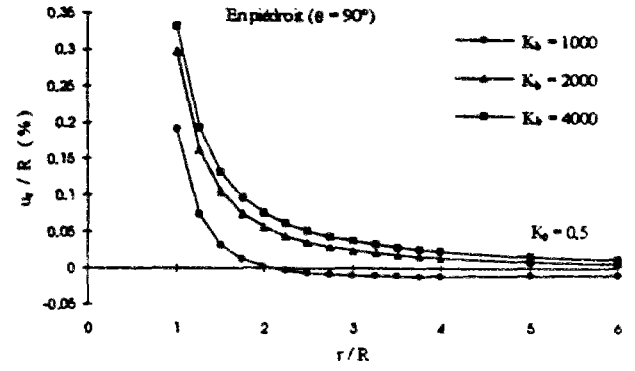
Les paramètres  $K_b$  et  $m$  permettent de caractériser le module volumique tangent  $K_t$ . Il apparaît que l'influence de ce module (figures 5.35 et 5.36) est moins sensible que dans le cas du modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970)

Autrement dit, le module volumique tangent  $K_t$  n'a pas autant d'influence que le module de cisaillement tangent  $G_t$  dans le modèle modifié de Hardin et Drnevich (1972)

En conséquence, les modèles hyperboliques sont des modèles basés sur les modules élastiques tangentiels qui sont fonction de l'état actuel des contraintes. En général, on peut noter que ces modèles ne conduisent pas à l'apparition d'une zone comprimée en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ) comme cela est le cas par les hypothèses H1, H3, H4 et H5.

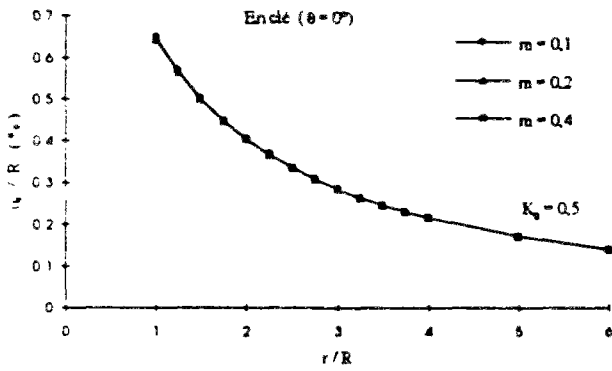


(a)

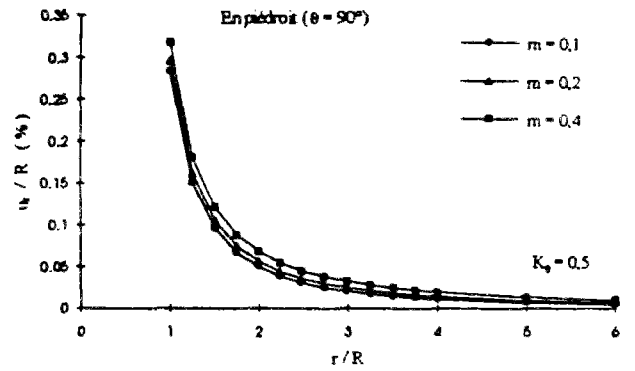


(b)

Figure 5.25 Influence du paramètre  $K_b$  du modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970) pour  $K_0 = 0,5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ).

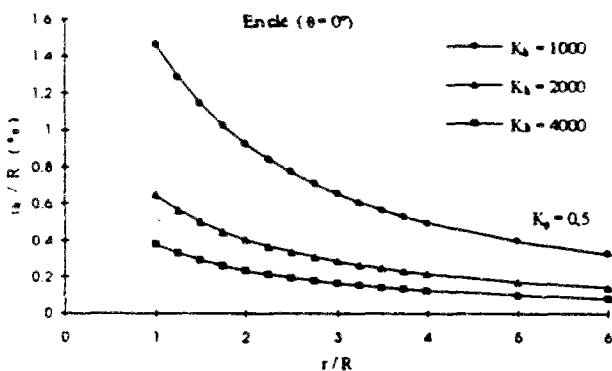


(a)

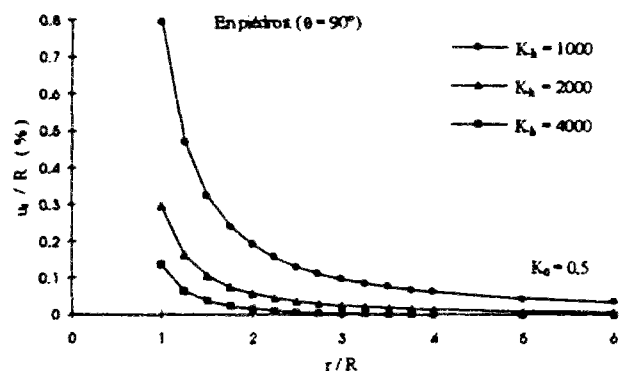


(b)

Figure 5.26 Influence du paramètre  $m$  du modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970) pour  $K_0 = 0,5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ).

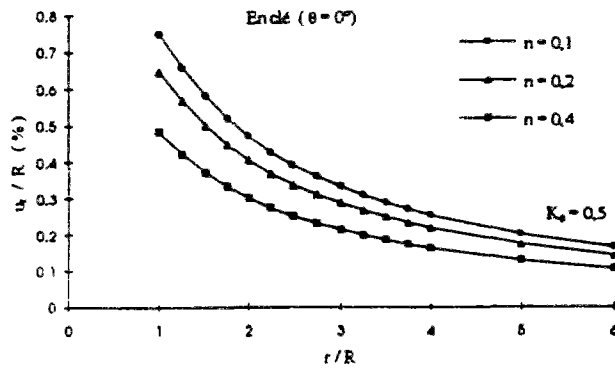


(a)

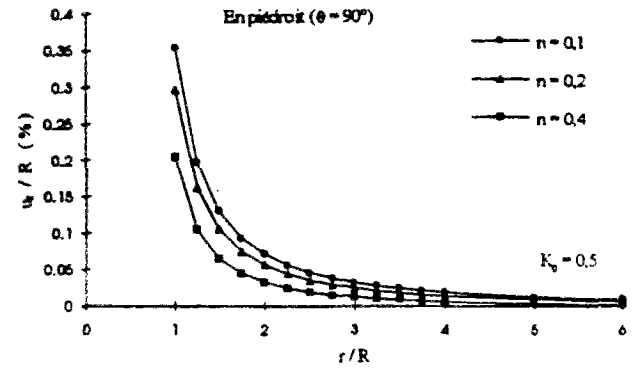


(b)

Figure 5.27 Influence du paramètre  $K_b$  du modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970) pour  $K_0 = 0,5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ).

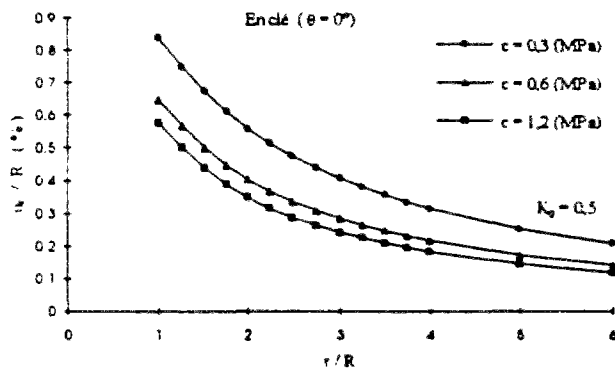


(a)

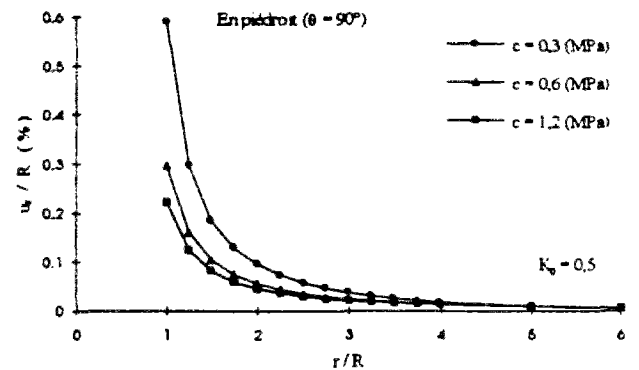


(b)

Figure 5.28 Influence du paramètre  $n$  du modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970) pour  $K_0 = 0,5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ).

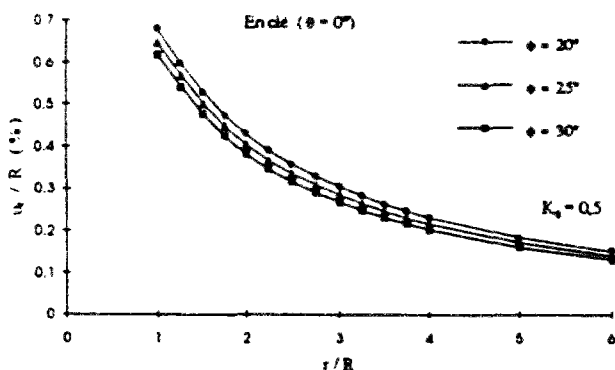


(a)

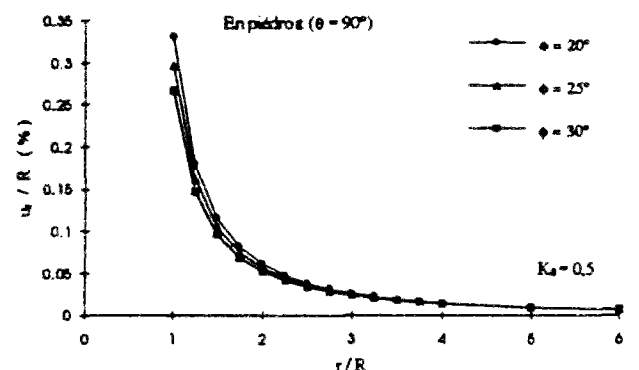


(b)

Figure 5.29 Influence de la cohésion  $c$  du modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970) pour  $K_0 = 0,5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ).



(a)



(b)

Figure 5.30 Influence de l'angle de frottement  $\phi$  du modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970) pour  $K_0 = 0,5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ).

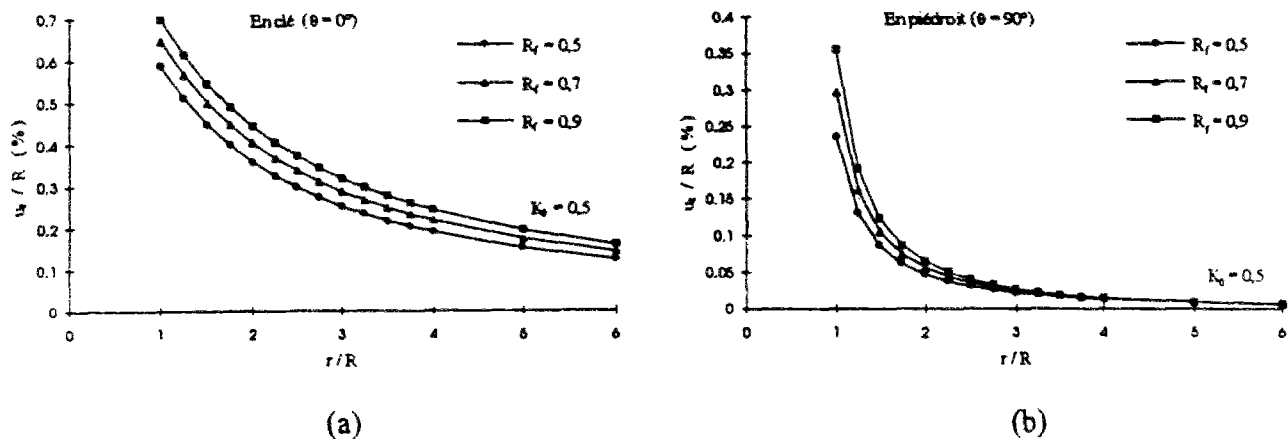


Figure 5.31 Influence du paramètre  $R_f$  du modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970) pour  $K_0 = 0,5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ).

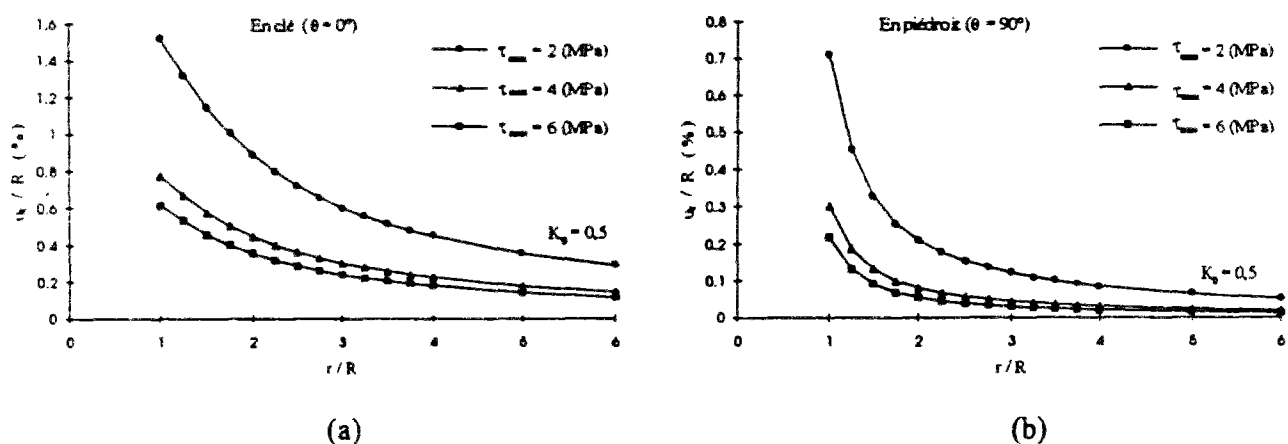


Figure 5.32 Influence de la contrainte de cisaillement maximum  $\tau_{\max}$  du modèle modifié de Hardin et Drnevich (1972) pour  $K_0 = 0,5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ).

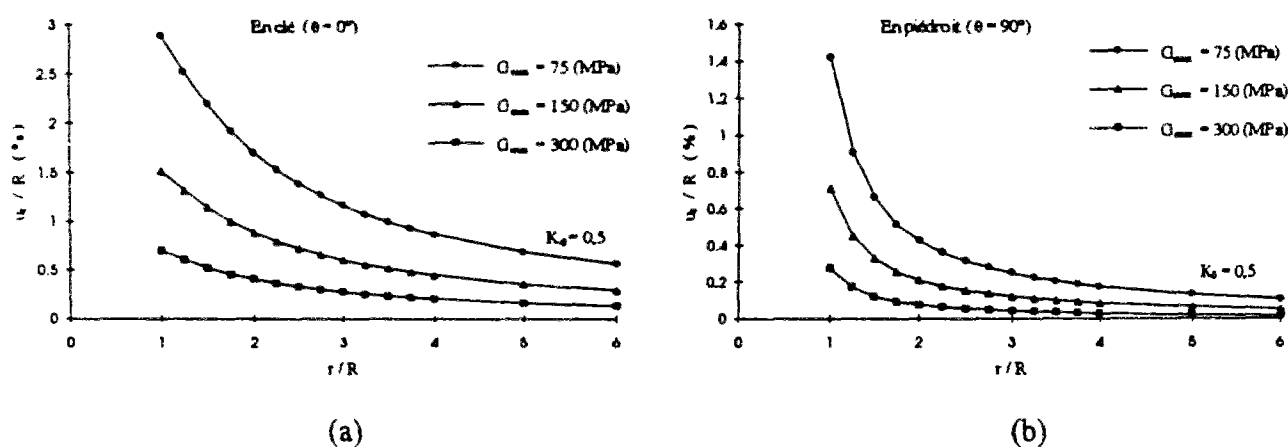
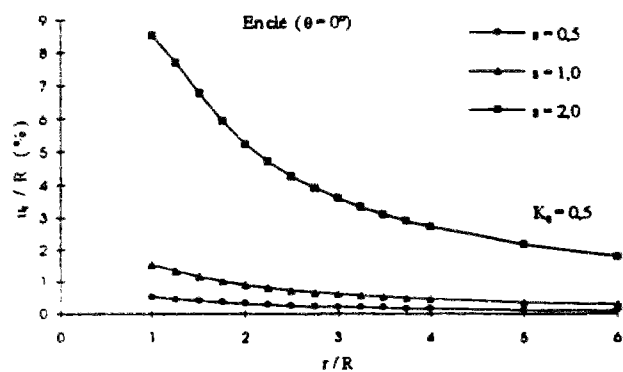
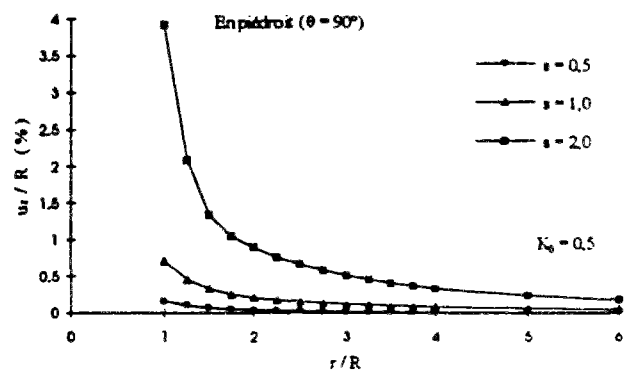


Figure 5.33 Influence du module de cisaillement initial  $G_{\max}$  du modèle modifié de Hardin et Drnevich (1972) pour  $K_0 = 0,5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ).

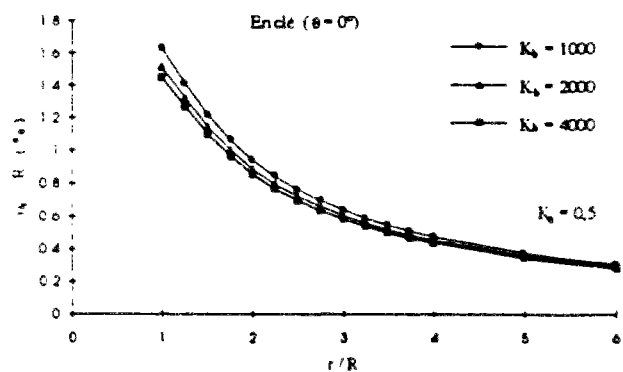


(a)

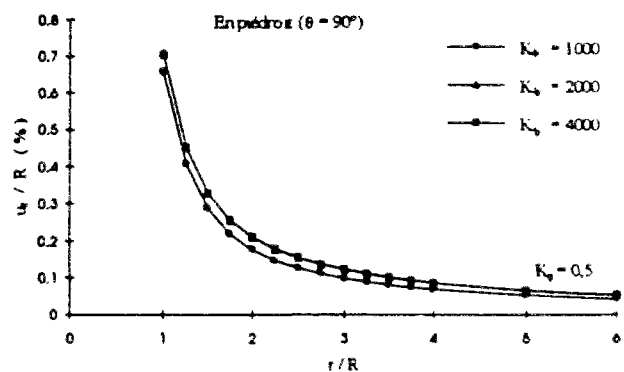


(b)

Figure 5.34 Influence du paramètre  $s$  du modèle modifié de Hardin et Drnevich (1972) pour  $K_0 = 0,5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ).

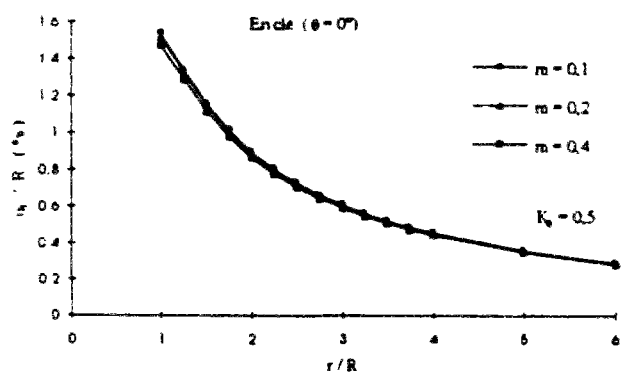


(a)

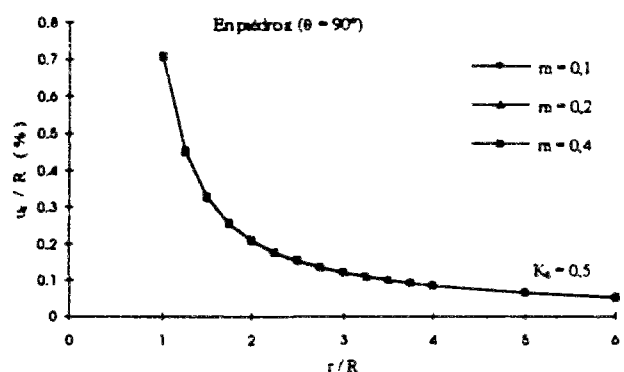


(b)

Figure 5.35 Influence du paramètre  $K_b$  du modèle modifié de Hardin et Drnevich (1972) pour  $K_0 = 0,5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ).



(a)



(b)

Figure 5.36 Influence du paramètre  $m$  du modèle modifié de Hardin et Drnevich (1972) pour  $K_0 = 0,5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ).

### 5.6.3 Modèles élastoplastiques

Dans cette partie, nous nous sommes intéressés à la modélisation du creusement d'une galerie circulaire dans un milieu homogène élastoplastique obéissant au critère de Mohr-Coulomb et dans le cas d'un comportement de type Cam-Clay modifié.

Pour le premier modèle (Mohr-Coulomb), on s'est intéressé à l'influence des paramètres  $c$ ,  $\phi$  et  $\psi$ . Pour le modèle Cam-Clay modifié, les paramètres considérés sont  $\lambda$ ,  $M$  et  $p_{co}$ . Les résultats obtenus pour le déplacement radial  $u_r$  en clef ( $\theta = 0^\circ$ ), en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ) et en  $\theta = 45^\circ$  sont respectivement représentés sur les figures 5.37 à 5.42 et les figures B.16 à B.18 (dans l'annexe B).

Cette analyse conduit, pour le modèle élastoplastique avec critère de Mohr-Coulomb, aux conclusions suivantes :

- *paramètres de résistance  $c$  et  $\phi$  :*

Les figures 5.37 et 5.38 montrent qu'un accroissement de valeur de l'angle de frottement  $\phi$  et/ou de la cohésion  $c$  conduit à une diminution du déplacement radial dans le massif encaissant

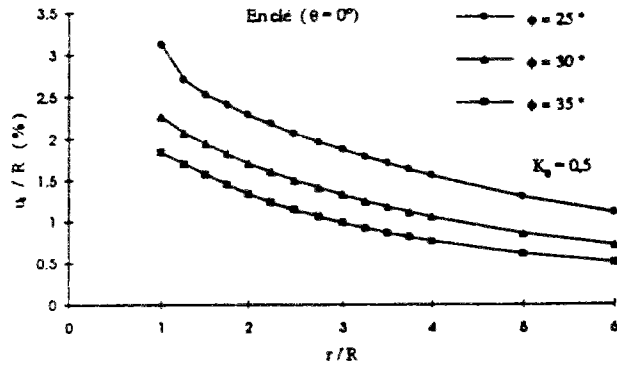
- *paramètre de la dilatation  $\psi$*

Les résultats de calculs font apparaître (figure 5.39), que dans le cas où la loi d'écoulement est associée ( $\phi = \psi$ ), le déplacement radial est nettement plus fort que pour une loi non associée ( $\phi \neq \psi$ ).

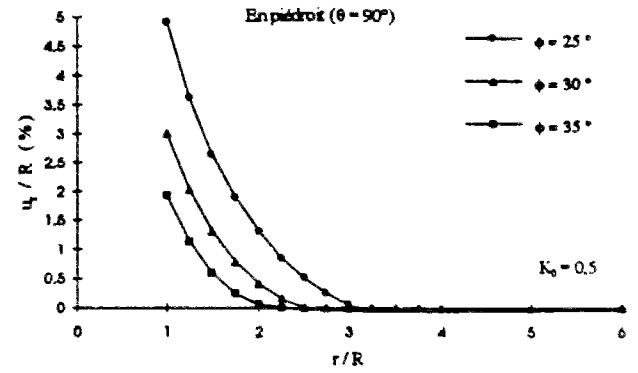
Par ailleurs, on peut remarquer que la valeur du déplacement radial obtenu sur le bord de la galerie est généralement moins élevée en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) qu'en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ). Cependant, le déplacement radial en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ) s'annule pour une distance  $r$  supérieure à 2,5 fois de rayon  $R$  de la galerie (figures 5.37b, 5.38b et 5.39b), alors qu'en clé (figures 5.37a, 5.38a et 5.39a) et en  $\theta = 45^\circ$  (B.16a, B.16b et B.17a), le déplacement radial  $u_r$  tend vers 0 de manière asymptotique

Pour l'apparition de la plastification dans le massif encaissant (par exemple, la figure 5.39), on peut constater que le rayon plastique  $r_p$  égal à  $1,5R$  en clef ( $\theta = 0^\circ$ ) et  $r_p = 2,5R$  en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ), alors que la distribution d'une zone plastique n'est pas la même que celle obtenue dans le cas d'un état de contrainte initiale isotrope. Pour ce dernier cas, la distribution d'une zone plastique est axisymétrique autour la galerie à section circulaire.



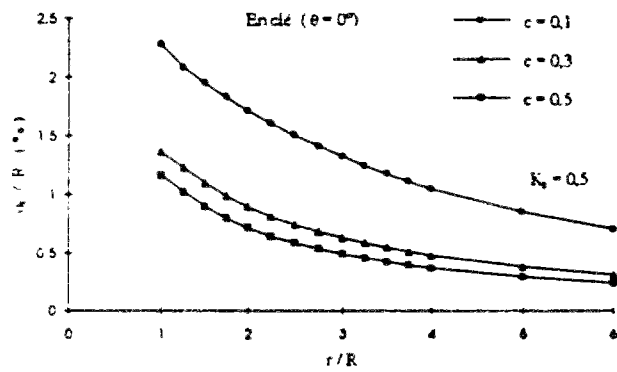


(a)

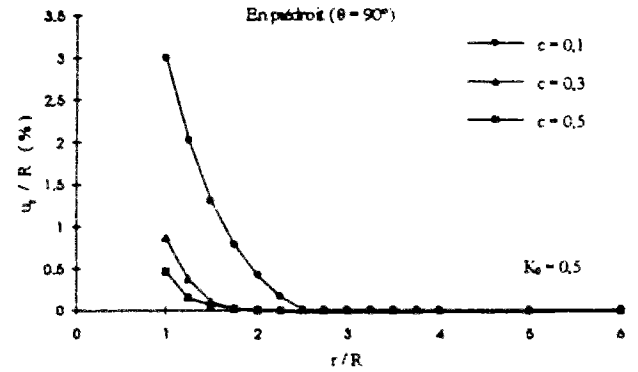


(b)

Figure 5.37 Influence de l'angle de frottement interne  $\phi$  du critère Mohr-Coulomb pour  $K_0 = 0,5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ).

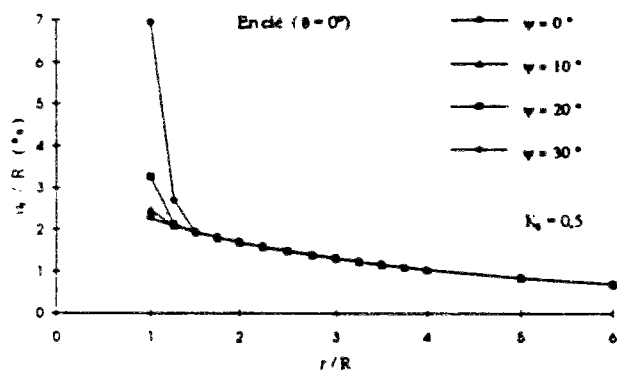


(a)

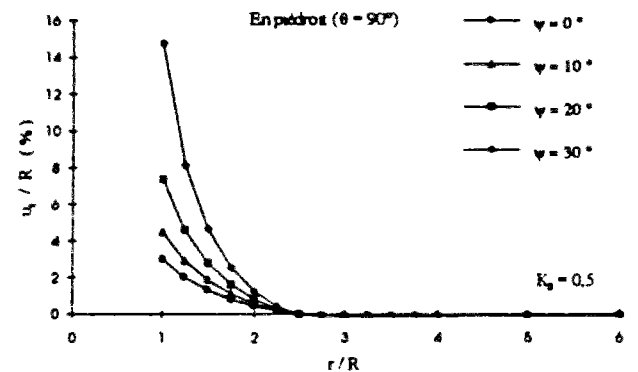


(b)

Figure 5.38 Influence de la cohésion  $c$  du critère Mohr-Coulomb pour  $K_0 = 0,5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ).



(a)



(b)

Figure 5.39 Influence de l'angle de dilatance  $\psi$  du modèle élastoplastique avec critère de Mohr-Coulomb pour  $K_0 = 0,5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ).

En ce qui concerne la sensibilité aux paramètres du modèle Cam-Clay modifié, les calculs conduisent aux résultats suivants :

- *paramètres  $\lambda$  et  $M$  :*

La figure 5.40 montre que le paramètre  $\lambda$  a peu d'influence sur le déplacement radial  $u_r$ .

Par ailleurs, on constate qu'un accroissement de  $M$  conduit à une diminution du déplacement radial, ce qui est compréhensible dans la mesure où une faible valeur de  $M$  tend à augmenter l'apparition de zones plastiques (figure 5.41).

- *paramètres  $p_{co}$  :*

De même, une grande valeur de  $p_{co}$  signifie l'élargissement d'un domaine élastique. Dans ce cas, il est évident qu'une diminution de  $p_{co}$  conduit à une augmentation du déplacement radial (figure 5.42).

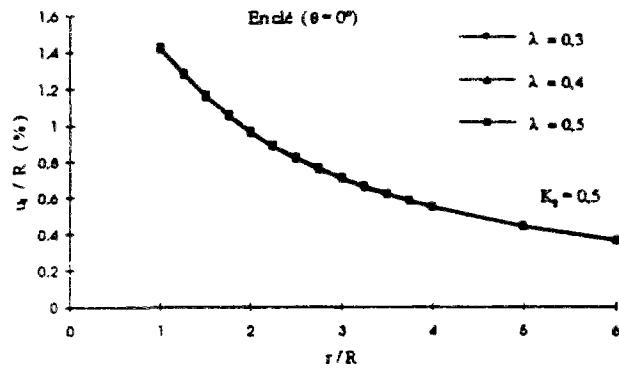
Les résultats obtenus pour  $\theta = 0^\circ$  (figures 5.40a, 5.41a et 5.42a) montrent que, pour les cas étudiés, aucune plastification ne se produit en clé. La zone plastique n'est donc pas par rapport à l'axe de la galerie pour le cas de l'état de contrainte initiale anisotrope.

Par ailleurs, on note en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ), l'apparition d'une zone en extension pour  $r < 2R$ , et une zone plastique en compression pour  $r \geq 2R$  (figures 5.40b, 5.41b et 5.42b). En autre endroit, par exemple  $\theta = 0^\circ$  et  $\theta = 45^\circ$  (figure B.18b), il manifeste en général une zone en extension

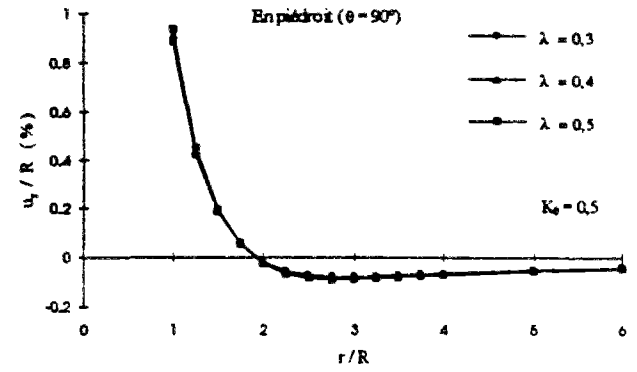
Cette zone plastique en compression disparaît toutefois pour les fortes valeurs de  $p_{co}$ . Par exemple, en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ) pour  $p_{co} = 4,0$  MPa (figure 5.42b), il n'apparaît pas de zone plastique en compression et le comportement restant en effet totalement élastique dans ces conditions.

L'apparition de zones en compression s'apparente à celui mis en évidence avec les modèles élastiques non-linéaires (hypothèses H1, H2, H3, H4 et H5) analysés à la section précédente. Deux exemples de calculs représentant ce phénomène observé sont montrés sur les figures C3 et C8 dans l'annexe C pour le modèle élastique non-linéaire correspondant à l'hypothèse H4 et le modèle Cam-Clay modifié, respectivement.

Les résultats obtenus à partir de ces études paramétriques sont résumés dans les tableaux 5.6, 5.7 et 5.8.

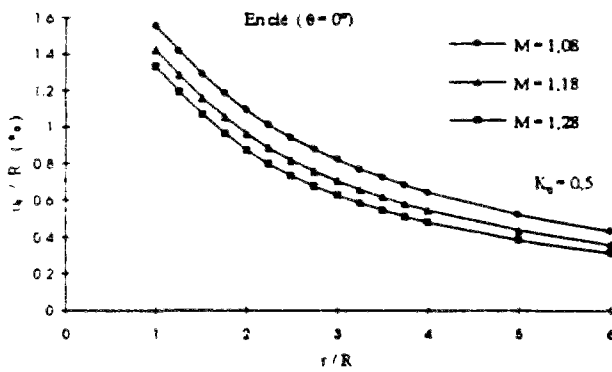


(a)

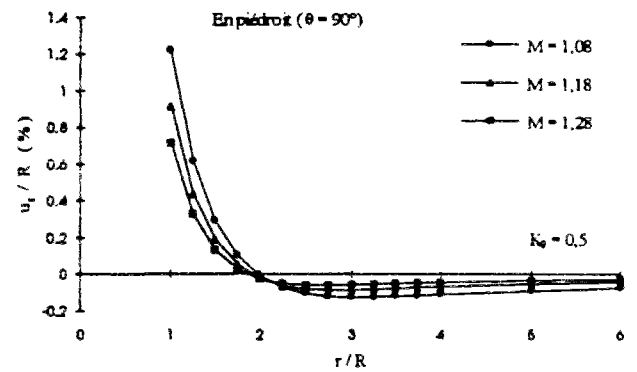


(b)

Figure 5.40 Influence du paramètre  $\lambda$  du modèle Cam-Clay modifié (1968) pour  $K_0 = 0.5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ).

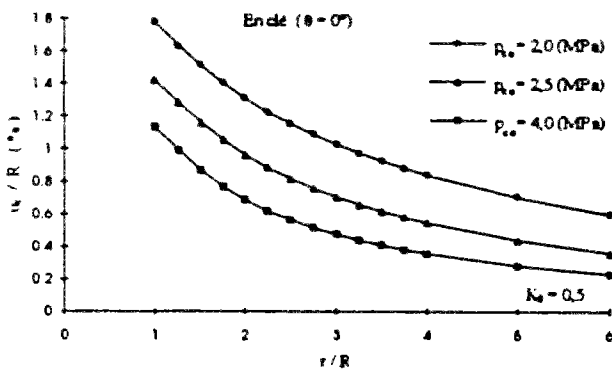


(a)

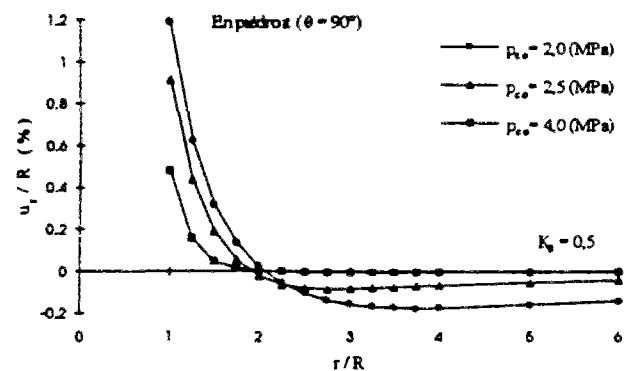


(b)

Figure 5.41 Influence du paramètre  $M$  du modèle Cam-Clay modifié (1968) pour  $K_0 = 0.5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ).



(a)



(b)

Figure 5.42 Influence du paramètre  $p_{co}$  du modèle Cam-Clay modifié (1968) pour  $K_0 = 0.5$  (a) en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) (b) en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ).

Tableau 5.6 Etude de la sensibilité des résultats obtenus, pour le déplacement radial, par rapport aux paramètres caractéristiques des modèles élastiques considérés.

Elasticité linéaire	$u_r / R$	
Paramètre étudié	En clé ( $\theta = 0^\circ$ )	En piedroit ( $\theta = 90^\circ$ )
E	↓	↓
$\nu$	—	↑
Elasticité non-linéaire		
Module volumique K	En clé ( $\theta = 0^\circ$ )	En piedroit ( $\theta = 90^\circ$ )
$\kappa$	↑	↓
$e_0$	—	↑
Module de cisaillement G	En clé ( $\theta = 0^\circ$ )	En piedroit ( $\theta = 90^\circ$ )
Hypothèse H1 (G)	↓	↓
Hypothèse H2 ( $\nu$ )	↑	↑
Hypothèse H3 ( $G_0$ )	↓	↓
Hypothèse H4 ( $G_n$ , C et $p_{c0}$ )	↓ , ↓ et ↑	↓ , ↓ et ↑
Hypothèse H5 ( $G_b$ et n)	↓ et ↓	↓ et ↓
Modèles hyperboliques		
Duncan et Chang (1972)	En clé ( $\theta = 0^\circ$ )	En piedroit ( $\theta = 90^\circ$ )
$K_b$ , n , $K_b$ et m	↓ , ↓ , — et —	↓ , ↓ , ↑ et ↑
c , $\phi$ et $R_f$	↓ , ↓ et ↑	↓ , ↓ et ↑
Hardin et Drnevich (1972)	En clé ( $\theta = 0^\circ$ )	En piedroit ( $\theta = 90^\circ$ )
$K_b$ et n	↑ et ↑	↓ et —
$\tau_{max}$ , $G_{max}$ et s	↓ , ↓ et ↑	↓ , ↓ et ↑

Tableau 5.7 Etude de la sensibilité des résultats obtenus, pour le déplacement radial et la contrainte tangentielle, par rapport aux paramètres caractéristiques du critère de Mohr-Coulomb.

Mohr - Coulomb	$u_r / R$	$\sigma_\theta / \sigma_v^0$
$\phi$	↓	↑
$c$	↓	↑
$\varphi$	↑	—

Tableau 5.8 Etude de la sensibilité des résultats obtenus, pour le déplacement radial et la contrainte tangentielle, par rapport aux paramètres caractéristiques du modèle Cam-Clay modifié (1968)

Cam-Clay modifié	$u_r / R$	$\sigma_\theta / \sigma_v^0$
<b>M</b>	↓	↑
$\lambda$	↑	↓
<b>Pco</b>	↓	↑

#### Définition des symboles :

Les notations suivantes ont été pour traduire l'influence d'une augmentation de paramètre considéré sur le résultat obtenu pour  $\sigma_\theta / \sigma_v^0$  et  $u_r / R$  en fonction du rapport  $r / R$

— pas de l'influence      ↑ faible augmentation      ↓ faible diminution  
 ↑ forte augmentation      ↓ forte diminution

## 5.7 Chemins de contrainte autour d'une galerie creusée dans un milieu homogène

Dans cette partie, nous étudions les chemins de contrainte autour d'une galerie à section circulaire creusée dans un massif homogène élastique linéaire, élastique non-linéaire et élastoplastique soumise à un état de contraintes initiales isotropes ( $K_0 = 1,0$ ) ou anisotropes ( $K_0 = 0,5$ ).

Quatre modèles de comportement ont été considérés dans cette étude : la loi de Hooke, le modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970), le modèle élastoplastique parfait avec critère de Mohr-Coulomb et le modèle Cam-Clay modifié (1968). Ces modèles ont été choisis pour représenter l'élasticité linéaire, l'élasticité non-linéaire, l'élastoplasticité parfaite et l'élastoplasticité avec écrouissage.

Par ailleurs, il faut noter que les contraintes obtenues à partir des hypothèses H1, H2, H3, H4 et H5 (élasticité non-linéaires) sont effectivement identiques à celles données par la loi de Hooke (élasticité linéaire) (voir la paragraphe 5.5.1).

Les paramètres retenus pour les calculs sont :

- pour la loi de Hooke :  $E = 300 \text{ MPa}$  ,  $\nu = 0,3$  ;
- pour le modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970) :  $K_h = 2000$  ,  $n = 0,2$  ,  $K_b = 2000$  ,  $m = 0,2$  ,  $c = 0,6 \text{ MPa}$  ,  $\phi = 25^\circ$  et  $R_f = 0,7$  ;
- pour le modèle élastoplastique parfait avec critère de Mohr-Coulomb :  $E = 300 \text{ MPa}$  ,  $\nu = 0,3$  ,  $c = 0,1 \text{ MPa}$  et  $\phi = 25^\circ$  ;
- pour le modèle Cam-Clay modifié (1968) :  $\lambda = 0,4$  ,  $\kappa = 0,007$  ,  $M = 1,18$  ,  $e_0 = 0,38$  et  $p_{co} = 2,5 \text{ MPa}$ .

Les résultats sont représentés dans l'espace de contrainte  $s$ - $t$  :  $s = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$  contrainte moyenne et  $t = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$  contrainte déviatorique, ce qui revient à négliger l'effet de la contrainte principale intermédiaire  $\sigma_2$ .

### 5.7.1 Cas d'un champ de contraintes initiales isotropes

Pour le cas de contraintes initiales isotropes ( $K_0 = 1,0$ ) et pour un comportement élastique du massif, on a  $\sigma_v^0 = \sigma_h^0 = \sigma^0$ ,  $\sigma_1 = \sigma_\theta$  et  $\sigma_3 = \sigma_r$ . La contrainte moyenne  $s$  et la contrainte déviatorique  $t$  sur le bord de la galerie ( $r = R$ ) sont données par les relations suivantes :

(1) état initial ( $\lambda = 0$  et  $r = R$ ) :  $\sigma_r = \sigma_\theta = \sigma^0$

$$s = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) = \sigma^0 \quad (5-44a)$$

$$t = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = 0 \quad (5-44b)$$

(2) zone d'influence du front de taille ( $0 < \lambda < 1$  et  $r = R$ ) :  $\Delta\sigma_r = -\lambda\sigma^0$  et  $\Delta\sigma_\theta = \lambda\sigma^0$

$$\Delta s = 0 \quad (5-45a)$$

$$\Delta t = \lambda\sigma^0 \quad (5-45b)$$

(3) état final ( $\lambda = 1$  et  $r = R$ ) :  $\sigma_r = 0$  et  $\sigma_\theta = 2\sigma^0$

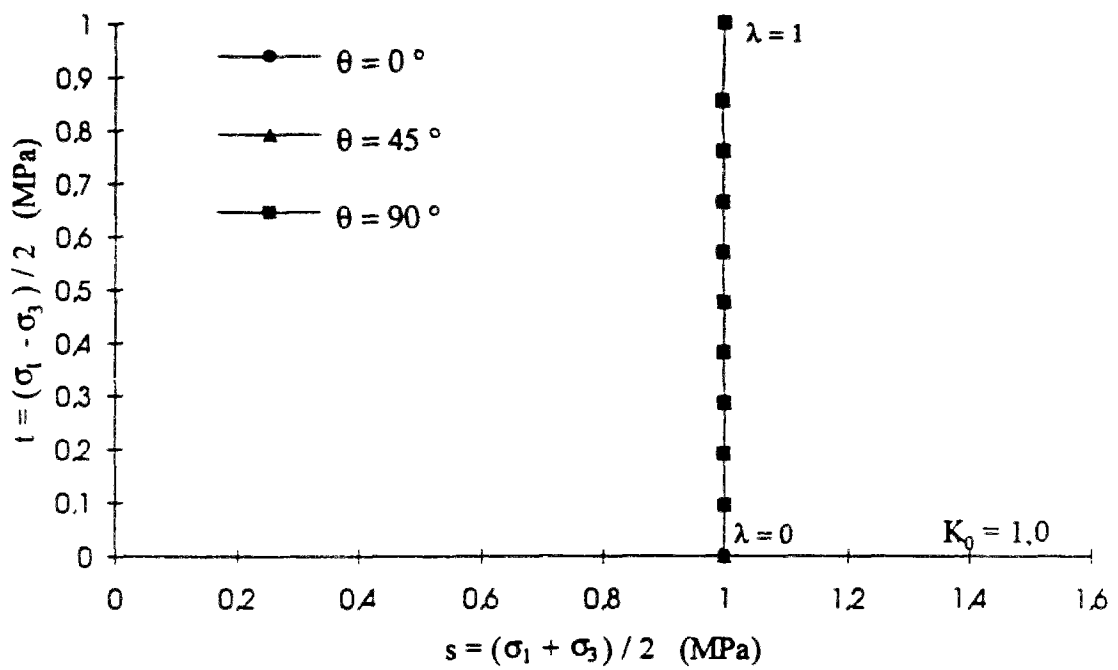
$$s = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) = \sigma^0 \quad (5-46a)$$

$$t = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = \sigma^0 \quad (5-46b)$$

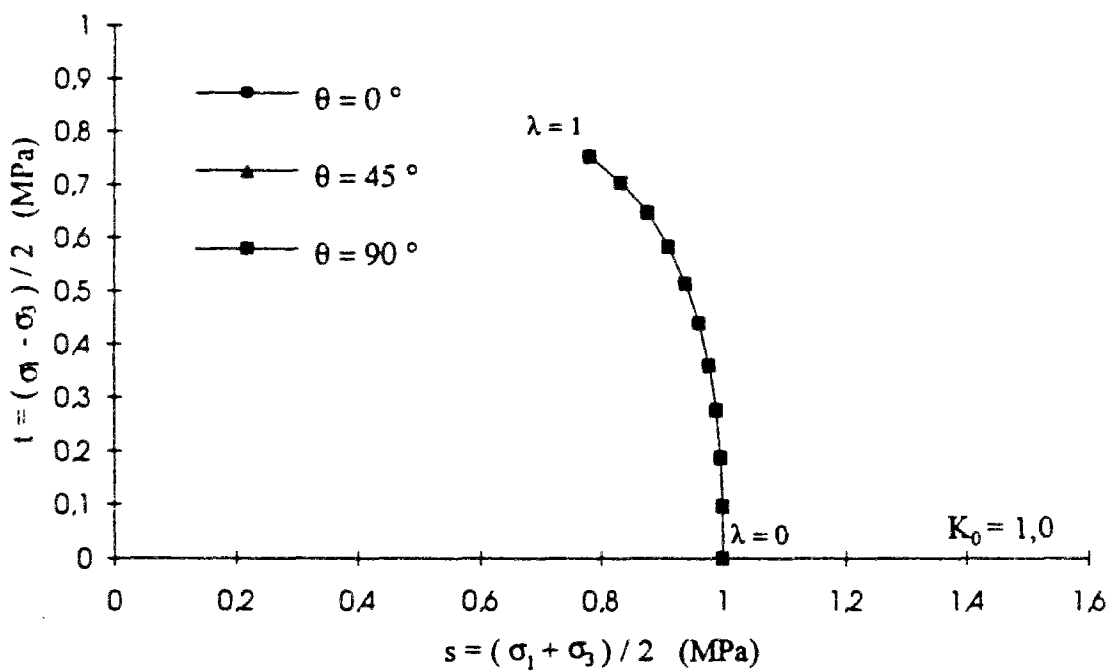
Pour le cas de l'élasticité linéaire (figure 5 43a), on constate que la contrainte moyenne  $s$  reste constante pendant le creusement, alors que la contrainte déviatorique  $t$  augmente entre l'état initial ( $\lambda = 0$ ) et l'état final ( $\lambda = 1$ ). Ce chemin de contrainte est en fait analogue à celui d'un essai à contrainte moyenne constante (ou d'un essai de cisaillement simple). Autrement dit, le chemin de contrainte est uniquement influencé par la contrainte déviatorique et est représenté par une droite verticale dans le plan ( $s, t$ ). Dans ces conditions, il est clair que le module de cisaillement  $G$  peut jouer un rôle plus important que le module volumique  $K$  dans la réponse du massif encaissant, au cours du creusement.

En revanche, le chemin de contraintes obtenu pour le modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970) fait apparaître une diminution de contrainte moyenne, associée à l'augmentation de contrainte déviatorique induite par le creusement (figure 5 43b). Autrement dit, la réponse du massif est aussi influencée par la valeur du module volumique  $K$  pendant le chargement.

Pour le modèle élastoplastique parfait avec critère de Mohr-Coulomb, la stabilité de la galerie est caractérisée par un comportement élastique jusqu'à ce que la contrainte déviatorique atteigne l'enveloppe de rupture, puis par une diminution de contraintes progressive suivant l'enveloppe de rupture (la pente de chemin de contrainte étant égale à l'angle de frottement  $\phi$ ) jusqu'à la valeur de cohésion  $c$  (figure 5 44a). Cette diminution de contraintes s'accompagne d'une dilatation sur le bord de la galerie et à l'intérieur du massif.



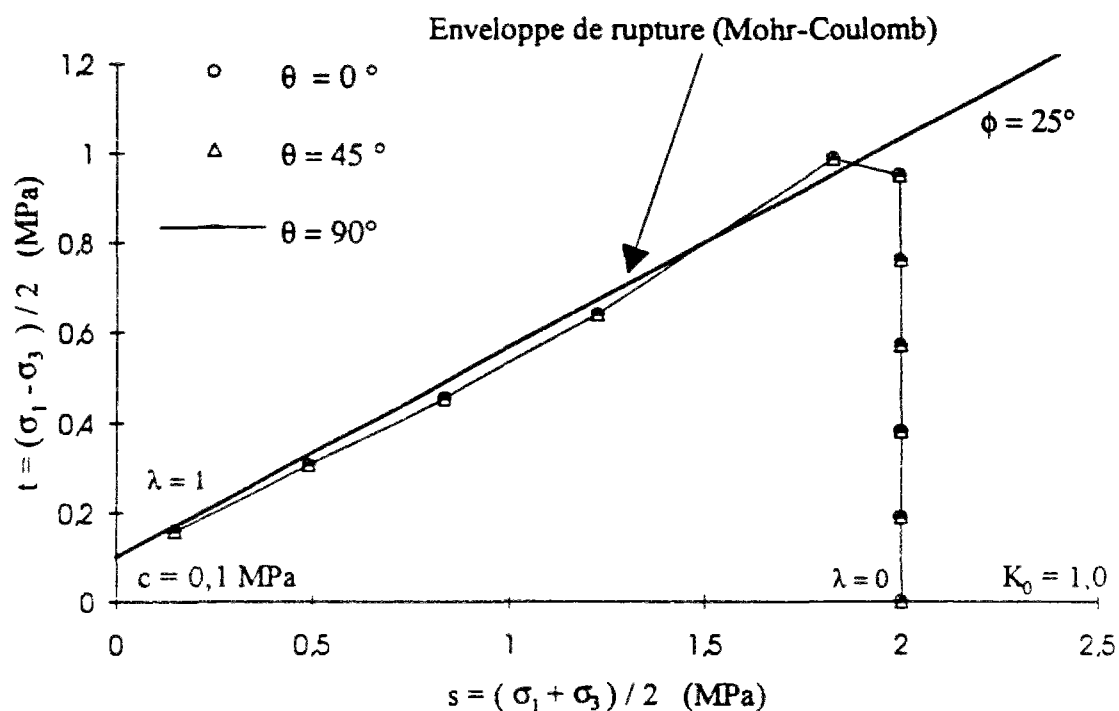
(a)



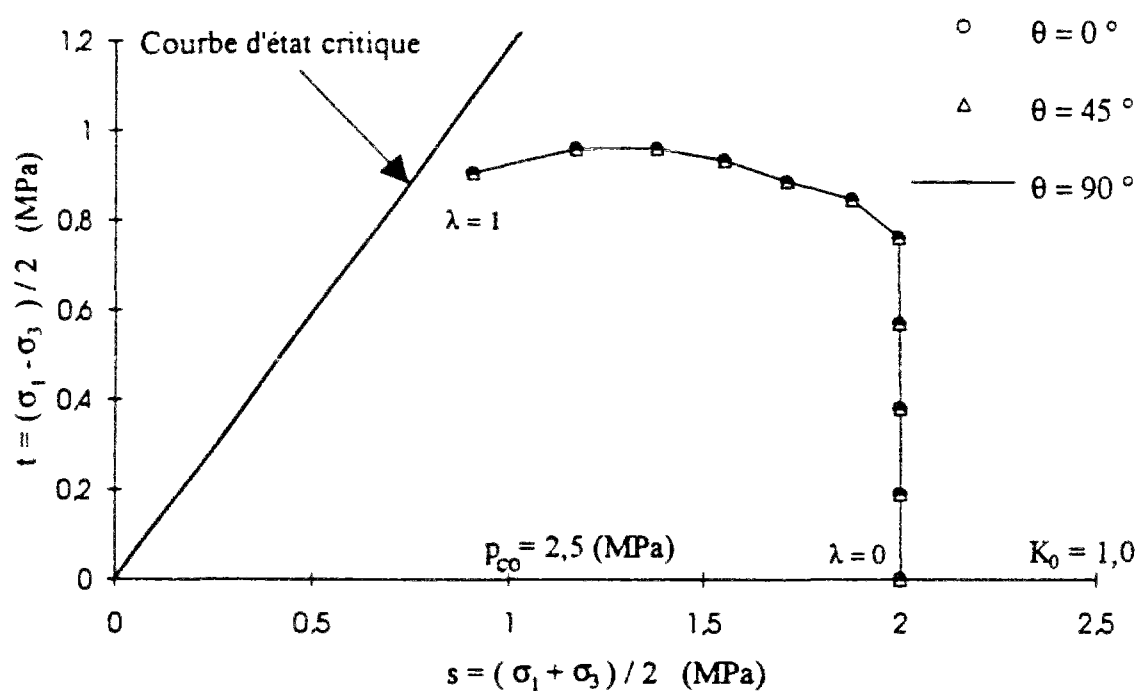
(b)

Figure 5.43 Chemin de contrainte autour d'une galerie circulaire dans le cas d'un comportement élastique du terrain ( $K_0 = 1.0$ ) (a) élasticité linéaire (b) modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970).





(a)



(b)

Figure 5.44 Chemin de contrainte autour d'une galerie circulaire dans le cas d'un comportement élastoplastique du terrain ( $K_0 = 1,0$ ) (a) modèle élastoplastique parfait avec critère Mohr-Coulomb (b) modèle Cam-Clay modifié (1968).

Dans le cas du modèle Cam-Clay modifié, le chemin de contrainte est purement déviatorique, tant que l'état de contrainte reste à l'intérieur de la surface d'état limite ; lorsque cette surface est atteinte, on constate une diminution progressive de la contrainte moyenne, le point représentatif de l'état de contrainte se déplaçant vers la courbe d'état critique (figure 5.44b). Cette évolution de surface de charge s'accompagne d'une zone en extension sur le bord de la galerie et à l'intérieur du massif.

### 5.7.2 Cas d'un champ de contraintes initiales anisotropes

Dans le cas de contraintes initiales anisotropes ( $K_0 \neq 1,0$ ) et pour un comportement élastique du massif, la contrainte moyenne  $s$  et la contrainte déviatorique  $t$  sur le bord de la galerie ( $r = R$ ) sont données par les expressions suivantes :

(1) état initial ( $\lambda = 0$  et  $r = R$ ) :

$$s = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) = \frac{\sigma_v^0}{2}(1 + K_0) \quad (5-47a)$$

$$t = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\sigma_v^0}{2}(1 - K_0) \quad (5-47b)$$

(3) zone d'influence du front de taille ( $0 < \lambda < 1$  et  $r = R$ ) :

$$\Delta s = -\lambda \sigma_v^0 (1 - K_0) \cos 2\theta \quad (5-48a)$$

$$\Delta t = -\frac{\lambda \sigma_v^0}{2} [(1 + K_0) - 3(1 - K_0) \cos 2\theta] \quad (5-48b)$$

(3) état final ( $\lambda = 1$  et  $r = R$ ) :

$$s = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) = \frac{\sigma_v^0}{2} [(1 + K_0) - 2(1 - K_0) \cos 2\theta] \quad (5-49a)$$

$$t = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\sigma_v^0}{2} [(1 + K_0) - 2(1 - K_0) \cos 2\theta] \quad (5-49b)$$

Les figures 5.45 et 5.46 permettent d'étudier l'influence de  $K_0$  sur les chemins de contrainte obtenus en différents points du massif situé sur le bord de la galerie ( $\theta = 0^\circ$ ,  $\theta = 45^\circ$  et  $\theta = 90^\circ$ ).

Le chemin de contrainte suivi en clef ( $\theta = 0^\circ$ ) est caractérisé dans tous les cas par une diminution de la contrainte moyenne ; la contrainte déviatorique diminue dans un premier temps, puis augmente après avoir atteint la valeur 0, correspondant à une inversion des contraintes principales (figure 5.45). Ce phénomène s'accompagne, pour le modèle élastoplastique avec critère de Mohr-Coulomb, d'une troisième phase, au cours de laquelle le chemin de contrainte suit la droite caractérisant l'état de rupture du massif (figure 5.46a)

Les résultats obtenus pour chaque modèle dans la direction  $\theta = 45^\circ$  sont analogues à ceux décrits dans le cas d'un état de contrainte initiale isotrope ( $K_0 = 1,0$ ) ; la différence principale résulte de la position du point représentatif de l'état de contrainte initiale dans le diagramme  $s-t$  ( $t_0 \neq 0$ ).

Le chemin de contrainte obtenu en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ) pour le cas de l'élasticité linéaire est analogue à celui d'un essai triaxial en compression, la pente  $t/s$  étant égale à 1 (figure 5.45a). Dans le cas du modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970), en revanche, le taux d'augmentation de la contrainte moyenne est plus faible que celui de la contrainte déviatorique (figure 5.45b).

Les modèles élastoplastiques se caractérisent en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ), par un chemin qui est d'abord analogue à celui d'un essai triaxial en compression, puis par une diminution de contrainte moyenne, associée à l'augmentation de contrainte déviatorique induite par le creusement, jusqu'à l'apparition de déformations plastiques ; le chemin de contrainte se déplace alors suivant l'enveloppe du critère de rupture dans le cas élastoplastique avec critère de Mohr-Coulomb (figure 5.46a) ou vers la courbe d'état critique dans le cas du modèle Cam-Clay modifié (figure 5.46b).

Pour le modèle Cam-Clay modifié, le chemin de contrainte en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ) montre en particulier une allure qui suit la surface de charge (figure 5.46b).

Pour ce type de modèle élastoplastique écrouissable, il peut avoir lieu d'apparition d'une zone en compression dans le massif. Un exemple de résultat de calculs effectués pour la simulation du creusement d'une galerie à section circulaire est donné dans l'annexe C.

La figure 5.46 montre aussi que, d'une manière générale, l'apparition des déformations plastiques sur le bord de la galerie se produit en général dans l'ordre en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ), puis pour  $\theta = 45^\circ$  et en clef ( $\theta = 0^\circ$ ). Ceci constitue une différence avec le cas de contrainte initiale isotrope, pour lequel l'étendue de la zone plastique progresse de manière uniforme autour de la galerie.

Ces résultats mettent en évidence l'influence essentielle de deux facteurs dans la modélisation du creusement d'une galerie :

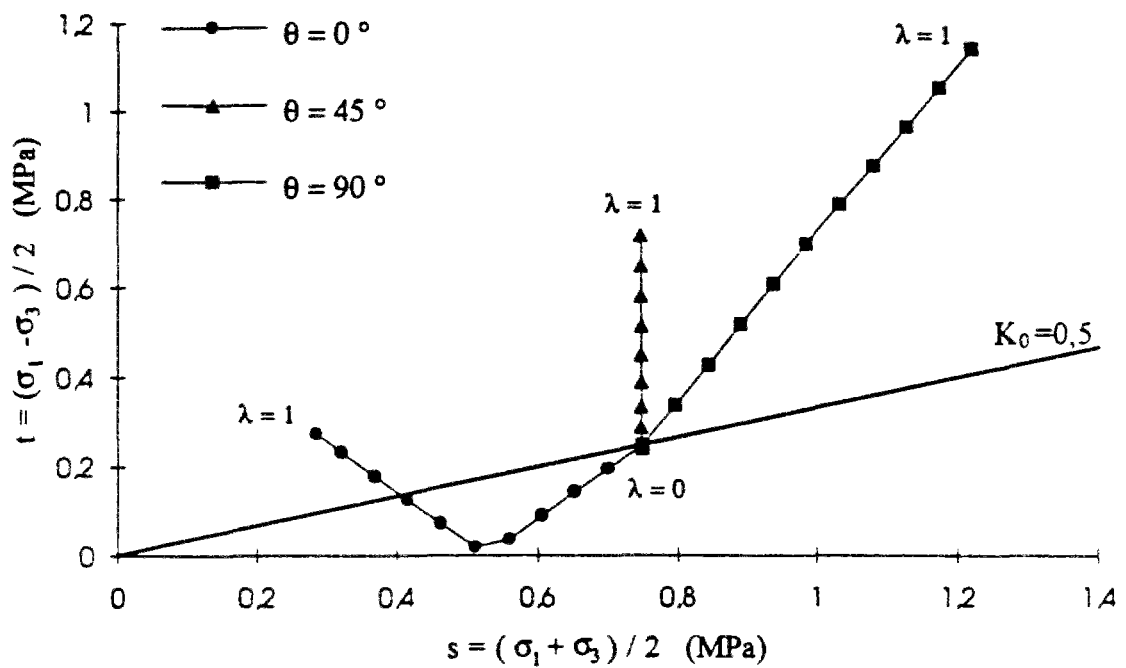
(1) le coefficient de pression des terres au repos  $K_0$  ;

(2) le critère de plasticité du terrain.

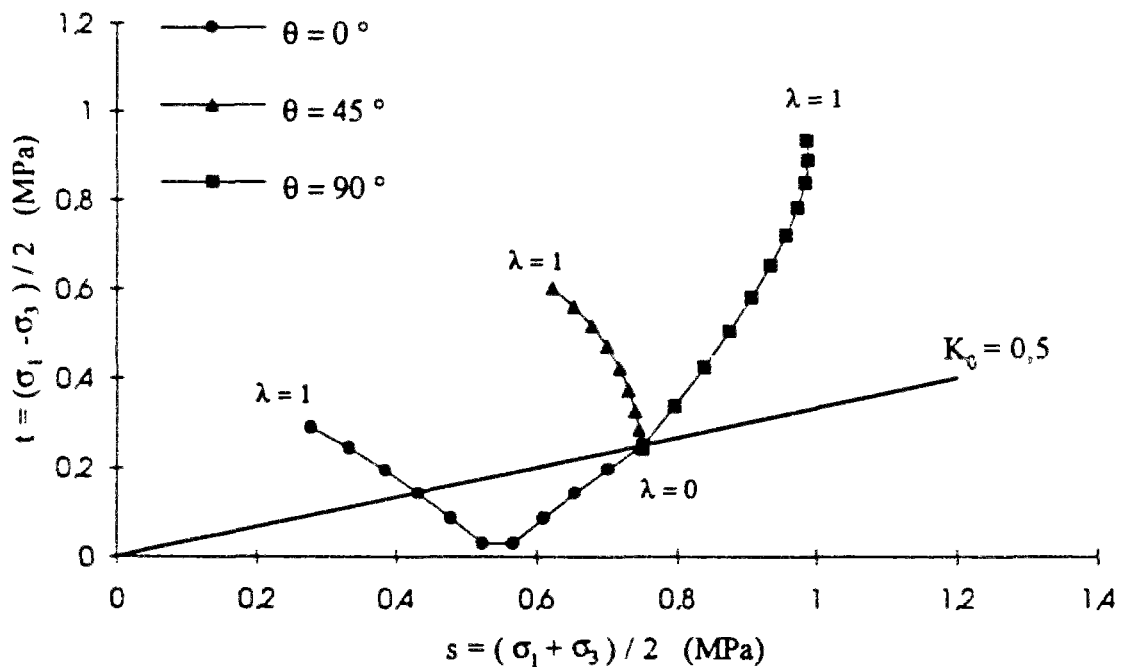
En particulier, un état de contrainte initiale anisotrope peut conduire à un mécanisme différent de rupture de celui obtenu dans le cas isotrope.

Par exemple, une zone en extension peut être simulée par les modèles élastiques linéaires ou non-linéaires, une zone de la dilatation observée par le modèle hyperélastique et le modèle élastoplastique parfait, une zone en compression obtenue par le modèle hyperélastique et le modèle élastoplastique avec écrouissage.

Enfin, l'étude du chemin de contrainte permet de bien comprendre la réponse du massif, caractérisée par différents critères de plasticité, sous différents états de contraintes initiales pendant le creusement.

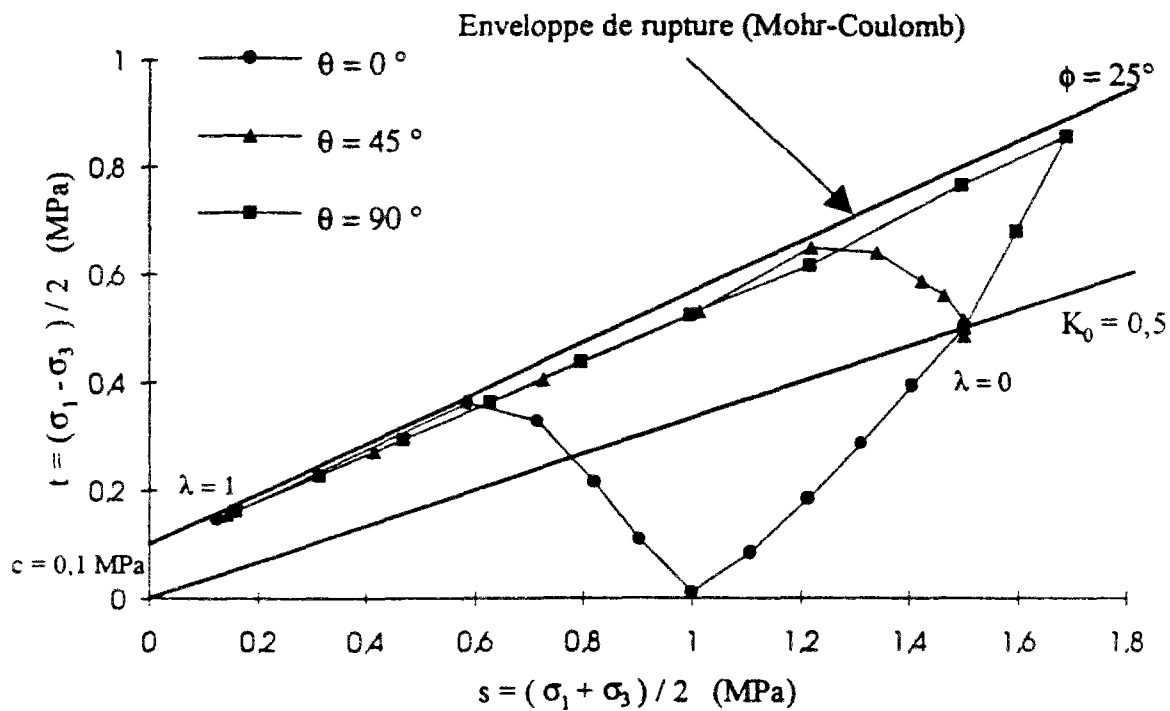


(a)

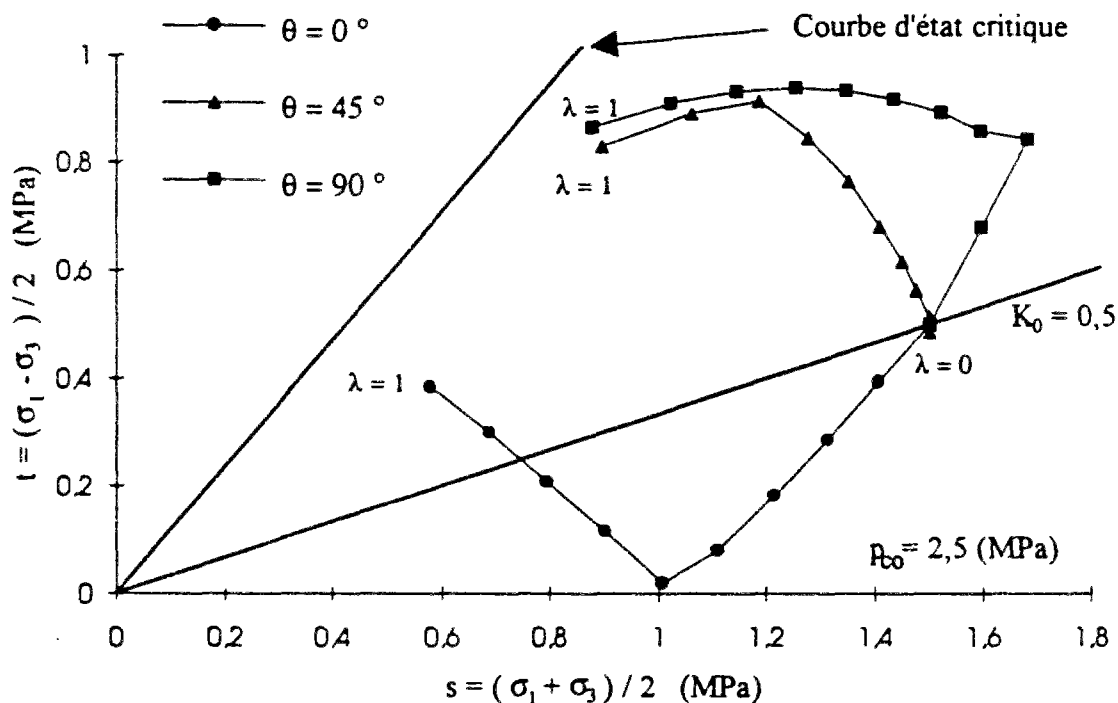


(b)

Figure 5.45 Chemin de contrainte autour d'une galerie circulaire dans le cas d'un comportement élastique du terrain ( $K_0 = 0,5$ ) (a) élasticité linéaire (b) modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970).



(a)



(b)

Figure 5.46 Chemin de contrainte autour d'une galerie circulaire dans le cas d'un comportement élastoplastique du terrain ( $K_0 = 0,5$ ) (a) modèle élastoplastique parfait avec critère Mohr-Coulomb (b) modèle Cam-Clay modifié (1968).

## 5.8 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'influence de la loi de comportement du terrain sur la réponse du massif encaissant au creusement d'une galerie circulaire dans le cas d'un milieu homogène soumis à des contraintes initiales isotropes ( $K_0 = 1,0$ ) et anisotropes ( $K_0 = 0,5$ ).

Le comportement du terrain a été caractérisé par l'élasticité linéaire (loi de Hooke), l'élasticité non-linéaire (hypothèses H1, H2, H3, H4 et H5 ; modèle de Duncan et Chang, 1970 et modèle modifié de Hardin et Drnevich, 1972), l'élastoplasticité parfaite (critère de Mohr-Coulomb) et l'élastoplasticité avec écrouissage (modèle Cam-Clay modifié, 1968). Les calculs ont été effectués à l'aide du code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC.

Nous nous sommes plus particulièrement intéressés aux distributions des contraintes radiales et tangentielles, au déplacement radial, ainsi qu'aux chemins de contrainte suivis sur le bord de la galerie.

Les résultats donnés par les calculs sont résumés dans les tableaux 5.6, 5.7 et 5.8. Ils font apparaître que

### ■ *Distributions de contraintes et de déplacements :*

- les différents modèles élastiques étudiés conduisent à des distributions de contraintes identiques, à l'exception des modèles hyperboliques ;
- en élasticité linéaire, une augmentation du module d'Young  $E$  conduit à une diminution du déplacement radial  $u_r$ , une augmentation du coefficient de Poisson  $\nu$  provoque une augmentation de  $u_r$  pour  $\theta = 45^\circ$  et en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ), mais n'a pas d'influence en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) ;
- la non-linéarité du module volumique  $K$  (paramètres  $\kappa$  et  $e_0$ ) se traduit en piédroit, par l'apparition d'une zone en compression à l'intérieur du massif, mais n'a pas d'influence pour  $\theta = 45^\circ$  (la contrainte moyenne restant alors constante) ;
- l'étude des différentes variantes du module de cisaillement  $G$  montre qu'une augmentation de  $G$  conduit, dans tous les cas, à une diminution du déplacement radial  $u_r$  ;
- un accroissement du coefficient de Poisson  $\nu$  dans le cas de l'hypothèse H2 tend à augmenter le déplacement radial  $u_r$  en clé et en piédroit, contrairement à ce qui est obtenu en élasticité linéaire ;

- les paramètres du modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970), i.e. le module d'Young tangent  $E_t$  (paramètres  $K_b$  et  $n$ ) et le coefficient de Poisson tangent  $\nu_t$  (paramètres  $K_b$  et  $m$ ) produisent les mêmes effets sur le déplacement radial que les paramètres  $E$  et  $\nu$  de l'élasticité linéaire ;
- dans le cas du modèle modifié de Hardin et Drnevich (1972), la réponse du massif encaissant au creusement est principalement influencée par le module de cisaillement tangent  $G_t$  (paramètres  $G_{max}$ ,  $\tau_{max}$  et  $s$ ), l'influence du module volumique tangent  $K_t$  (paramètres  $K_b$  et  $m$ ) restant très faible ;
- dans le cas d'un comportement élastoplastique avec critère de Mohr-Coulomb, le rayon de la zone plastique dépend la valeur des paramètres  $\phi$  et  $c$  ; l'augmentation de ces paramètres tend à diminuer la valeur du rayon plastique, et conduit à une diminution du déplacement radial , pour une loi d'écoulement non associée ( $\psi < \phi$ ) le déplacement radial est plus faible que pour une loi associée ( $\psi = \phi$ ) ;
- une diminution des paramètres  $M$  ou  $p_{co}$  caractérisant le modèle Cam-Clay modifié conduit à une augmentation de l'étendue de la zone plastique et une augmentation du déplacement radial ,
- dans le cas où  $K_0 = 0,5$  , les distributions de contraintes tangentielles  $\sigma_\theta$  obtenues en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) à partir de lois élastiques linéaires ou non-linéaires présentent un pic à l'intérieur du massif, analogue à ce qui est obtenu en élastoplasticité pour  $K_0 = 1,0$

#### ■ *Chemin de contrainte :*

- dans le cas d'un état de contraintes initiales isotropes ( $K_0 = 1,0$ ), les chemins de contrainte autour de la galerie donnés par les modèles élastiques autres que les modèles hyperboliques sont analogues à celui de l'essai triaxial à contrainte moyenne constante (ou de cisaillement simple). Le module de cisaillement  $G$  joue donc un rôle prépondérant dans la réponse du massif. Dans ce cas, il n'apparaît qu'une zone en extension sur le bord de la galerie et à l'intérieur du massif ;
- dans le cas d'un état de contrainte initiale anisotrope ( $K_0 = 0,5$ ), les chemins de contrainte autour de la galerie dépendent du modèle choisi et mettent en évidence une influence importante de la contrainte moyenne et, par conséquent, du module volumique  $K$ . Dans ce cas, la zone en extension sur le bord de la galerie est le même phénomène que celle de contrainte initiale isotrope. Par contre, il apparaît en piedroit une zone en compression pour le modèle Cam-Clay modifié et les modèles



élastiques non-linéaires (H1, H2, H3, H4 et H5), alors que ce phénomène n'est pas observé par les modèles hyperboliques et le critère de Mohr-Coulomb à l'intérieur du massif ;

- l'état de la contrainte initiale peut donner des mécanismes différents de rupture du massif au cours du creusement d'une galerie circulaire.

## **PARTIE IV**

### **APPLICATIONS AU TUNNEL DE LAS PLANAS**

#### **INTRODUCTION**

Cette partie est consacrée à l'application des modèles de comportement étudiés dans les chapitres précédents à la modélisation du creusement du tunnel de Las Planas. Elle comporte les trois chapitres suivants :

- ❑ le chapitre 6 décrit la géologie du site, la géométrie de l'ouvrage, la méthode de creusement et le système de revêtement, ainsi que les essais en laboratoire effectués avant le creusement, les dispositifs de mesure et les résultats expérimentaux issus de l'instrumentation du tunnel Las Planas ,
- ❑ le chapitre 7 présente les résultats expérimentaux des essais triaxiaux effectués sur des échantillons de marne prélevés sur le site ; les résultats d'essais sont analysés à partir de différents modèles de comportement linéaire et non-linéaire à l'aide du logiciel LOIS-LCPC ;
- ❑ le chapitre 8 décrit la modélisation du creusement du tunnel Sud de Las Planas et présente une comparaison des résultats numériques donnés par le code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC à ceux obtenus in situ



## **Chapitre 6**

### **PRESENTATION DU TUNNEL DE LAS PLANAS**

#### **6.1 Introduction**

Le tunnel de Las Planas est situé sur l'autoroute A08 au Nord de Nice. Long de 1100 m, il est constitué de deux tubes. Le premier (tube Nord comprenant 3 voies) a été construit en 1976 et le second (tube Sud comprenant 2 voies) en 1982. Cette étude concerne ce dernier ouvrage.

La géologie du site, la géométrie de l'ouvrage, la méthode de creusement, le revêtement, les dispositifs de mesure et les résultats expérimentaux sont brièvement décrits dans le paragraphe suivant.

L'étude expérimentale avait pour but de suivre la réponse du massif encaissant au creusement du tube Sud du tunnel de Las Planas (A08). Le tronçon étudié (PM 200, PM 300) est situé dans des marnes du pliocène et a été équipé de 9 profils de convergence, ainsi que de 3 extensomètres pour le suivi des déplacements radiaux. C'est à ces dernières mesures que nous nous intéressons.

Parallèlement, des essais triaxiaux ont été effectués sur des échantillons de marne, prélevés sur le site, afin de mieux caractériser le comportement mécanique du massif encaissant. Les résultats de ces essais sont donnés à la fin de ce chapitre.

#### **6.2 Tunnel de Las Planas**

Le tunnel de Las Planas est situé sur l'autoroute A08 (contournement nord de Nice) et traverse des terrains constitués principalement de marnes. Il comprend deux tunnels. Le tunnel Nord a été creusé le premier et a été doublé environ quatre ans après le premier creusement par un tube Sud situé à une distance variant entre 22 et 30 mètres.

### ***6.2.1 Géologie du site***

Le tube Sud du tunnel de Las Planas traverse sur 400 m de longueur et sous 100 m de couverture environ une épaisse formation pliocène constituée de poudingues et marnes beiges, du PM 0 au PM 200 et du PM 300 au PM 400, et de marnes grises homogènes, entre les PM 200 et 300 (Gaudin et Serratrice, 1985).

Les caractéristiques mécaniques des marnes grises sont données dans les tableaux 6.1 et 6.2 de ce chapitre. Le comportement mécanique des marnes a été étudié en laboratoire à partir de blocs prélevés pendant les travaux (Gaudin et Serratrice, 1986).

### ***6.2.2 Géométrie de l'ouvrage, méthode de creusement et système de soutènement***

Une coupe transversale du tunnel Sud est représentée sur la figure 6.1. Le creusement du tube Sud du tunnel de Las Planas s'est effectué en deux phases à l'aide d'une machine à attaque ponctuelle WESFALLIA (Gaudin et Serratrice, 1983) :

- creusement de la demi-section supérieure et mise en place d'un radier provisoire , la traversée des marnes grises a eu lieu entre le 10 janvier et le 4 février 1982 ; la galerie excavée a été revêtue d'un soutènement provisoire constitué de cintres HB 160 et de béton projeté .
- creusement de la demi-section inférieure et mise en place du radier définitif , la traversée des marnes grises a eu lieu entre le 30 août et le premier octobre 1982, soit 7 mois après le creusement de la demi-section supérieure.

Le revêtement définitif en béton coffré a été mis en place ultérieurement au niveau des marnes grises, pendant le mois de janvier 1983.

### ***6.2.3 Dispositifs de mesure et résultats expérimentaux***

Plusieurs types d'appareils de mesure ont été mis en place avant et pendant le creusement (Gaudin et Serratrice, 1983)

- 3 sections de mesures comprenant 3 extensomètres de forage (Distofor de type TELEMAT) de 7,5 m de longueur et munis de 3 capteurs distants de 2,5 m ;
- 9 profils de convergence, numérotés P1 à P9 (distomètre et fil invar), ont été équipés et suivis par le Laboratoire du C.E.T.E. Méditerranée.

Il faut noter que les plots de convergence ont été installés le plus près possible du front de taille, soit à une distance de 1 à 2 m du front de taille. Ceci a permis de mesurer la convergence très tôt, donc au moment où elle était la plus forte. Nous nous sommes intéressés plus particulièrement aux mesures des extensomètres dans le tunnel Sud (figure 6.2), dans le but d'obtenir des données pour évaluer de la capacité des calculs théoriques à prédire le comportement observé dans le massif encaissant.

La figure 6.2 représente le dispositif de mesure de déplacements installé au PM 228,1. Les mesures brutes ont été effectuées sur chacun des segments **oa**, **ab** et **bc** des 3 extensomètres

Les résultats des déplacements mesurés par les extensomètres en supposant fixe l'ancrage (point **o**) sont représentés sur les figures 6.3, 6.4 et 6.5. L'extensomètre 3 donne une distribution des déplacements de forme classique, i. e. hyperbolique (figure 6.5) ; en revanche les extensomètres 1 et 2 montrent de forts déplacements entre les points **a** et **b** d'une part, et **o** et **a** d'autre part. Cette constatation laisse supposer que les déplacements se prolongent au-delà de l'ancrage **o** pour ces deux appareils (Gaudin et Serratrice, 1983).

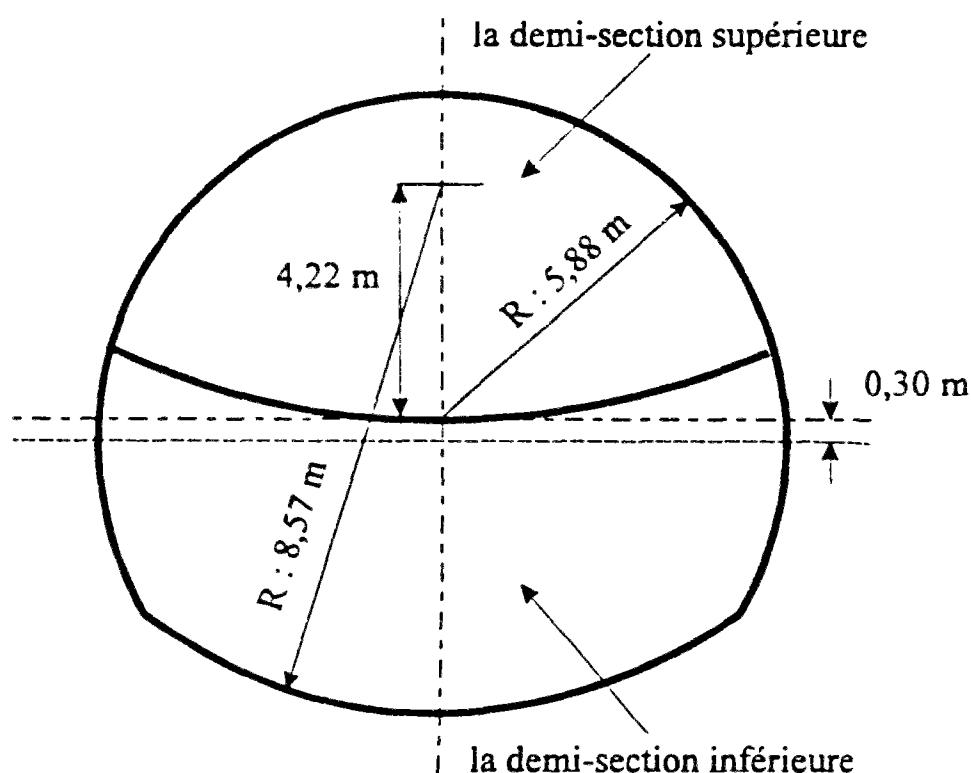


Figure 6.1 Géométrie du tunnel Sud de Las Planas (d'après Gaudin et Serratrice, 1985).

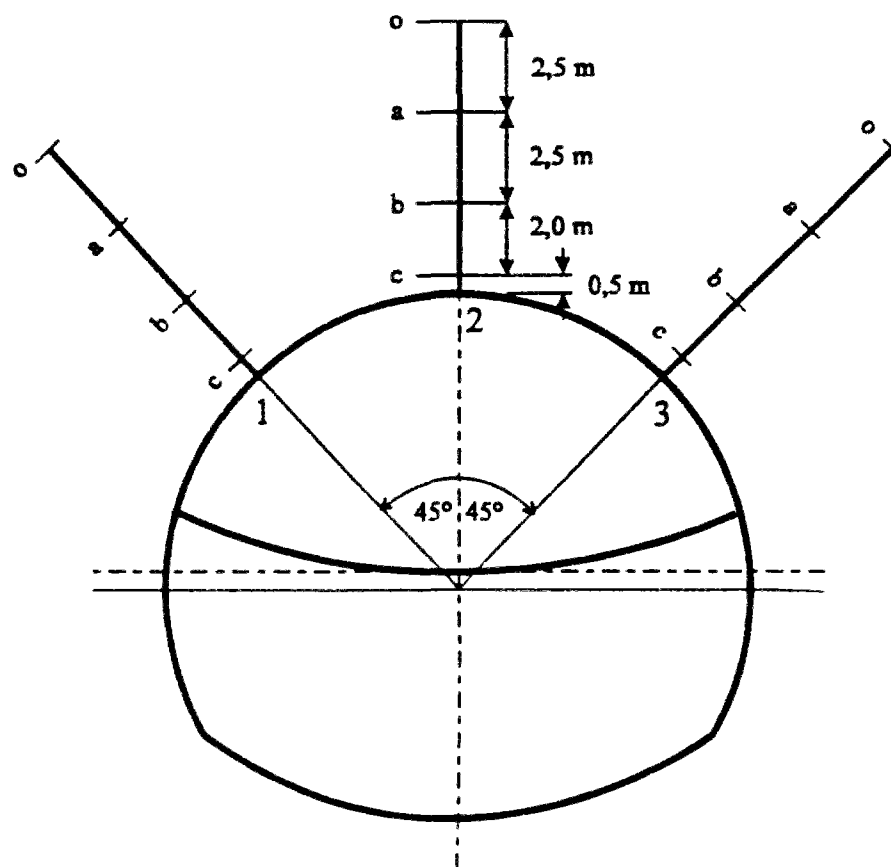


Figure 6.2 Position des extensomètres installés au PM 288 du tunnel Sud de Las Planas (d'après Gaudin et Serratrice, 1985).

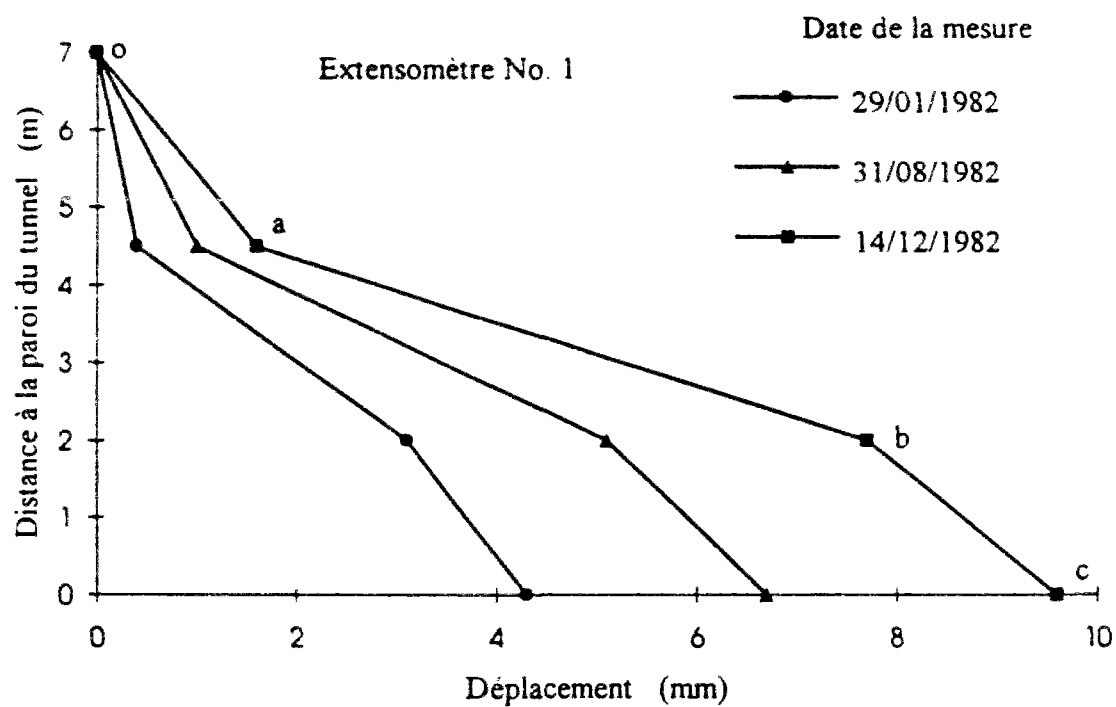


Figure 6.3 Déplacements mesurés sur l'extensomètre No. 1.

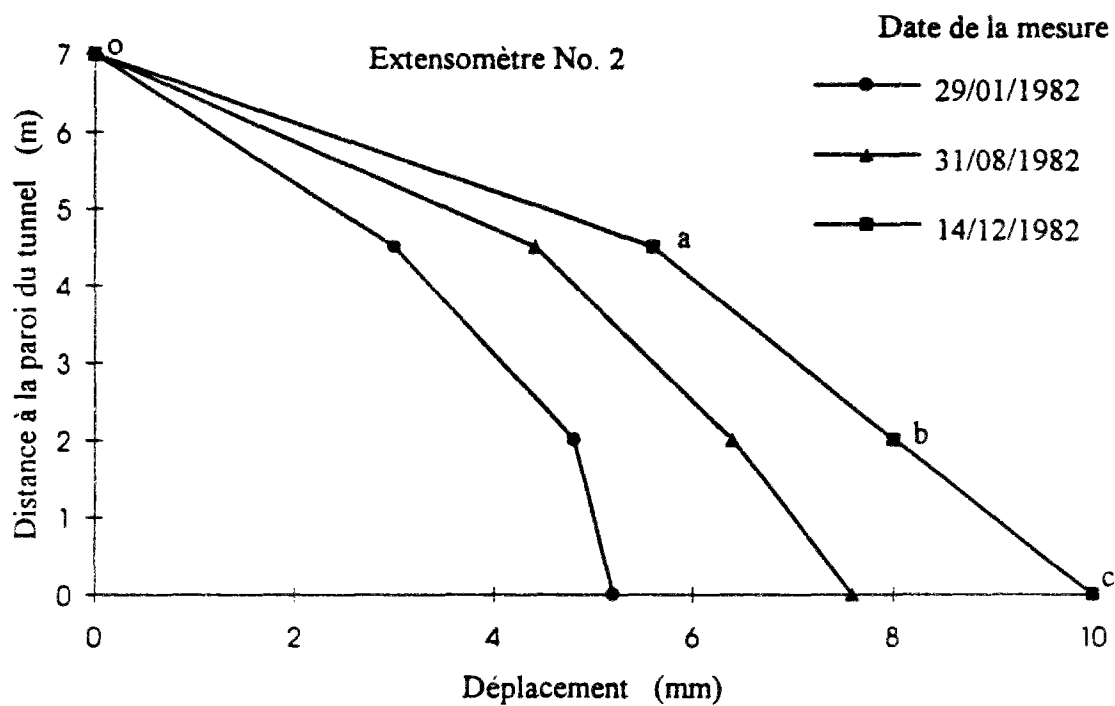


Figure 6.4 Déplacements mesurés sur l'extensomètre No. 2.

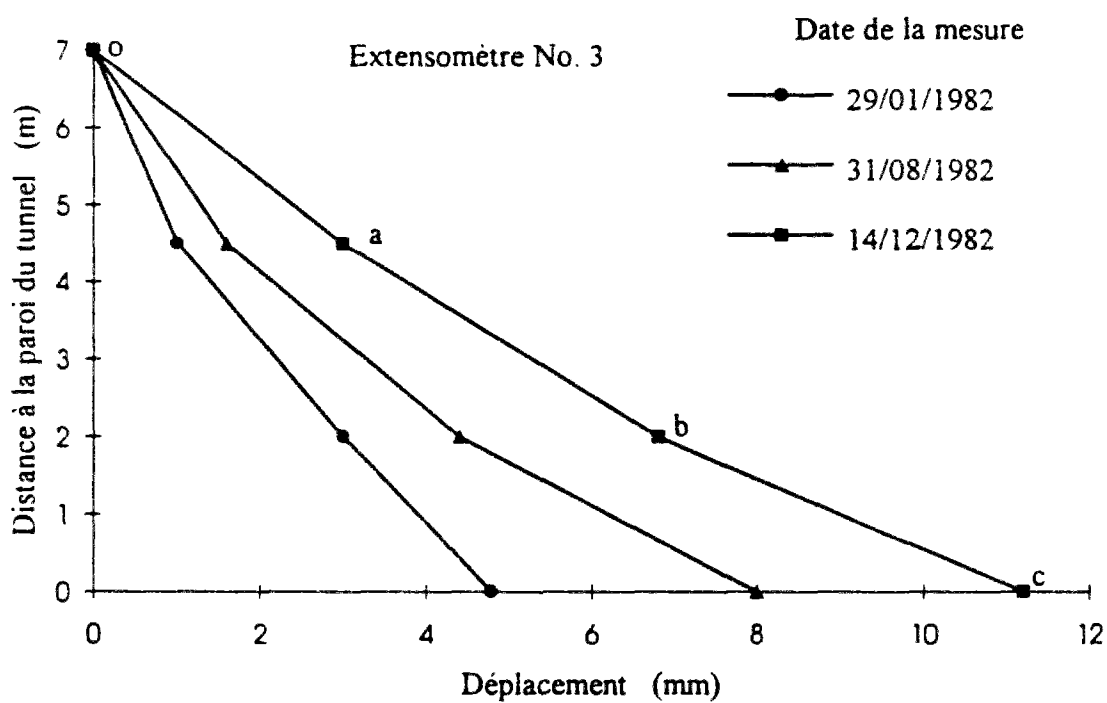


Figure 6.5 Déplacements mesurés sur l'extensomètre No. 3.



### 6.3 Propriétés physiques de la marne de Las Planas

Le matériau étudié est une marne du pliocène assez consistante, homogène, de couleur grise et non fissurée. Elle a été prélevée par blocs au cours de la réalisation du tube Sud du tunnel de Las Planas pendant la construction de l'autoroute A.08 dans la région de Nice (Gaudin et Serratrice, 1986).

Le tableau 6.1 donne les résultats de l'analyse minéralogique de cette marne. Compte tenu de sa composition, cette marne pourrait être gonflante. En fait des essais réalisés avec utilisation de contre pression n'ont pas mis en évidence ce phénomène (Gaudin et Serratrice, 1986). Par ailleurs, le tableau 6.2 rassemble les caractéristiques physiques obtenues par pesée au moment de la taille et après essai. Ce tableau indique que le poids volumique sec est moins dispersé que les teneurs en eau initiales de la marne.

La marne du pliocène est assez proche d'autres marnes de la région de Nice étudiées au Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées d'Aix-en-Provence. L'homogénéité, la non fissuration et l'inertie vis à vis du gonflement font que ce matériau a été qualifié de "marne simple" (Serratrice, 1978 ; Bescond et Serratrice, 1984).

Tableau 6.1 Analyse minéralogique de la marne de Las Planas.

Calcite	40 %
Quartz	30 %
Feldspath	5 %
Argiles	25 %

Tableau 6.2 Propriétés physiques de la marne de Las Planas.

Paramètres	Etat initial		Etat final	
	Bornes	Moyenne	Bornes	Moyenne
w (%)	5,5 ~ 15,2	10,8	10,7 ~ 15,6	13,8
$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	19,5 ~ 22,0	21,2	-	21,9
$\gamma_d$ (kN/m <sup>3</sup> )	18,2 ~ 20,0	19,1	-	19,3
e	0,32 ~ 0,45	0,385	-	0,372
S <sub>r</sub> (%)	41 ~ 99	76	-	100

## 6.4 Résultats des essais triaxiaux

Deux types d'essais ont été réalisés : essai triaxial isotrope et essai triaxial de cisaillement. Les résultats obtenus permettent d'étudier les possibilités de simuler le comportement de la marne et de choisir les paramètres correspondant à chaque modèle retenu. Les essais effectués sont récapitulés dans le tableau 6.3.

Tableau 6.3 Essais effectués à l'appareil triaxial.

Essai en compression isotrope	
Numéro d'essai	Pression isotrope initiale $p_0$ (MPa)
LP072 , LP081 et LP101	de 1,0 à 12,0
Essai de cisaillement en compression	
LP034	1,0
LP043	1,25
LP011	2,0
LP041	3,6
LP023	5,0
LP042	7,6
LP033	7,6
LP031	10,1
LP032	10,1

### 6.4.1 Essais isotropes sous fortes contraintes

Pour l'essai de consolidation isotrope sous fortes contraintes ( $p_0 > 1,0$  MPa), les paliers de pression ont été maintenus au moins deux jours, ce qui a porté la durée totale de l'essai à vingt-deux jours. Cette durée a été jugée satisfaisante pour cette marne, pour laquelle le temps de consolidation observé n'excède par vingt-quatre heures (Gaudin et Serratrice, 1986).

La figure 6.6 représente les courbes ( $\epsilon_v$ ,  $p$ ) et ( $\epsilon_v$ ,  $\ln p$ ) obtenues à partir des éprouvettes LP072, LP081 et LP101 soumises à un cycle de chargement et déchargement isotrope par paliers.

Les valeurs des variations de volume mesurées, pour  $p = 1$  MPa sont dispersées, comme pour la plupart des éprouvettes, en raison de la non saturation initiale de la marne. Par contre, pour des pressions plus élevées la dispersion est moindre. Au déchargement, le gonflement de la marne n'est pas linéaire et augmente fortement avec la pression pour  $p_0 < 4$  MPa.

#### 6.4.2 Essais triaxiaux de cisaillement sous fortes contraintes

Pour les essais triaxiaux de cisaillement, les éprouvettes ont été taillées manuellement à partir des blocs, puis pesées et montées dans une cellule triaxiale.

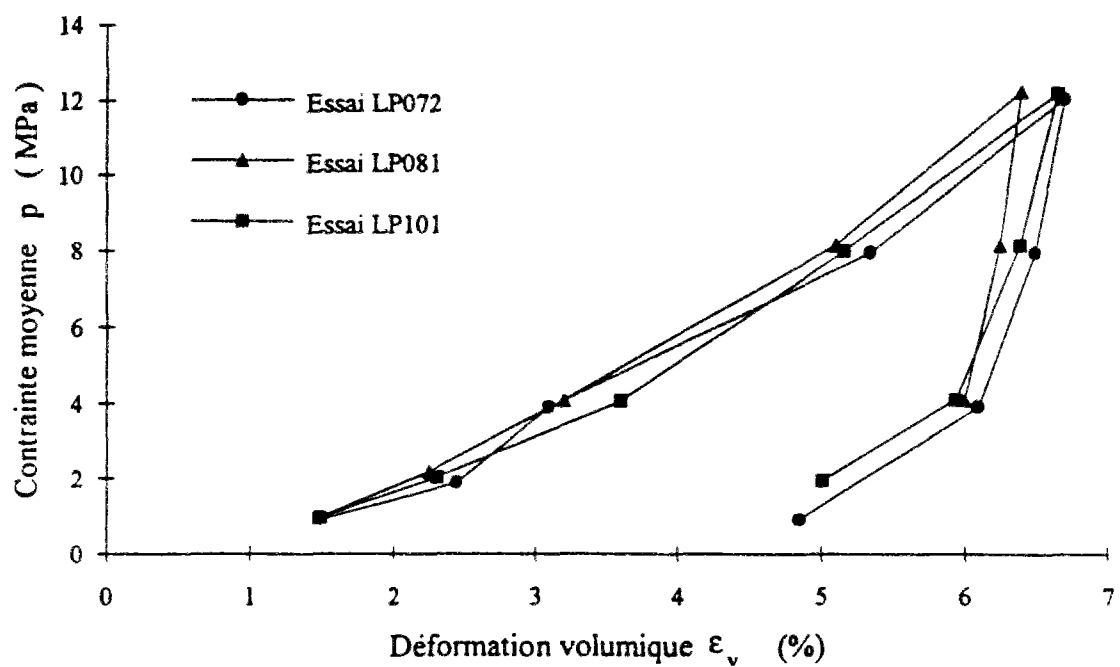
Les essais à basse pression ont été réalisés à l'aide de matériels classiques. Sous fortes contraintes ( $p > 1$  MPa), on a utilisé une cellule WYKEHAM FARRANCE de 12 MPa couplée à une alimentation à 14 MPa du même constructeur. Les pressions de confinement ont été appliquées par paliers de 1 à 4 jours jusqu'à la valeur désirée. La contre pression (de 0,1 à 0,5 MPa suivant les essais) a été appliquée dès le premier palier de consolidation.

Après la consolidation sous pression initiale isotrope  $p_0$ , l'essai a consisté à cisailier l'éprouvette en condition drainée à l'aide d'une presse WYKEHAM FARRANCE de 250 MPa. Des vitesses de cisaillement lentes ont été adoptées, la phase de cisaillement durant de deux à dix-sept jours, ce qui conduit à une durée totale d'essai proche d'un mois.

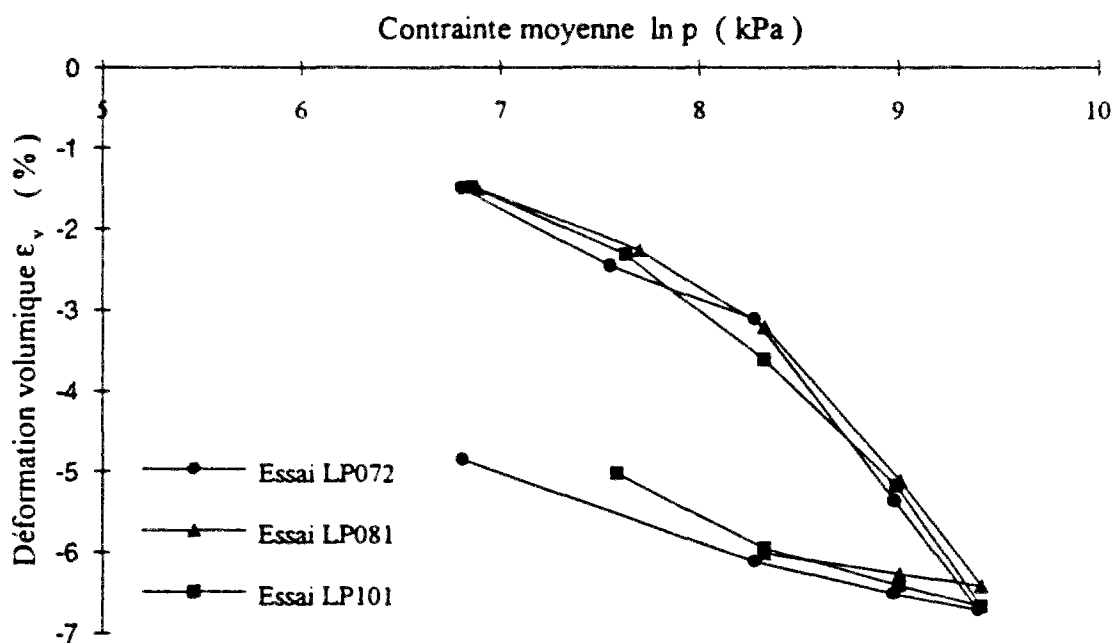
Pour les essais triaxiaux sous fortes contraintes, le cisaillement a été poursuivi jusqu'à 10 à 15% de déformation axiale sans atteindre véritablement un palier de résistance (Gaudin et Serratrice, 1986)

Les essais sous fortes contraintes mettent en évidence un état surconsolidé pour  $p_0 < 2,5$  MPa (essais LP034, LP043, LP011) et un état normalement consolidé  $p_0 > 2,5$  MPa (essais LP041, LP023, LP042, LP033, LP031 et LP032).

Les résultats d'essais sont représentés en diagrammes  $\epsilon_1$ - $q/p$  et  $\epsilon_1$ - $\epsilon_v$  sur les figures 6.7(a) et 6.7(b), respectivement. Les relations utilisées pour l'interprétation des résultats suivants différents modèles et la détermination des paramètres correspondants sont données dans la partie suivante.

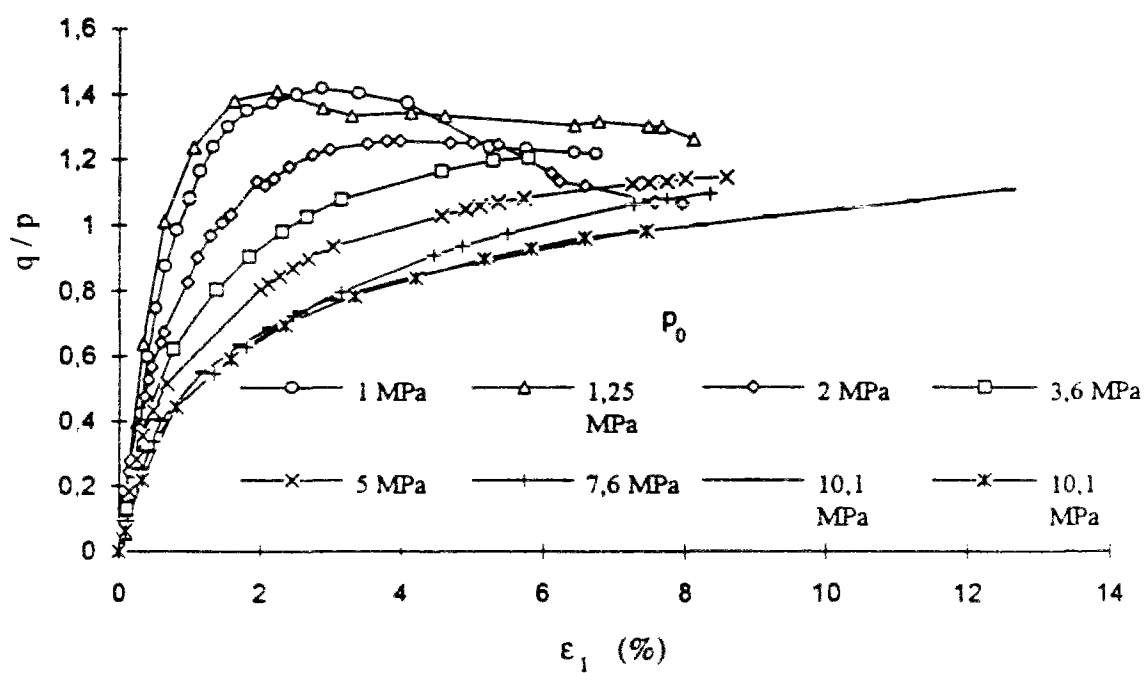


(a)

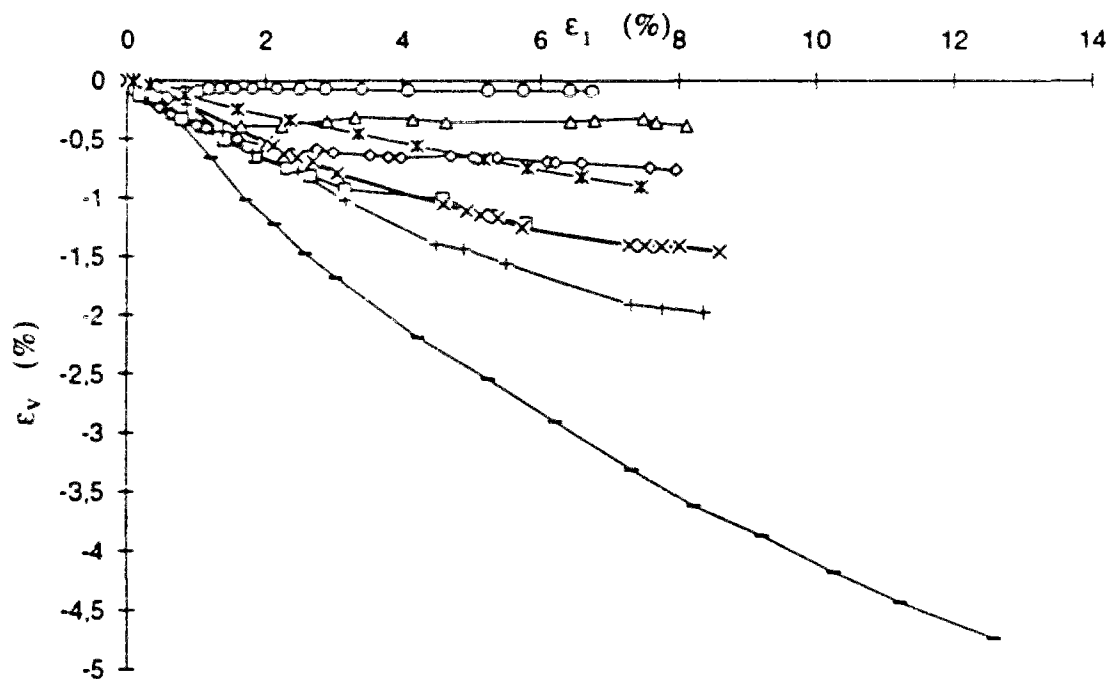


(b)

Figure 6.6 Résultats des essais de consolidation isotrope effectués sur la marne de Las Planas.



(a)



(b)

Figure 6.7 Résultats des essais triaxiaux de cisaillement (a)  $\epsilon_1$ - $q/p$  (b)  $\epsilon_1$ - $\epsilon_v$ .

## 6.5 Paramètres obtenus correspondant aux différents modèles considérés

Les résultats obtenus à partir des essais triaxiaux permettent d'obtenir les paramètres utilisés par les modèles proposés au chapitre précédent, notamment pour les lois élastiques non-linéaires, le modèle Cam-Clay modifié et le modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970).

### 6.5.1 Paramètres du modèle Cam-Clay modifié

Cinq paramètres ( $e_0$ ,  $\kappa$ ,  $\lambda$ ,  $p_{co}$  et  $M$ ) sont nécessaires pour caractériser le modèle Cam-Clay modifié. La valeur de l'indice des vides moyen initial  $e_0$  étant identifiée ( $e_0 = 0,38$  pour la marne de Las Planas), les résultats des essais de consolidation isotrope peuvent être utilisés pour déterminer les valeurs de  $\lambda$  et  $\kappa$ , représentés en diagrammes  $\ln(p)$ - $\varepsilon_v$  sur la figure 6.6b. On a, en effet, les relations :

$$\kappa = (1 + e_0) \left( \frac{d\varepsilon_v}{d \ln p} \right)_{\text{déchargement}} \quad (6-1a)$$

et

$$\lambda = (1 + e_0) \left( \frac{d\varepsilon_v}{d \ln p} \right)_{\text{chargement}} \quad (6-1b)$$

Les paramètres obtenus sont donnés dans le tableau 6.4. On peut notamment remarquer que la pression de préconsolidation est de l'ordre de  $p_{co} = 2,5$  MPa. Ce tableau indique également les valeurs du module volumique  $K$  obtenues au déchargement pour chaque essai :

$$K = \frac{dp}{d\varepsilon_v^e} \quad (6-2)$$

La figure 6.8 représente la courbe d'état critique et la courbe d'état limite proposées par Gaudin et Serratrice (1986) sur la base de ces essais. La valeur du paramètre  $M$  correspondant à la pente de l'enveloppe de rupture dans le plan  $p$ - $q$  peut être reliée à l'angle de frottement  $\phi$  du matériau par l'expression :

$$M = \frac{6 \sin \phi}{3 - \sin \phi} \quad (6-3)$$

L'analyse des résultats de la figure 6.8 conduit à une valeur de  $M$  égale à 1,18, soit un angle de frottement  $\phi = 29,50^\circ$ .

Tableau 6.4 Paramètres déduits des résultats des essais isotropes (modèle Cam-Clay modifié).

Essai isotrope	$\kappa$	$\lambda$	$p_{co}$ (MPa)	K (MPa)
LP072	0,0074	0,0442	2,5	2050
LP081	0,0051	0,0407	2,2	2013
LP101	0,0091	0,0386	2,8	1124
moyenne	0,007	0,04	2,5	1720

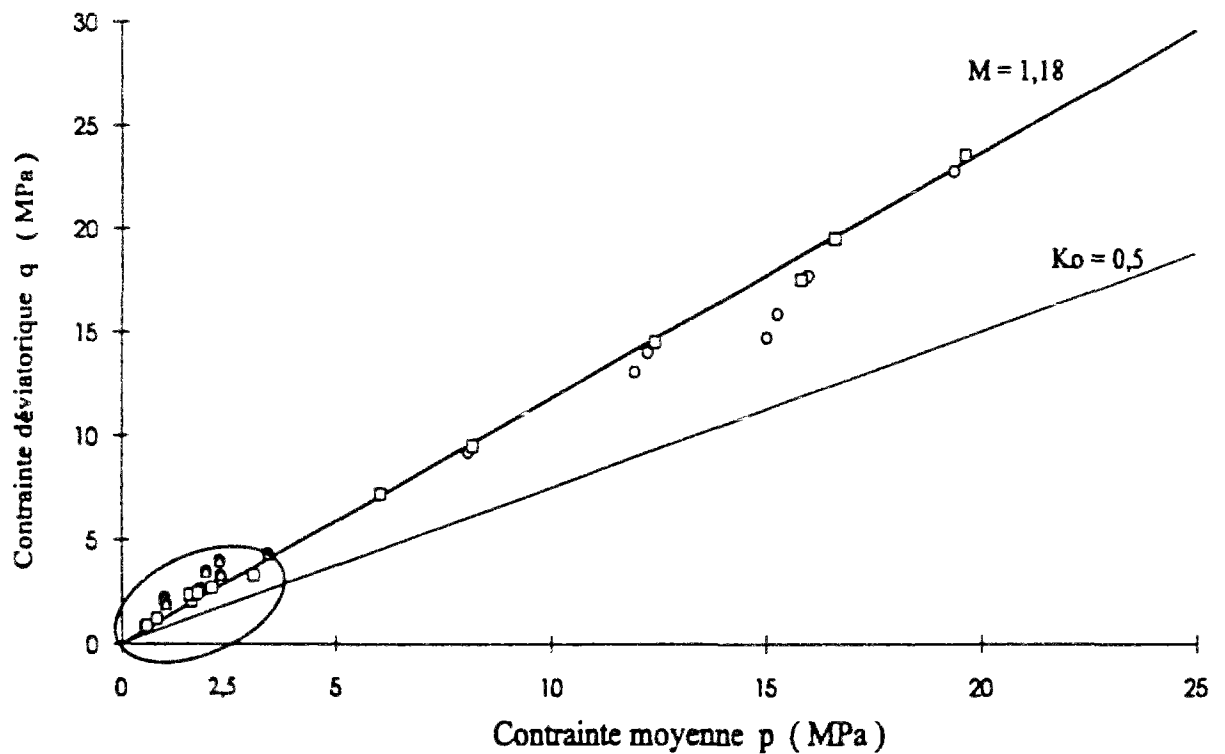


Figure 6.8 Courbe d'état critique et courbe d'état limite déduites des essais réalisés sur la marne de Las Planas (D'après Gaudin et Serratrice, 1986).

### 6.5.2 Paramètres des modèles élastiques linéaires et non-linéaires

Les relations utilisées pour l'interprétation des résultats d'essais triaxiaux suivants différents modèles (élastiques linéaires, non-linéaires et modèle hyperbolique) et la détermination des paramètres correspondants sont décrites ci-dessous :

#### (a) Elasticité linéaire :

Les paramètres à déterminer sont le module d'Young initial tangent  $E_i$ , le module de cisaillement initial tangent  $G_i$  et le coefficient de Poisson initial tangent  $\nu_i$  :

$$E_i = \frac{\sigma_3}{d\varepsilon_1} d\left(\frac{q}{p}\right), \quad G_i = \frac{dq}{d\varepsilon_d} \quad \text{et} \quad \nu_i = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_1} \right) \quad (6-4)$$

Les valeurs obtenues pour ces paramètres sont rassemblées dans le tableau 6.5. On a également indiqué dans ce tableau, le degré de surconsolidation  $R_{oc}$  (défini comme le rapport  $p_0 / p_{co}$ ), correspondant à chaque essai.

#### (b) Elasticité non-linéaire (hypothèses H1, H2, H3, H4 et H5) :

Les valeurs des paramètres utilisés dans les hypothèses H1 et H2 sont prises égales à celles de l'élasticité linéaire. Pour l'hypothèse H3, le module de cisaillement initial  $G_0$  peut être pris égale à  $G_i$ . Les paramètres correspondant aux hypothèses H4 et H5, ont été estimés à partir d'une méthode des moindres carrés ; les valeurs obtenues sont indiquées dans le tableau 6.6. Les courbes de variation  $G_i$  en fonction de  $p_0$ , obtenues pour H4 et H5, sont 5 représentées sur la figure 6.9.

#### (c) Modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970) :

Les résultats reportés sur le tableau 6.5 mettent en évidence une augmentation du module initial tangent  $E_i$  avec la pression de confinement  $\sigma_3$  (ou la contrainte moyenne effective  $p_0$ ). Les valeurs de  $E_i$  correspondant au modèle de Duncan et Chang (1970) ont été obtenues à partir de la relation de Janbu (1963) :

$$E_i = K_h p_a \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (6-5)$$

Le coefficient de Poisson  $\nu$  a été déterminé à partir de la relation de Kulhawy et Duncan (1972) :

$$\nu = G^* - F^* \log \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right) \quad (6-6)$$



Les valeurs obtenues pour les paramètres  $K_h$ ,  $n$ ,  $G^*$  et  $F^*$  sont rassemblées dans le tableau 6.7. Les figures 6.10 et 6.11 montrent que l'utilisation du modèle de Duncan et Chang (1970) avec ces paramètres conduit à une représentation satisfaisante des valeurs de  $E_i$  et  $v_i$  observées.

Tableau 6.5 Paramètres déduit des résultats des essais de cisaillement à l'appareil triaxial.

Essais	$p_0$ (MPa)	$E_i$ (MPa)	$v_i$	$G_i$ (MPa)	$R_{oc}$
LP034	1,0	262	0,39	94	2,5
LP043	1,25	306	0,30	113	2,0
LP011	2,0	330	0,23	135	1,25
LP041	3,6	465	0,31	158	1,0
LP023	5,0	632	0,36	216	1,0
LP042	7,6	724	0,27	262	1,0
LP033	7,6	431	0,32	156	1,0
LP031	10,1	708	0,15	273	1,0
LP032	10,1	698	0,42	242	1,0

Tableau 6.6 Paramètres obtenus pour les différentes hypothèses d'élasticité.

Hypothèses élastiques	Paramètres
Elasticité linéaire	$K = 325$ MPa et $G = 150$ MPa ou $E = 390$ MPa et $\nu = 0,3$
Modèle Cam-Clay modifié avec élasticité non-linéaire $\lambda = 0,04$ , $\kappa = 0,007$ , $e_0 = 0,38$ , $p_{co} = 2,5$ MPa et $M = 1,18$	
H1	$G = 150$ MPa
H2	$\nu = 0,3$
H3	$G_0 = 150$ MPa
H4	$G_n = 150$ MPa, $C = 0,3942$ et $p_{co} = 2,5$ MPa
H5	$G_h = 333$ , $n = 0,4263$ , $p_a = 0,1014$ MPa

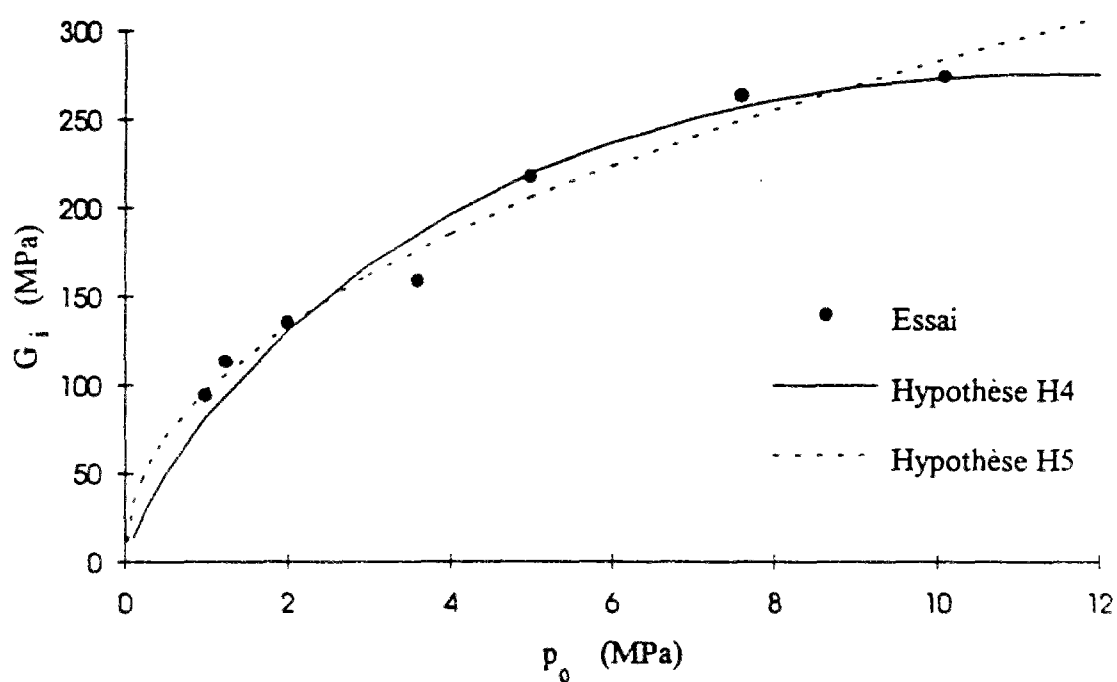


Figure 6.9 Relation entre le module de cisaillement initial tangent  $G_i$  et la contrainte moyenne initiale  $p_0$  pour les hypothèses H4 et H5.

Tableau 6.7 Paramètres obtenus pour le modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970).

Paramètres	$p_0 < 2,5$ MPa	$p_0 > 2,5$ MPa
$K_h$	1646	2314
$n$	0,3	0,2
$R_f$	0,69	0,73
$c$ (MPa)	1,84	0,67
$\phi$	$26,6^\circ$	$24,7^\circ$
$G^*$	0,82	0,28
$F^*$	0,43	-0,03
$d$	11,2	2,05

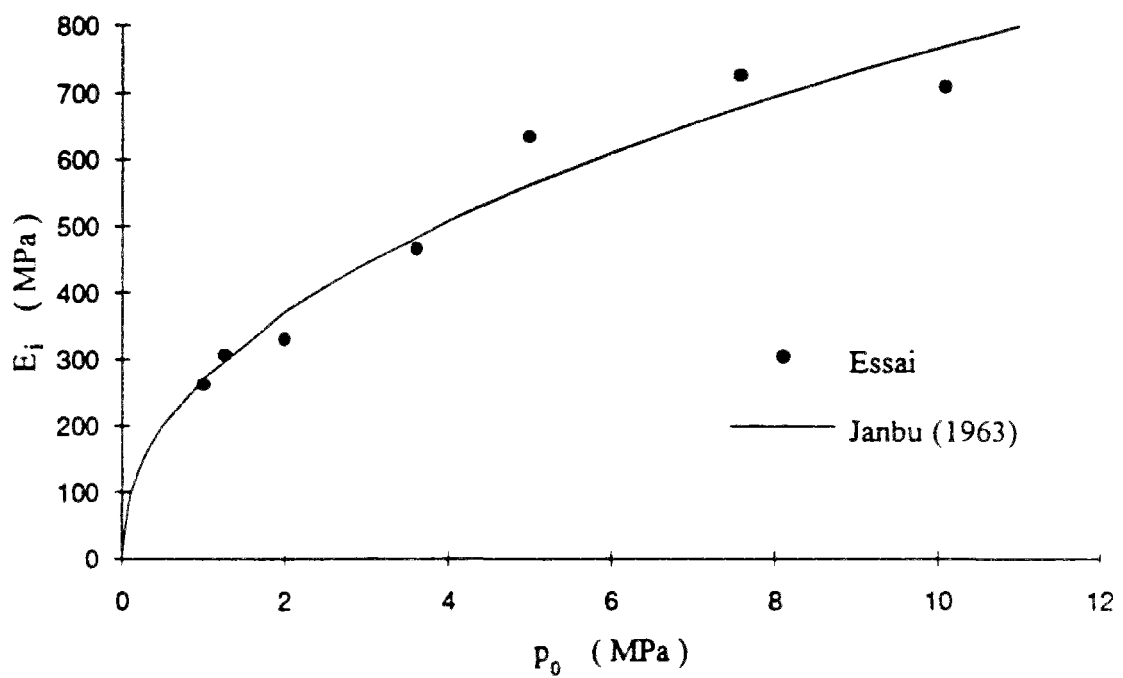


Figure 6.10 Relation entre le module initial tangent d'Young  $E_i$  et la contrainte moyenne initiale  $p_0$

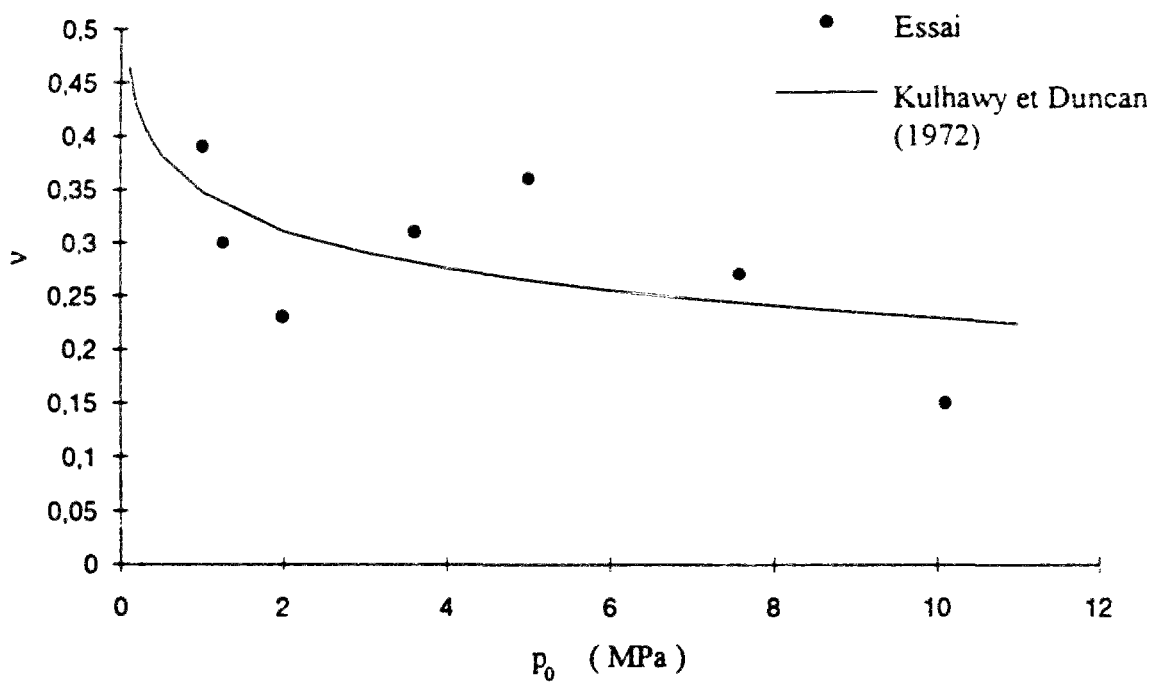


Figure 6.11 Relation entre le coefficient de Poisson  $v$  et la contrainte moyenne initiale  $p_0$ .

## Chapitre 7

### SIMULATION DU COMPORTEMENT DE LA MARNE DE LAS PLANAS

#### 7.1 Introduction

La première étape de la modélisation du comportement de la marne de Las Planas a consisté à simuler les essais de compression isotrope à l'aide du modèle Cam-Clay modifié à partir de modèles élastiques linéaires et non-linéaires.

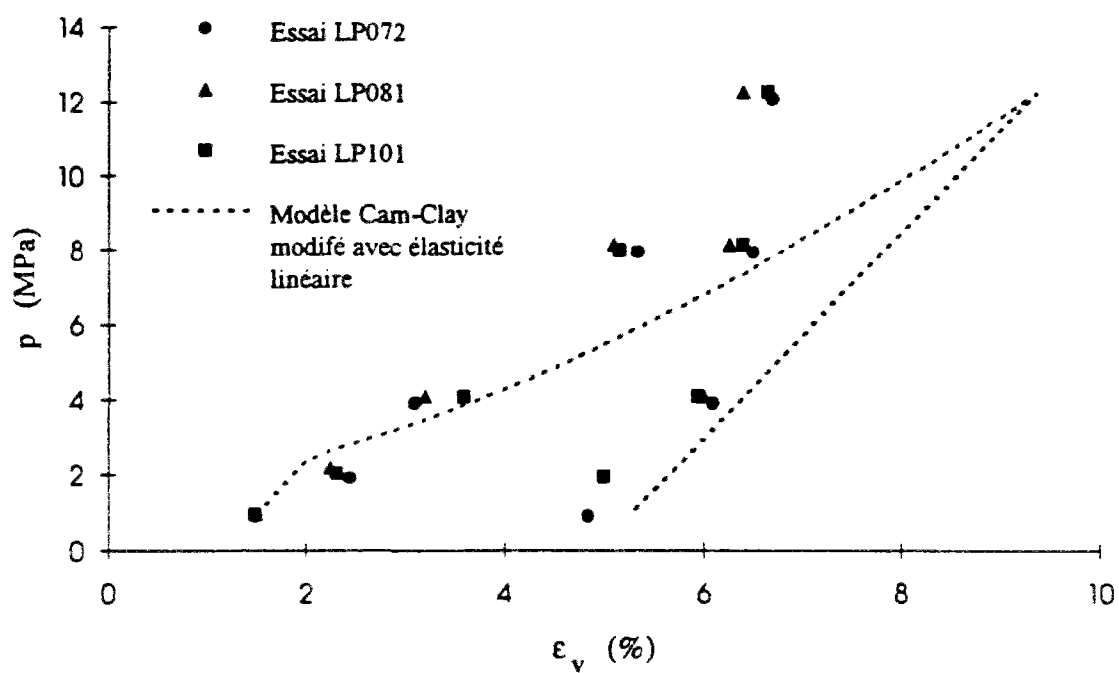
La seconde étape de la modélisation concerne les essais triaxiaux de cisaillement en compression. Dans notre étude, on a distingué le comportement surconsolidé ( $p_0 < 2,5$  MPa) du comportement normalement consolidé ( $p_0 > 2,5$  MPa).

La simulation du comportement de la marne a été effectuée à l'aide du logiciel LOIS-LCPC, décrit au chapitre 3. Plusieurs lois de comportement ont été testées pour la modélisation de ces essais : il s'agit du modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970) et de différentes variantes du modèle Cam-Clay modifié avec élasticité linéaire (loi de Hooke) et élasticité non-linéaire (hypothèses H1, H2, H3, H4 et H5).

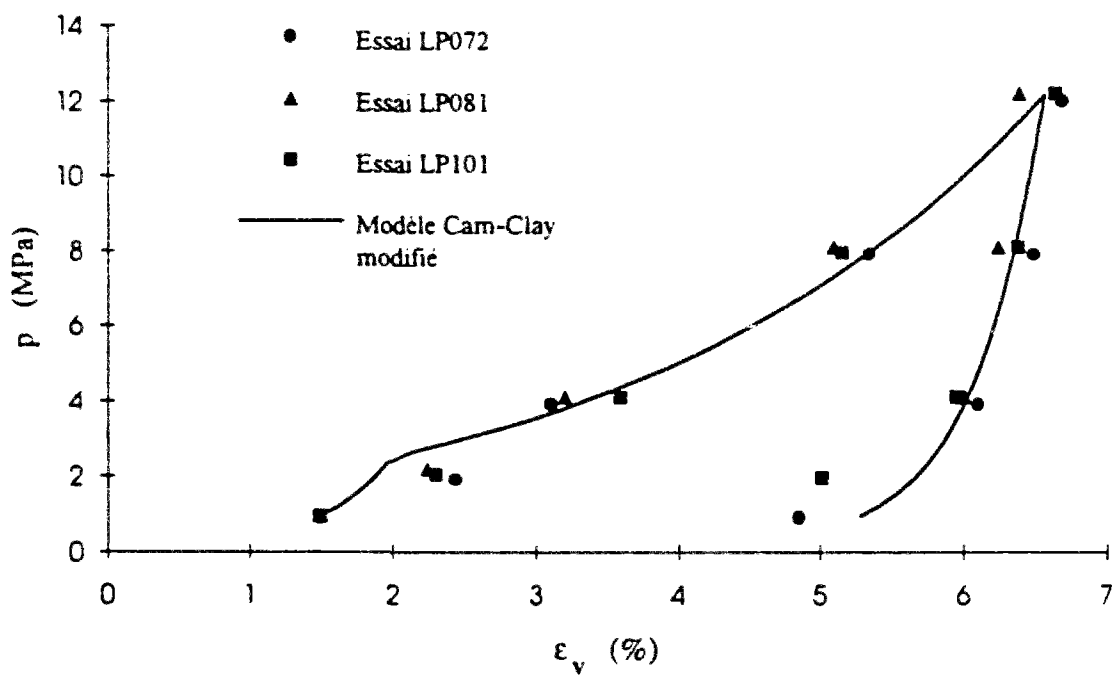
#### 7.2 Simulation des essais triaxiaux isotropes

Trois essais de compression isotrope ont été réalisés sur la marne de Las Planas : LP072, LP081 et LP101. Compte tenu de la nature de ces essais ( $\Delta q = 0$ ), seules deux variantes du modèle Cam-Clay modifié, méritent d'être examinées : élasticité linéaire ( $K$  et  $G$  constants), et élasticité non-linéaire ( $K = \alpha_e p$ ,  $G$  étant quelconque). La détermination des paramètres de ces modèles a été décrite dans le tableau 6.5 au chapitre précédent.

Les comparaisons entre résultats expérimentaux et simulations théoriques sont représentées sur la figure 7.1. Dans le cas de l'élasticité linéaire (figure 7.1a), on constate que le modèle ne permet pas de simuler correctement la réponse de l'échantillon notamment au déchargement. En revanche, pour l'élasticité non-linéaire (figure 7.1b), on aboutit à des résultats satisfaisants, tant pour la phase de chargement que pour la phase de déchargement.



(a)



(b)

Figure 7.1 Comparaisons entre les résultats expérimentaux et les simulations théoriques données par le modèle Cam-Clay avec (a) élasticité linéaire (b) élasticité non-linéaire.

### 7.3 Simulation des essais de cisaillement pour un état surconsolidé de la marne

Compte tenu de la valeur de la pression de préconsolidation de la marne (estimée à  $p_{co} = 2,5$  MPa), l'état surconsolidé correspond aux essais LP034 ( $p_0 = 1,0$  MPa), LP043 ( $p_0 = 1,25$  MPa) et LP011 ( $p_0 = 2,0$  MPa). Dans ce cas, la réponse se traduit a priori par un chemin élastique, suivi d'une phase de comportement élastoplastique avant d'atteindre la courbe d'état critique.

Bien que le modèle Cam-Clay modifié (C.C.M.) ne soit pas théoriquement capable de simuler de manière satisfaisante de comportement surconsolidé des sols, nous avons étudié son application aux essais de cisaillement en compression LP034, LP043 et LP011. Nous avons également considéré les différentes variantes retenues pour la réponse élastique du modèle Cam-Clay modifié ainsi que le modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970).

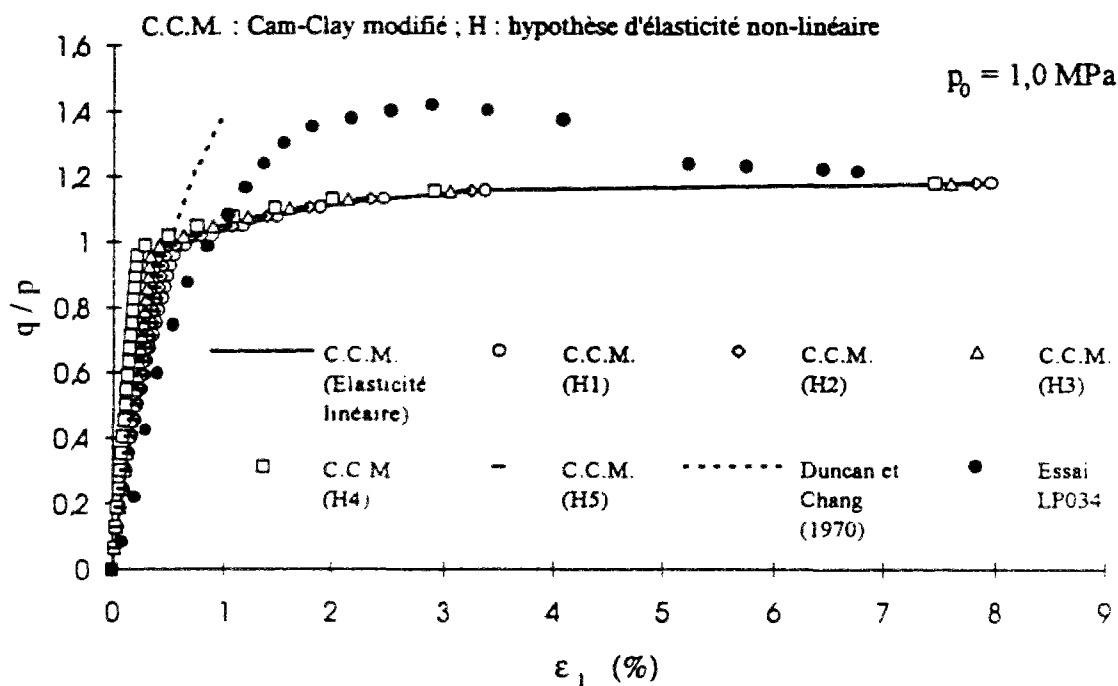
La simulation à l'aide du modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970), conduit à une bonne représentation des courbes expérimentales dans la phase initiale du chargement. Par contre, lorsque le rapport de contrainte  $q/p$  croît, la simulation des courbes ( $\epsilon_1$ - $q/p$ ) et ( $\epsilon_1$ - $\epsilon_v$ ) devient moins satisfaisante (figures 7.2, 7.3 et 7.4).

La modélisation à l'aide du modèle Cam-Clay modifié (C.C.M.) correspond en réalité à six simulations, qui tiennent compte des six variantes d'élasticité définies dans la partie précédente. Ces six modèles conduisent généralement à une simulation satisfaisante de l'essai au début du chargement ( $\epsilon_1 < 1\%$ ). La simulation des courbes  $\epsilon_1$ - $q/p$  est d'autant meilleure que la phase de radoucissement observée est faible (figures 7.2a, 7.3a et 7.4a).

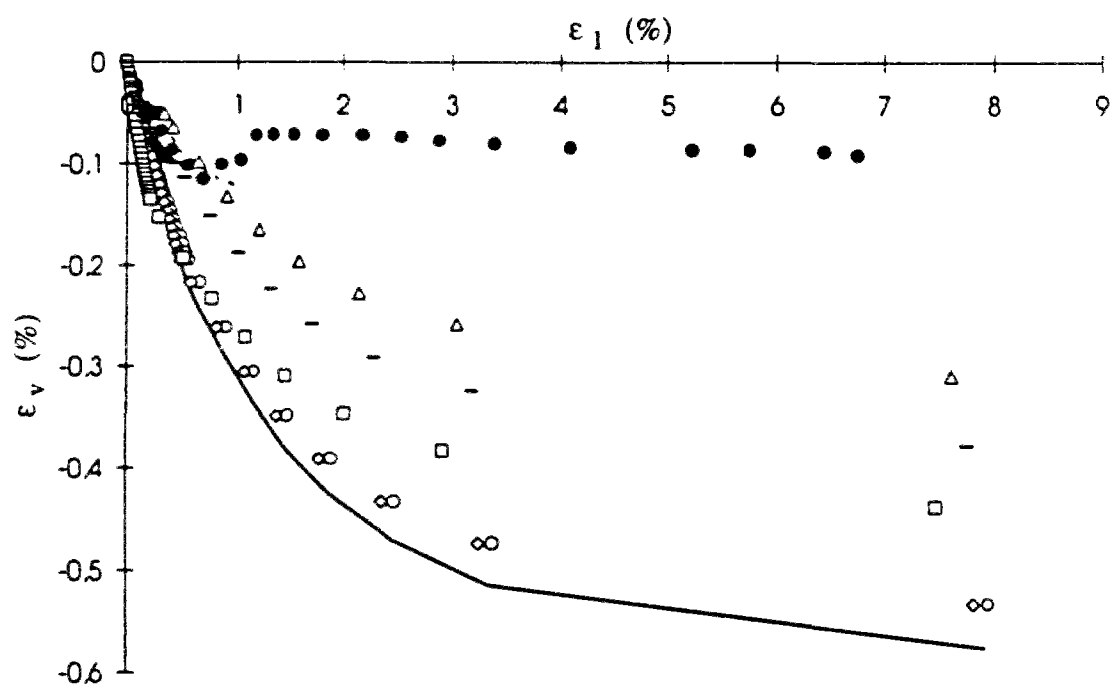
En diagramme  $\epsilon_1$ - $\epsilon_v$ , on constate que pour  $\epsilon_1 > 1\%$ , le modèle Cam-Clay modifié (C.C.M.) avec élasticité linéaire conduit généralement à des surestimations des déformations volumiques plus importantes que les variantes d'élasticité non-linéaire.

Par ailleurs, parmi les variantes d'élasticité non-linéaire, il apparaît que les hypothèses hyperélastiques (H3, H4 et H5) conduisent aux meilleurs résultats pour la simulation de la réponse en déformation volumique, le résultat étant d'autant plus proche de la courbe expérimentale que la valeur de  $p_0$  est proche de  $p_{co}$  (figures 7.2b, 7.3b et 7.4b).

D'une manière générale, les résultats les plus satisfaisants sont, pour la présentation des déformations volumiques, donnés dans l'ordre par les variantes H3, H4 et H5 (type hyperélastique), les variantes H1 et H2 et la variante élastique linéaire.

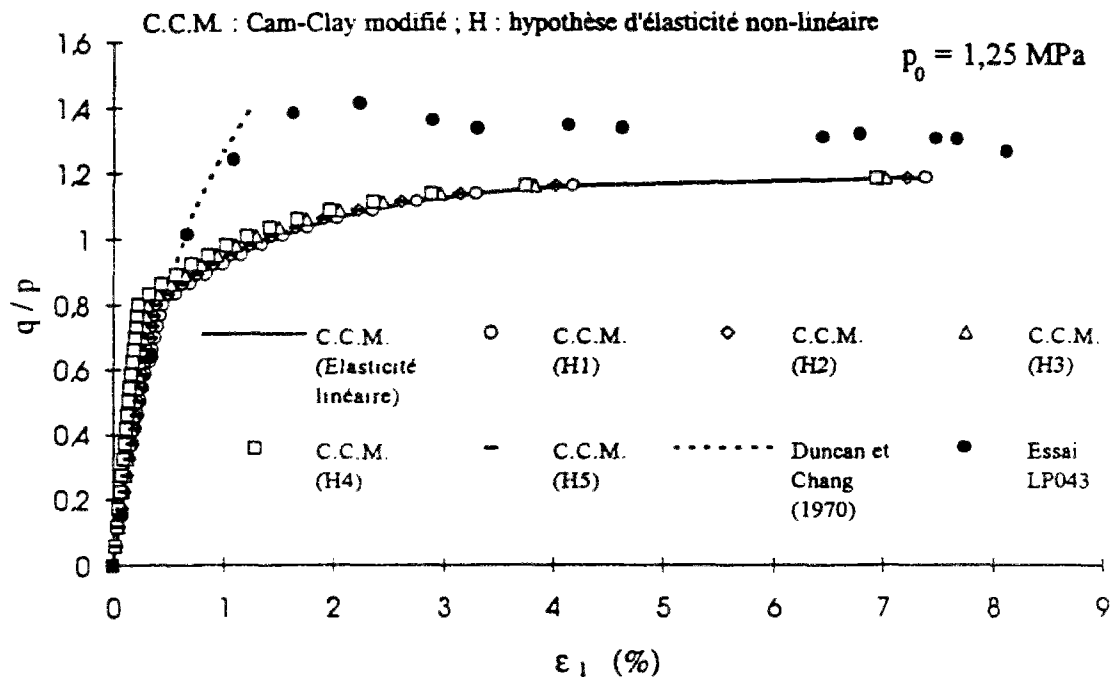


(a)

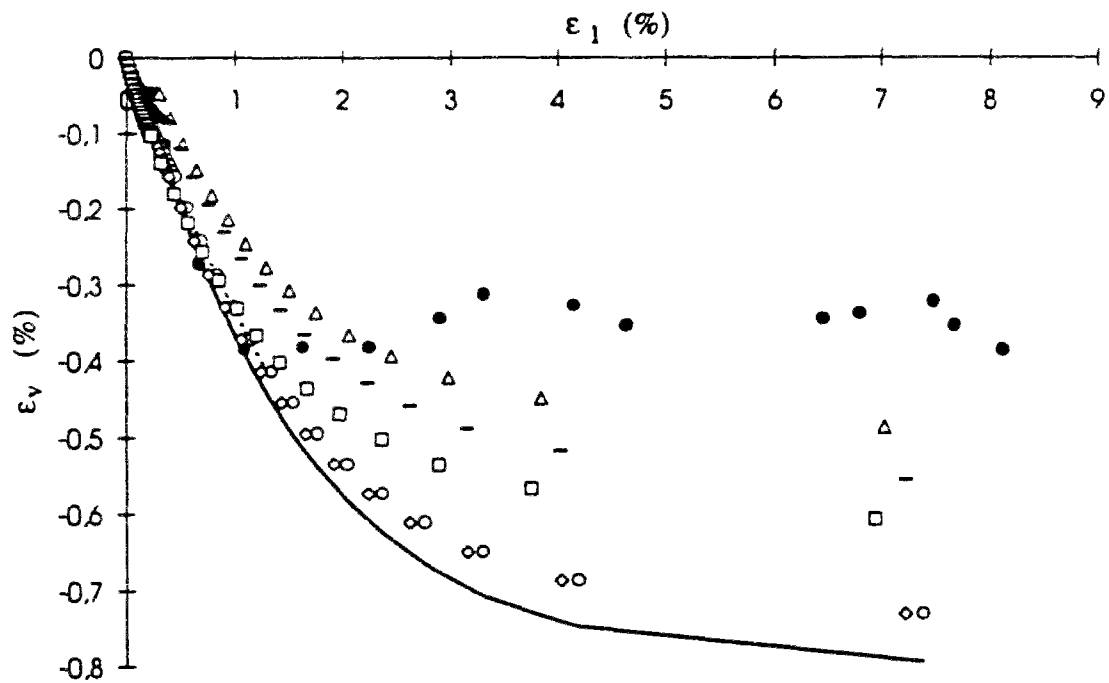


(b)

Figure 7.2 Comparaison entre résultats expérimentaux et simulations théoriques  
(Essai LP034,  $p_0=1,0 \text{ MPa}$ ).



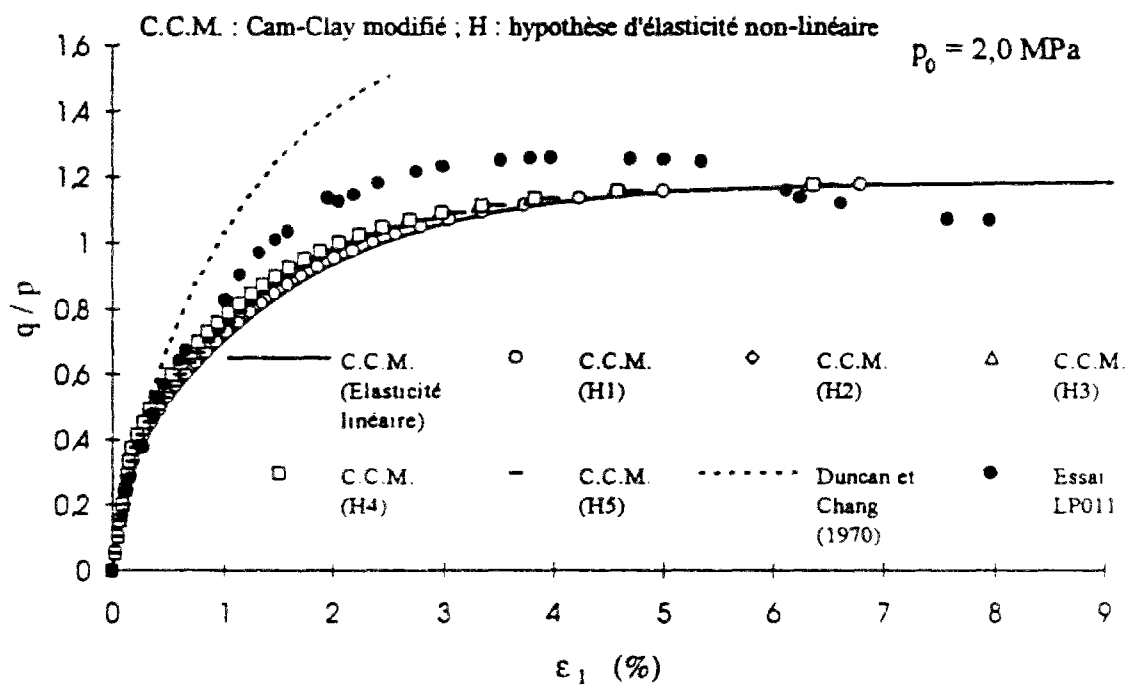
(a)



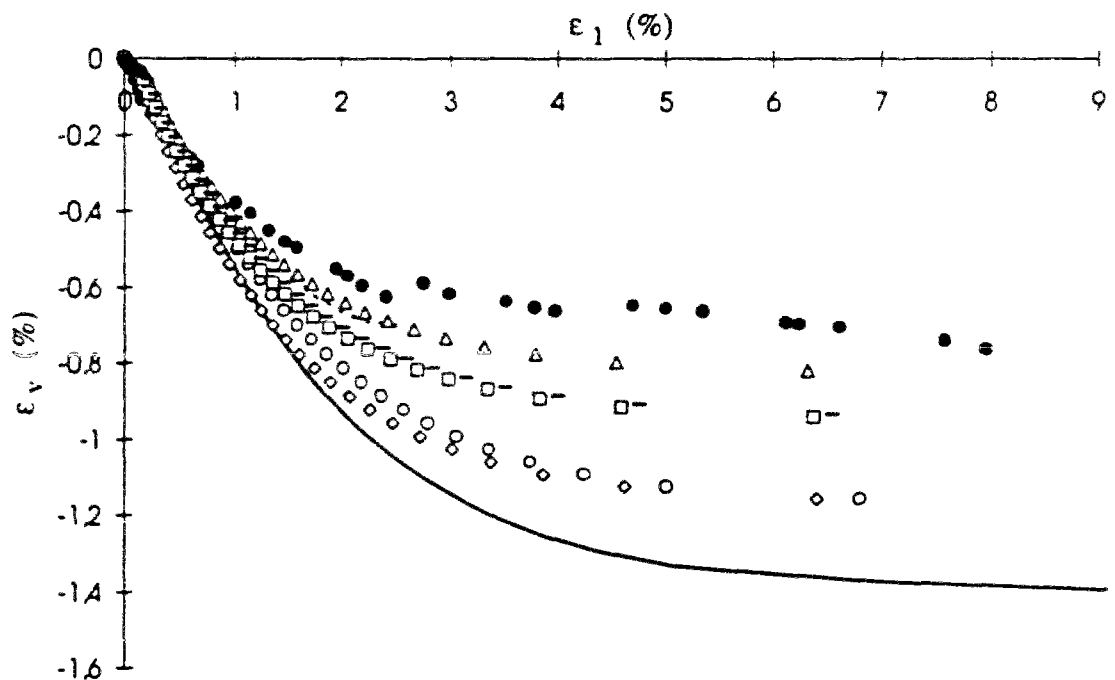
(b)

Figure 7.3 Comparaison entre résultats expérimentaux et simulations théoriques  
(Essai LP043,  $p_0 = 1,25 \text{ MPa}$ ).





(a)



(b)

Figure 7.4 Comparaison entre résultats expérimentaux et simulations théoriques (Essai LP011,  $p_0=2,0 \text{ MPa}$ ).

#### 7.4 Simulation des essais de cisaillement pour un état normalement consolidé de la marne

En ce qui concerne le comportement normalement consolidé de la marne ( $p_0 > 2,5$  MPa), six essais de cisaillement en compression ont été analysés : LP041 ( $p_0=3,6$  MPa), LP023 ( $p_0=5,0$  MPa), LP042 ( $p_0=7,6$  MPa), LP033 ( $p_0=7,6$  MPa), LP031 ( $p_0=10,1$  MPa) et LP032 ( $p_0=10,1$  MPa).

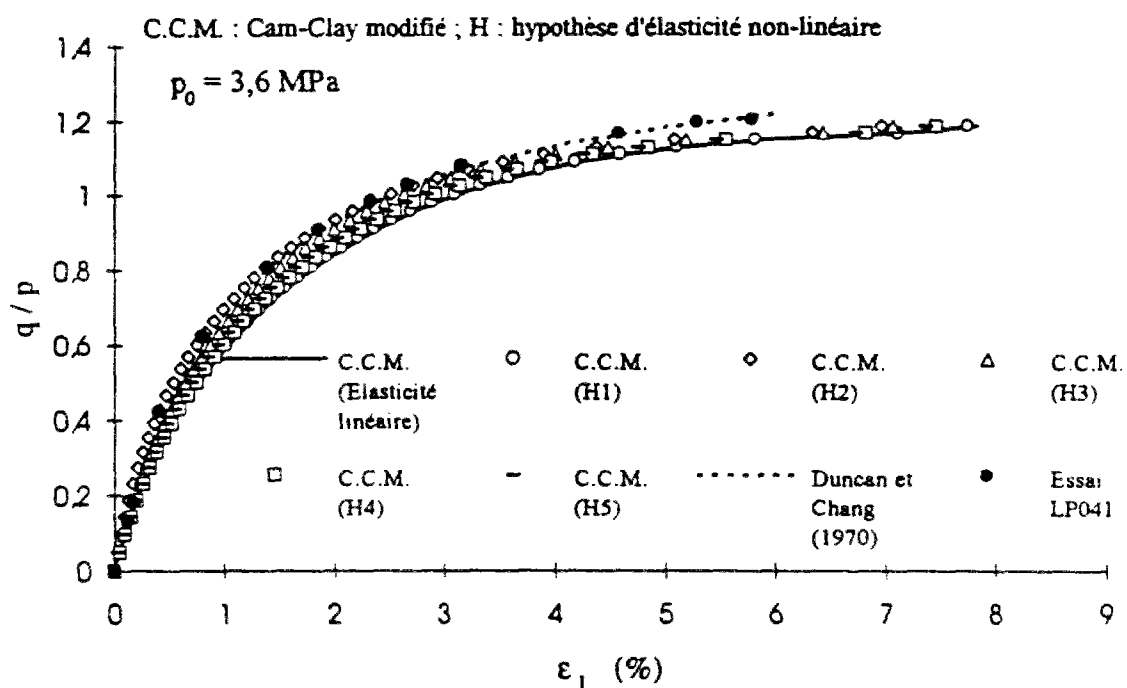
Les comparaisons entre résultats expérimentaux et simulations théoriques sont données sur les figures 7.5 à 7.10.

On constate que le modèle de Duncan et Chang (1970) conduit à des résultats satisfaisants pour l'ensemble de ces essais tant pour la relation  $\varepsilon_1$ - $q/p$  que pour la relation  $\varepsilon_1$ - $\varepsilon_v$ , à l'exception des essais LP031 et LP032 effectués à  $p_0 = 10,1$  MPa.

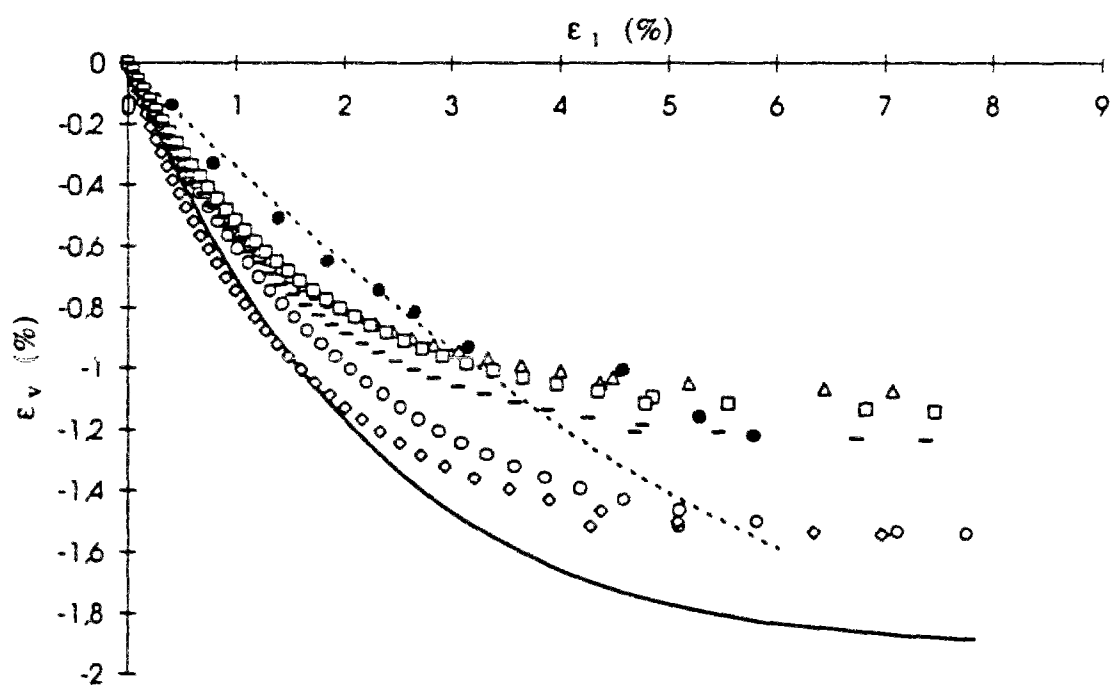
La modélisation à l'aide des six variantes du modèle Cam-Clay modifié (C.C.M.) montre que les simulations des courbes  $\varepsilon_1$ - $q/p$  sont généralement en bon accord avec les résultats expérimentaux. En ce qui concerne des courbes  $\varepsilon_1$ - $\varepsilon_v$ , comme il a été remarqué dans la modélisation du comportement surconsolidé, l'hypothèse d'élasticité linéaire conduit à des déformations volumiques plus importantes que les hypothèses d'élasticité non-linéaire. Dans ce dernier cas, les meilleurs résultats sont obtenus avec les variantes hyperélastiques. D'une manière générale, on peut considérer que les résultats les plus satisfaisants sont obtenus dans l'ordre avec les hypothèses hyperélastiques H4, H3 et H5, puis les hypothèses d'élasticité non-linéaire H1 et H2, et l'hypothèse d'élasticité linéaire.

##### Remarques :

- (1) Les deux essais LP031 et LP032, qui ont été effectués avec les mêmes conditions initiales ( $p_0 = 10,1$  MPa), conduisent à des résultats sensiblement différents en diagramme  $\varepsilon_1$ - $\varepsilon_v$  ce qui pourrait traduire des difficultés expérimentales.
- (2) Dans l'étape numérique de simulation pour un état normalement consolidé, il faut noter que l'indice des vides initial  $e_0$  est en fait changé après la consolidation par rapport à la différente contrainte initiale  $p_0$ . La pris en compte de cet effet ont été effectuée dans le processeur de calcul du programme LOIS-LCPC. Autrement dit, dans ce cas, la contrainte moyenne initiale  $p_0$  est effectivement supérieure à  $p_{co}$ . La valeur de l'indice des vides initial suivant la pente de normalement consolidé  $\lambda$  est donc diminuée et inférieure à 0,38.



(a)



(b)

Figure 7.5 Comparaison entre résultats expérimentaux et simulations théoriques  
 (LP041,  $p_0 = 3,6 \text{ MPa}$ ).

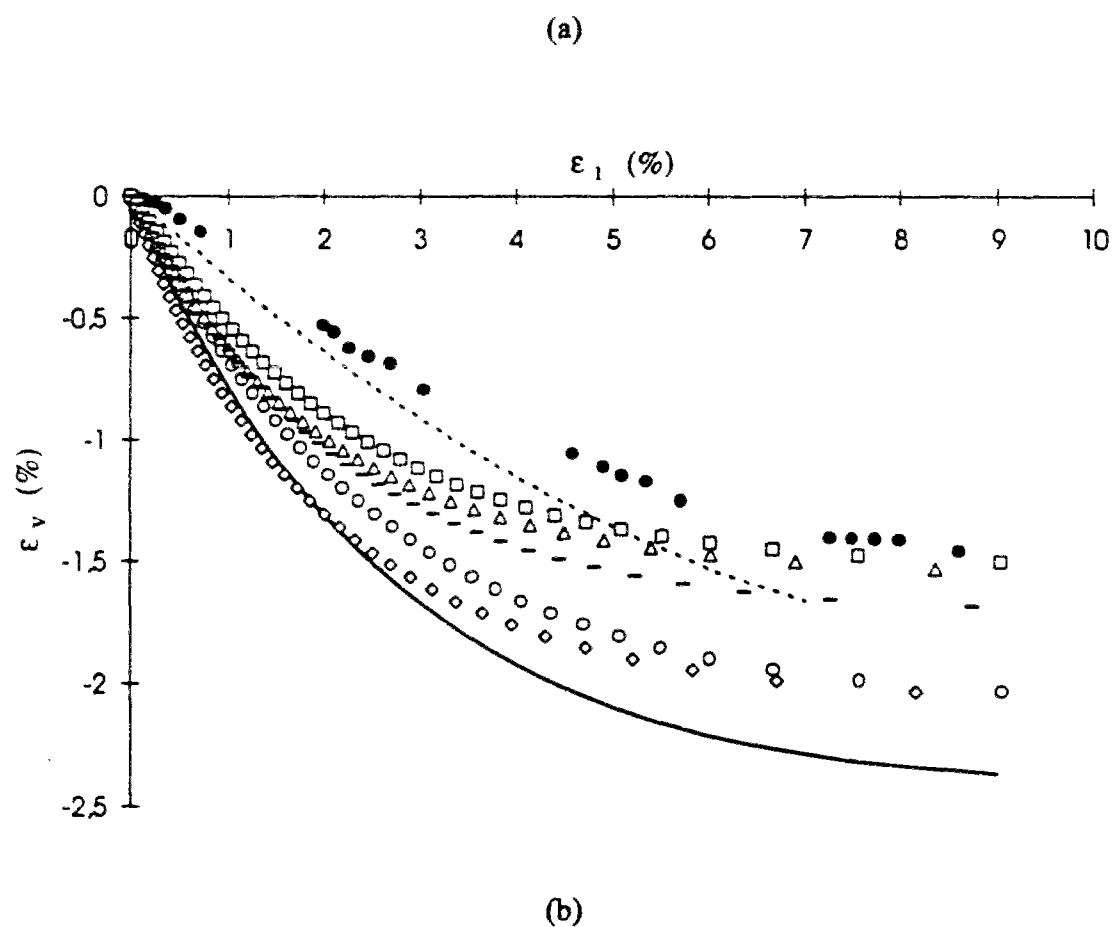
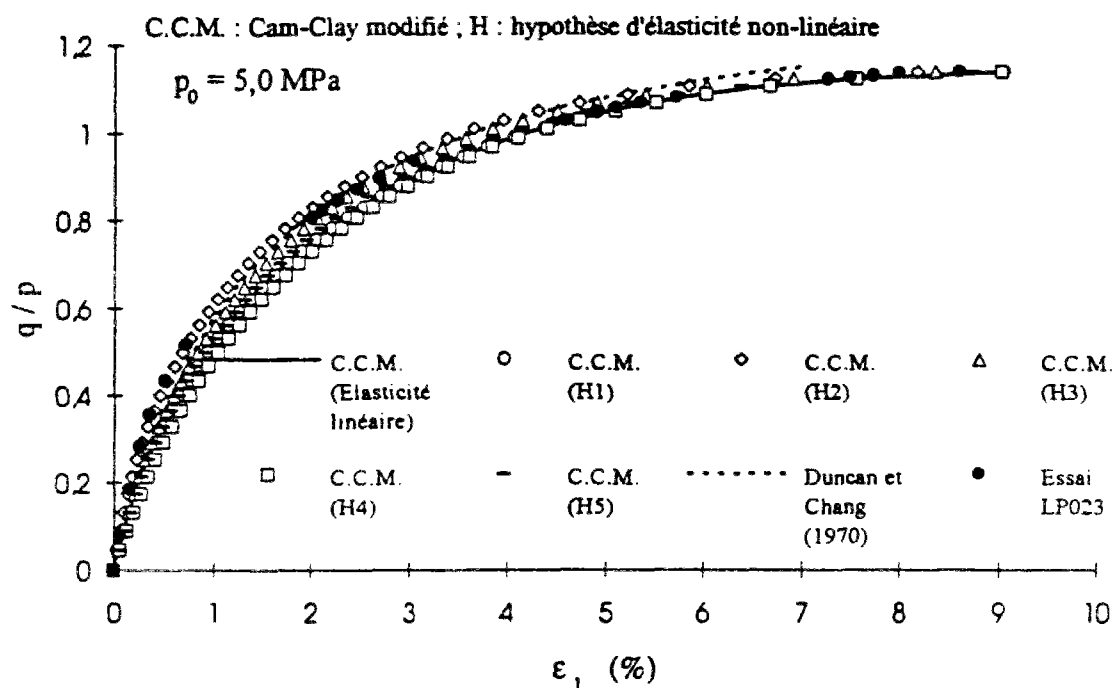
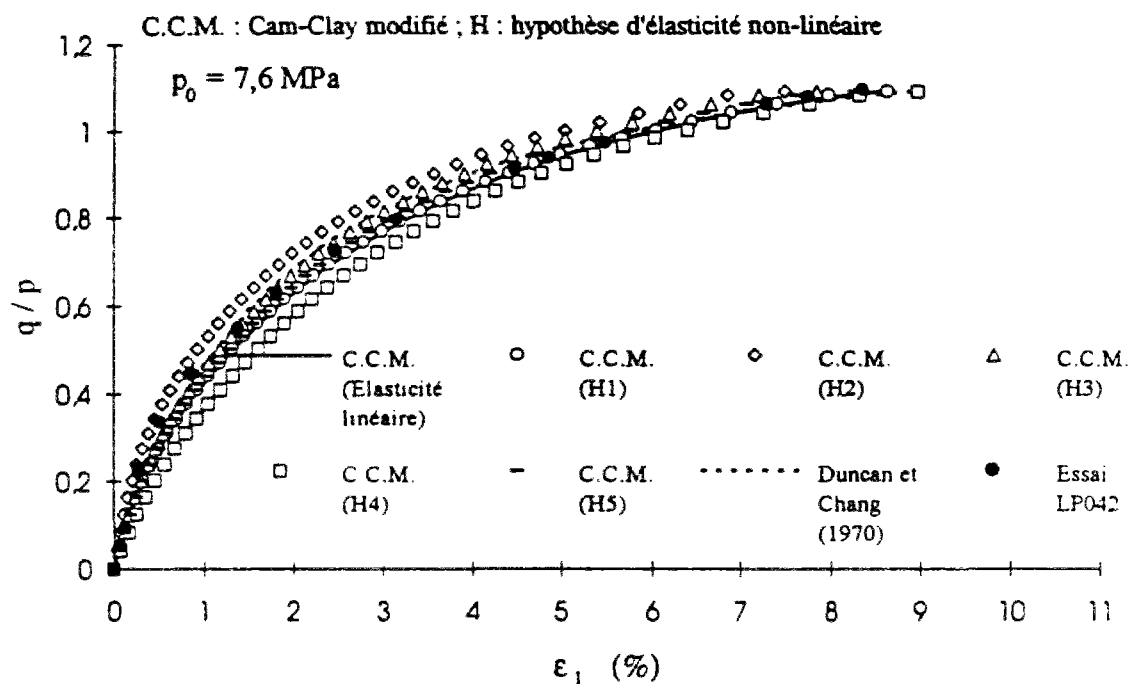
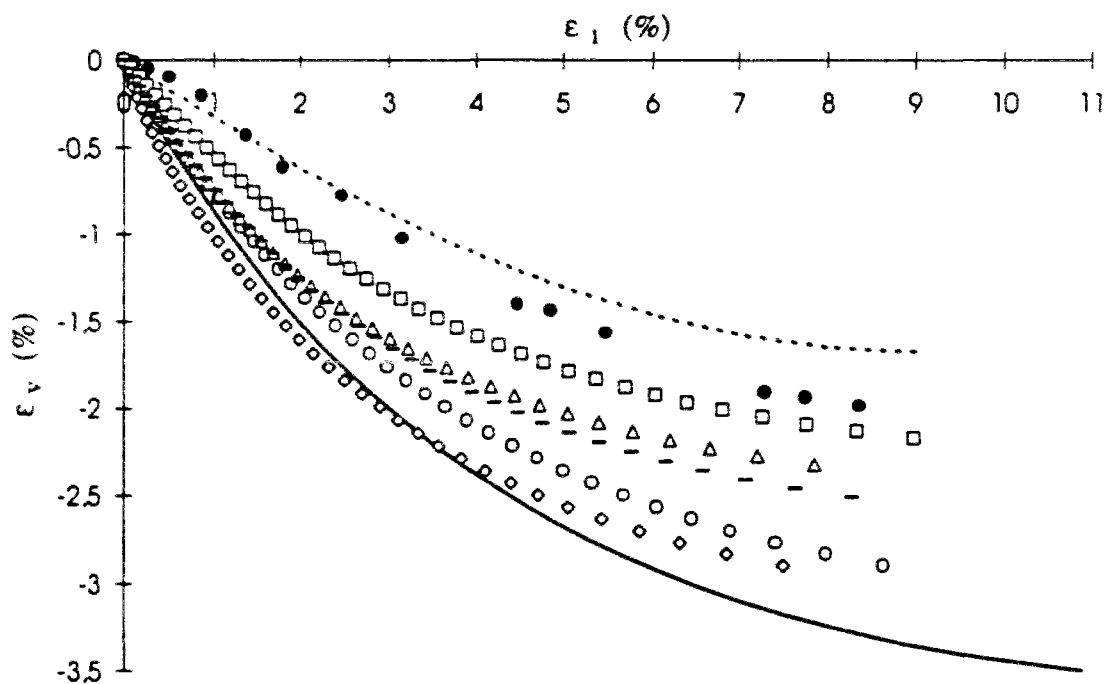


Figure 7.6 Comparaison entre résultats expérimentaux et simulations théoriques  
 (LP023,  $p_0 = 5,0 \text{ MPa}$ ).

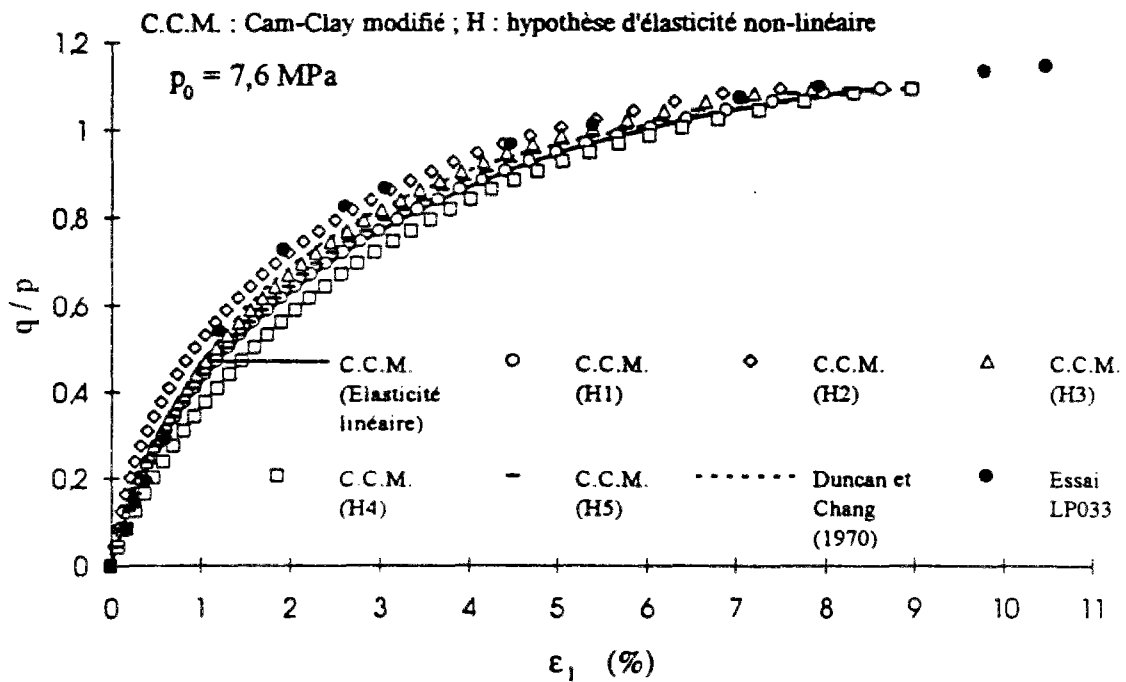


(a)

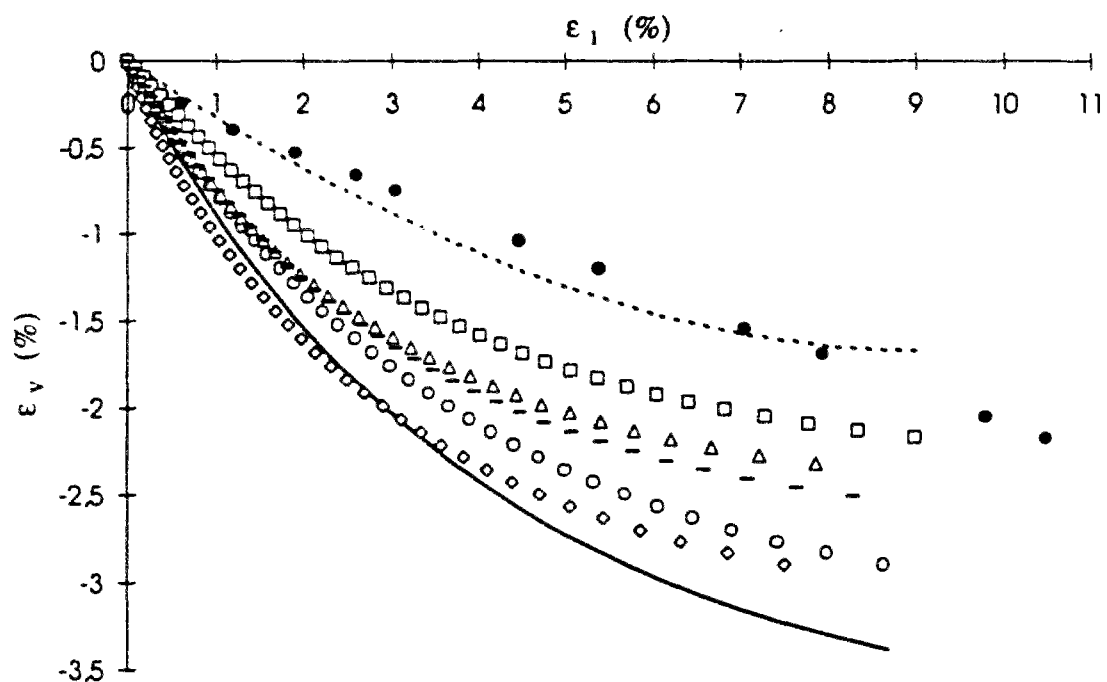


(b)

Figure 7.7 Comparaison entre résultats expérimentaux et simulations théoriques  
 (LP042,  $p_0=7,6 \text{ MPa}$ ).

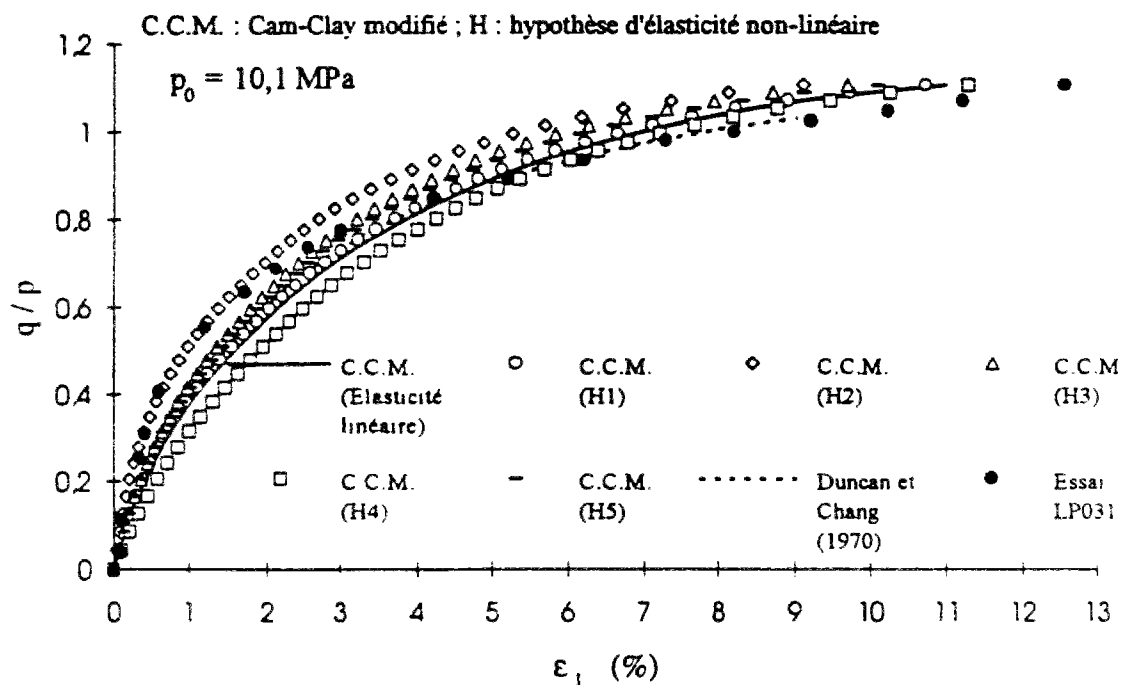


(a)

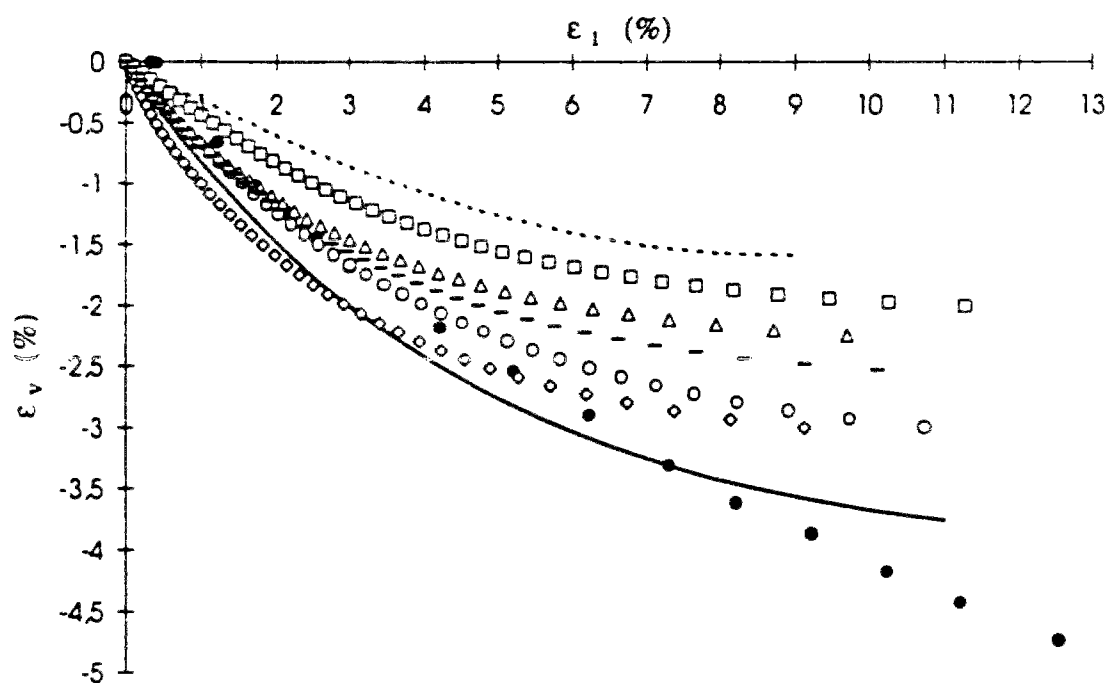


(b)

Figure 7.8 Comparaison entre résultats expérimentaux et simulations théoriques  
 (LP033,  $p_0=7,6 \text{ MPa}$ ).



(a)



(b)

Figure 7.9 Comparaison entre résultats expérimentaux et simulations théoriques (LP031,  $p_0=10,1 \text{ MPa}$ ).

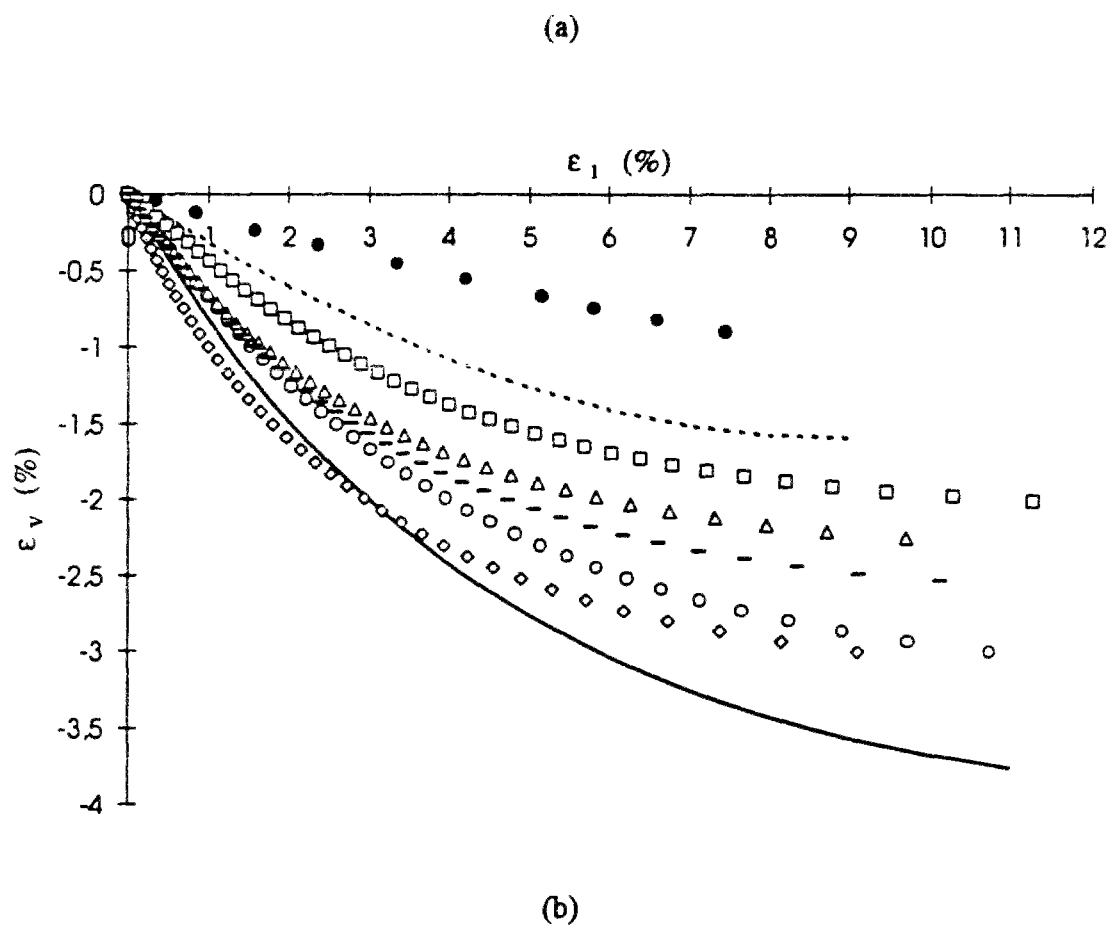
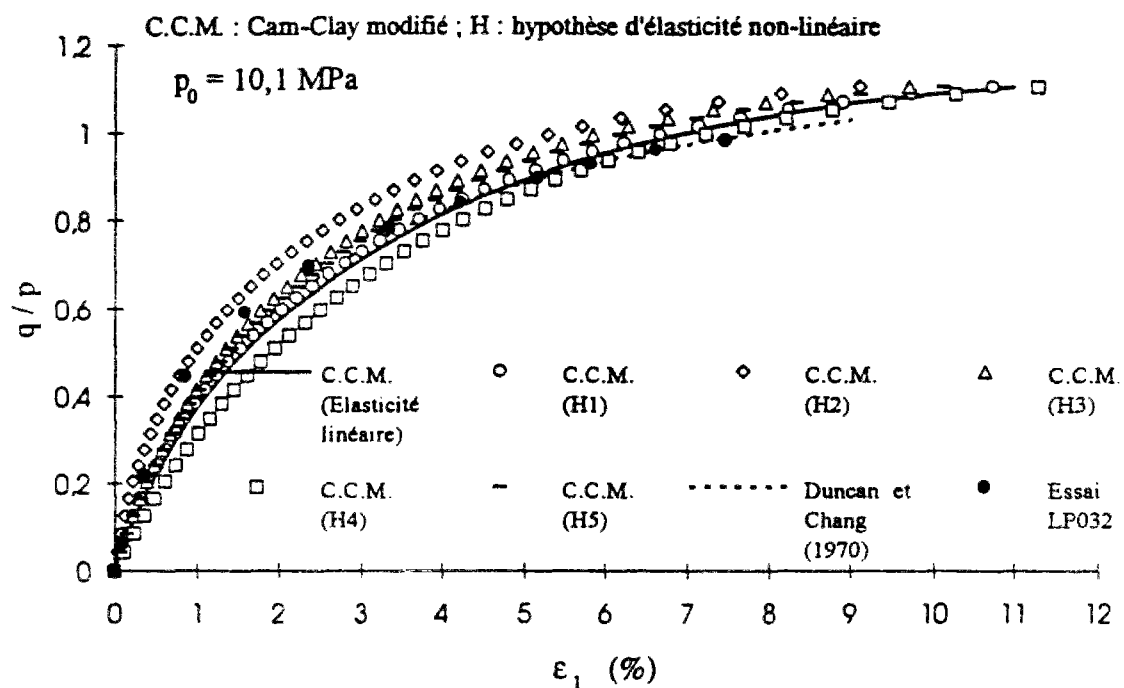


Figure 7.11 Comparaison entre résultats expérimentaux et simulations théoriques (LP032,  $p_0=10,1 \text{ MPa}$ ).



## 7.5 Conclusions

La modélisation du comportement de la marne de Las Planas a consisté à simuler trois essais en compression isotropes et neuf essais de cisaillement en compression à l'appareil triaxial à partir de la nouvelle version du logiciel LOIS-LCPC, adaptée pour tenir compte des lois de comportement non-linéaires décrites précédemment.

Les résultats expérimentaux des essais en compression isotropes ont été comparés aux simulations obtenues à l'aide du modèle Cam-Clay modifié (C.C.M.) avec élasticité linéaire et élasticité non-linéaire.

De même, les résultats expérimentaux des essais de cisaillement en compression ont été comparés aux simulations obtenues à l'aide du modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970) et de différentes variantes du modèle Cam-Clay modifié (C.C.M.) avec élasticité linéaire (loi de Hooke), et élasticité non-linéaire (hypothèses H1 et H2 ; hypothèses hyperélastiques H3, H4 et H5).

Les résultats de ces comparaisons font apparaître les conclusions suivantes :

- l'utilisation d'un modèle élastique non-linéaire est nécessaire pour simuler correctement les cycles de chargement-déchargement observés au cours d'essais en compression isotrope ;
- les simulations obtenues à l'aide du modèle Cam-Clay modifié (C.C.M.) avec élasticité linéaire surestiment systématiquement les déformations volumiques ; les résultats peuvent être améliorés par l'utilisation d'une variante non-linéaire pour la partie élastique du comportement ;
- dans ce dernier cas, ce sont les hypothèses hyperélastiques qui conduisent aux meilleurs résultats, des simulations satisfaisantes étant obtenues, pour la plupart des essais de cisaillement en compression ;
- le modèle de Duncan et Chang conduit généralement à des bonnes simulations pour l'ensemble des essais de cisaillement en compression ;
- Aucune simulation satisfaisante n'a pu être obtenue pour les essais effectués à 10,1 MPa , en partie au moins du fait de difficultés expérimentales.

## Chapitre 8

### MODELISATION DU CREUSEMENT DU TUNNEL DE LAS PLANAS

#### 8.1 Introduction

Le présent chapitre concerne l'application des lois de comportement non-linéaires, qui ont été introduites dans le code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC (module MCNL), au creusement du tub Sud de tunnel Las Planas.

Les calculs ont été effectués en utilisant la méthode convergence-confinement (module LAM du code CESAR-LCPC) pour la prise en considération des forces fictives d'excavation et de l'effet d'avancement du front de taille.

Pour la modélisation du creusement et de la construction du tube Sud de tunnel de Las Planas, les phases suivantes de calcul ont été retenues : détermination de l'état de contraintes initiales du terrain (phase 1), excavation de la section supérieure et de la section inférieure (phase 2 et phase 4), et la mise en place du revêtement en béton (phase 3 et phase 5).

Les déplacements radiaux obtenus par le calcul numérique ont été comparés aux résultats de mesures en clef ( $\theta = 0^\circ$ ) et aux naissances de la voûte ( $\theta = 45^\circ$ ), après creusement de la demi-section supérieure et de la demi-section inférieure.

#### 8.2 Phases d'excavation du tunnel Sud de Las Planas

En ce qui concerne la modélisation du creusement du tunnel, nous avons cherché à retrouver les valeurs des déplacements mesurés par les extensomètres installés sur le profil de mesure du PM 228,1.

Compte tenu du phasage des travaux décrit au chapitre 5, nous avons considéré les étapes suivantes de modélisation dans les calculs par éléments finis :

- *Phase 1* : Initialisation des contraintes, supposées géostatiques (figure 8.1a) ;
- *Phase 2* : Excavation de la demi-section supérieure du tunnel (figure 8.1b) ;

- *Phase 3* : Mise en place du revêtement en béton en demi-section supérieure (figure 8.1c) ;
- *Phase 4* : Excavation de la demi-section inférieure du tunnel (figure 8.1d) ;
- *Phase 5* : Mise en place du revêtement en béton en demi-section inférieure (figure 8.1e).

On trouvera à l'annexe E des détails sur la préparation du calcul numérique, les jeux des données et les maillages utilisés pour prendre en compte les phases d'excavation et de mise en place du revêtement en béton. Le maillage choisi pour les calculs numériques comprend 5 groupes d'éléments dont 2 groupes pour le revêtement et 3 groupes pour le massif. Il se compose de 2029 noeuds et 710 éléments dont 179 éléments triangulaires (à 6 noeuds) et 531 éléments quadrilatères (à 8 noeuds).

La progression du front de taille a été simulée à l'aide de la méthode convergence-confinement en introduisant le taux de déconfinement  $\lambda$ , qui caractérise la décompression du terrain provoquée par la progression du front de taille à proximité de la section de mesure. Le module LAM du code CESAR-LCPC a été utilisé pour le calcul des forces fictives correspondant à la décompression progressive du terrain.

Les calculs ont été effectués pour retrouver les résultats expérimentaux, issus de trois bases de mesures extensométriques installées au PM 288,1 (figure 8.2).

Pour le choix du taux de déconfinement à prendre en compte en fonction de la distance  $z$  au front de taille  $\lambda(z)$ , on a utilisé l'expression donnée au chapitre 4.1 (Humbert & Piau, 1990) :

$$\lambda(z) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{th} \left( \frac{1}{3} - \frac{z}{D} \right) \right] \quad (8-1)$$

où  $\operatorname{th}$  représente la tangente hyperbolique et  $D$  le diamètre du tunnel. Les valeurs retenues pour le creusement de la demi-section supérieure sont récapitulées dans le tableau 8.1.

Tableau 8.1 Taux de déconfinement  $\lambda(z)$  retenu pour l'excavation de la demi-section supérieure.

$z$ (m)	$z / D$	$\lambda (z)$
1,5	0,255	$\approx 0,5$
26,9	4,575	$\approx 1,0$

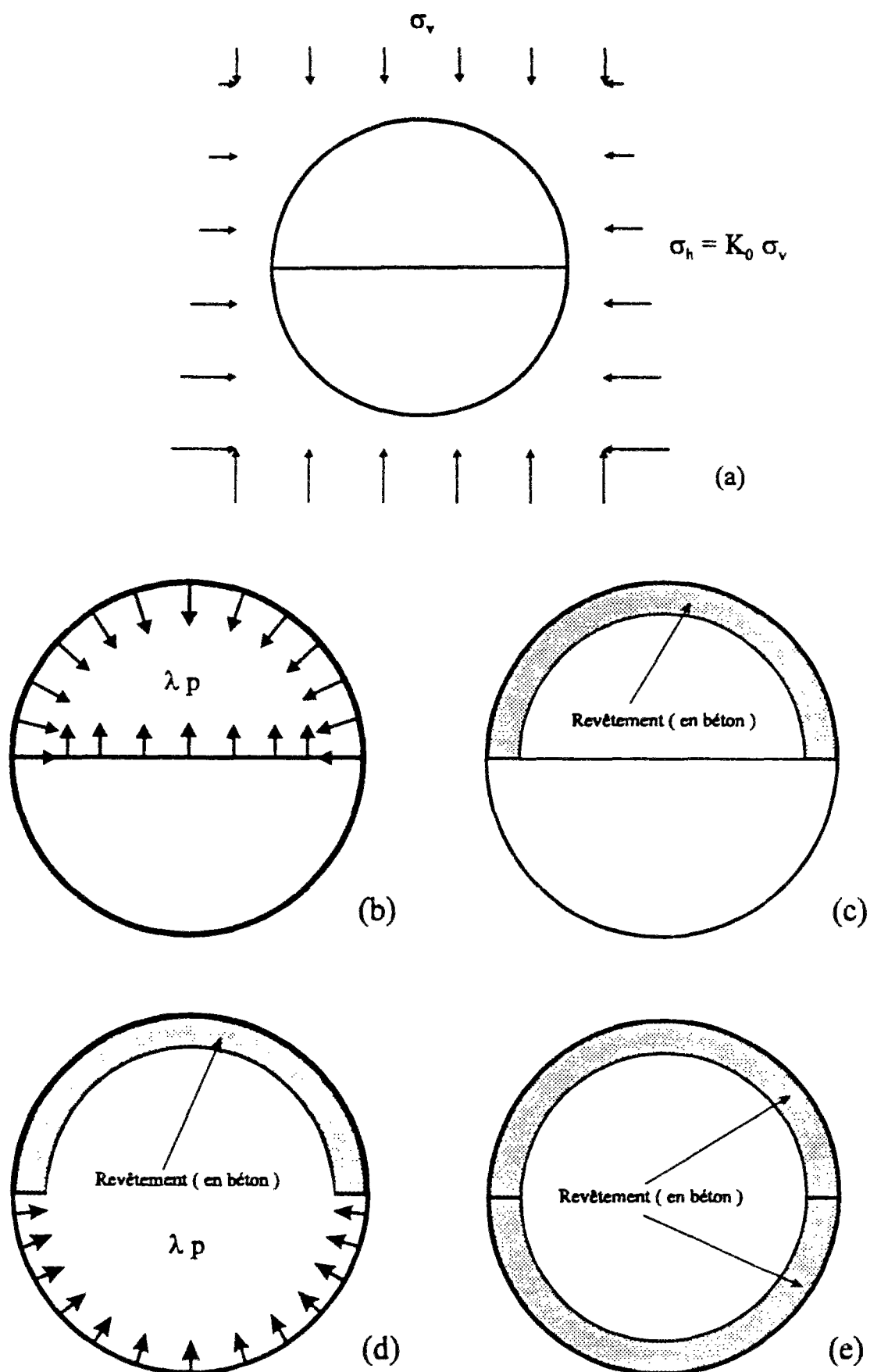
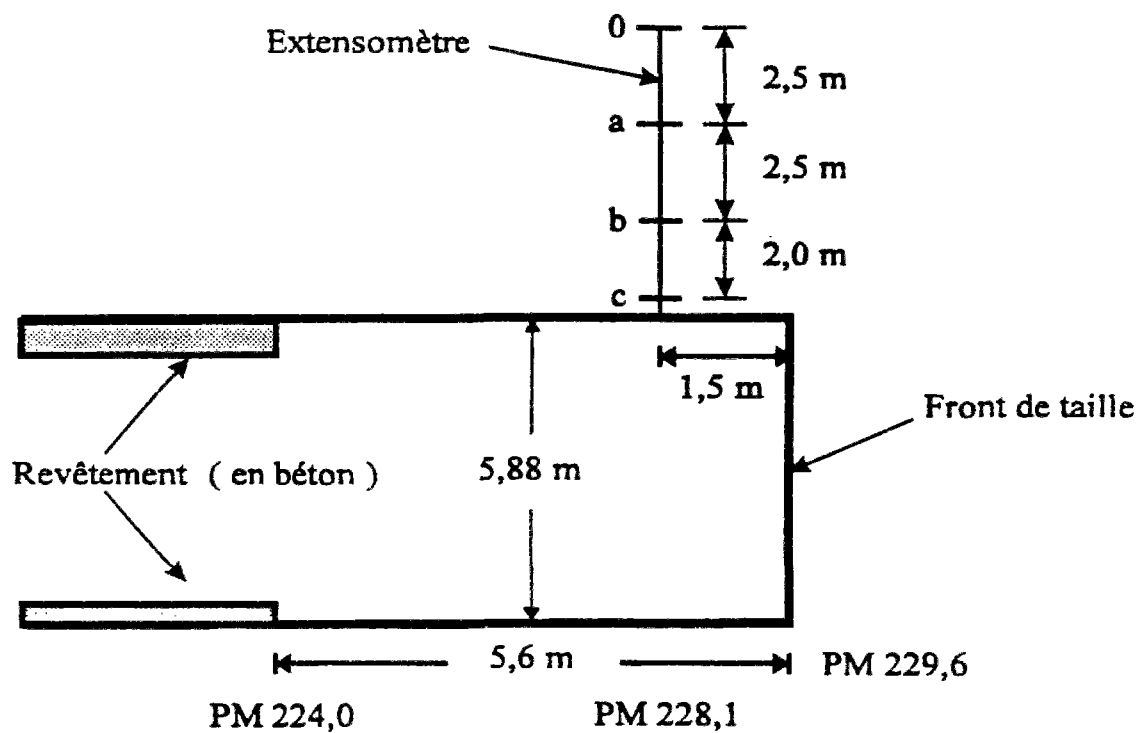
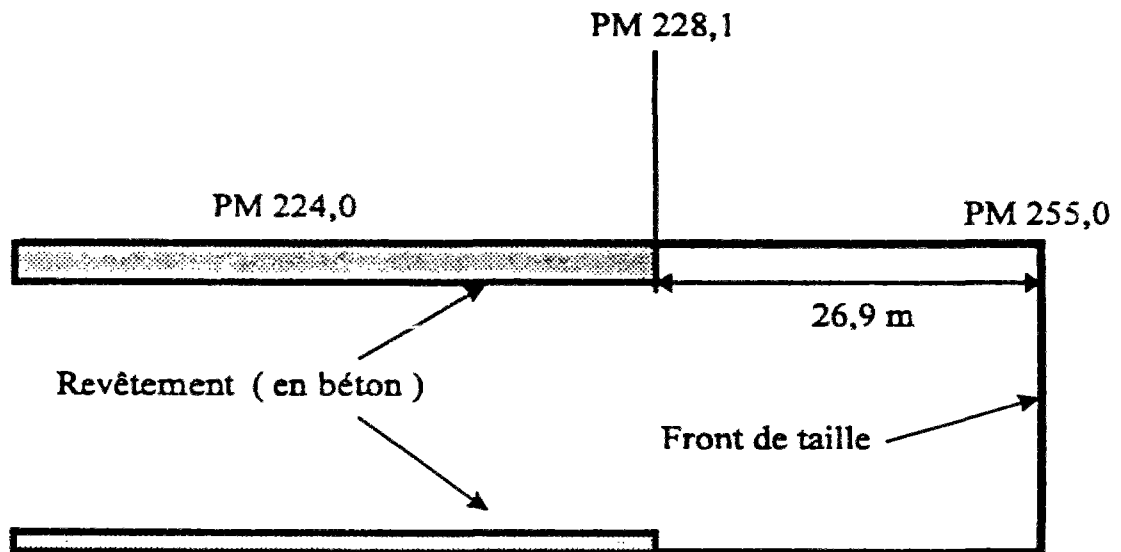


Figure 8.1 Phases de simulation du creusement du tunnel Sud de Las Planas.



(a)



(b)

Figure 8.2 Progression des travaux à proximité de la section de mesure  
(demi-section supérieure)

(a) abattage du terrain au niveau du PM 288,1

(b) installation du soutènement et progression du front de taille.

Pour la comparaison des calculs aux mesures extensométriques effectuées pendant la construction du tunnel, nous nous sommes intéressés aux mesures effectuées après l'excavation de la demi-section supérieure (29/01/82) et après l'excavation de la demi-section inférieure (14/12/82). Dans ce dernier cas, nous avons uniquement considéré le supplément de déplacement enregistré entre le 29/01/82 et 14/12/82, afin de déduire les effets de fluage de la réponse du massif encaissant. Les deux étapes correspondent respectivement à l'excavation de la demi-section supérieure et de la demi-section inférieure.

Les modèles retenus dans cette étude sont le modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970), le modèle hyperbolique modifié de Hardin et Drnevich (1972) et le modèle Cam-Clay modifié (1968), ainsi que les différentes variantes élastiques de ce modèle présentées au chapitre 2. Les paramètres retenus pour chaque modèle ont été déduits des essais triaxiaux présentés au chapitre 6. Ils sont rassemblés dans le tableau 8.2. Le comportement du béton a été simulé à l'aide d'une loi élastique linéaire en prenant les caractéristiques suivantes : module d'Young  $E_b = 20000 \text{ MPa}$  ; coefficient de Poisson  $\nu_b = 0,2$ .

En ce qui concerne l'état initial de contrainte géostatique, nous avons envisagé deux cas de figures :  $K_0 = 1,0$  (contraintes initiales isotropes) et  $K_0 = 0,5$  (contraintes initiales anisotropes).

Tableau 8.2 Paramètres utilisés pour la modélisation du creusement du tunnel.

<b>Variantes du modèle Cam-Clay modifié (1968)</b> ( $\lambda = 0,04$ , $\kappa = 0,007$ , $M = 1,18$ , $e_0 = 0,38$ et $p_{co} = 2,5 \text{ MPa}$ )	
Elasticité linéaire	$E = 390 \text{ MPa}$ et $\nu = 0,3$
Hypothèse H1	$G = 150 \text{ MPa}$
Hypothèse H2	$\nu = 0,3$
Hypothèse H3	$G_0 = 150 \text{ MPa}$
Hypothèse H4	$G_n = 150 \text{ MPa}$ , $C = 0,3942$ et $p_{co} = 2,5 \text{ MPa}$
Hypothèse H5	$G_h = 333$ , $n = 0,4263$ et $p_a = 0,1014 \text{ MPa}$
<b>Modèles hyperboliques</b>	
Duncan et Chang (1970)	$K_h = 2000$ , $n = 0,2$ , $K_h = 2000$ , $m = 0,2$ $c = 0,6 \text{ MPa}$ , $\phi = 25^\circ$ et $R_f = 0,7$
Modèle modifié de Hardin et Drnevich (1972)	$K_h = 2000$ , $m = 0,2$ $\tau_{\max} = 2 \text{ MPa}$ , $G_{\max} = 150 \text{ MPa}$ , $s = 1,0$

### 8.3 Comparaison entre résultats expérimentaux et numériques pour le creusement de la demi-section supérieure

Pour la modélisation du creusement de la demi-section supérieure, les comparaisons des résultats expérimentaux et numériques sont décrites ci-dessous ; elles concernent les mesures effectuées en clef ( $\theta = 0^\circ$ ) et aux naissances de la voûte ( $\theta = 45^\circ$ ) :

- *En clef ( $\theta = 0^\circ$ ) :*

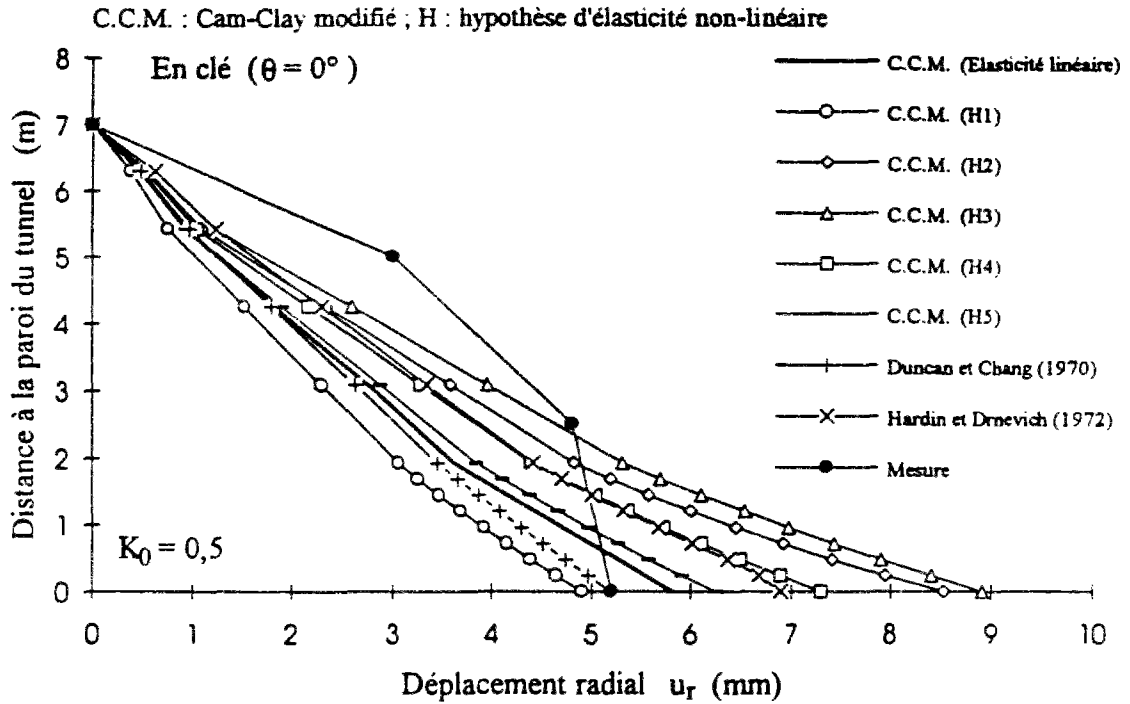
Les résultats correspondant à cette phase de calcul sont représentés sur la figure 8.3. On constate que les déplacements radiaux donnés par les différentes variantes du modèle Cam-Clay modifié pour  $K_0 = 1,0$  (figure 8.3b) sont généralement moins élevés et plus proche des résultats des mesures obtenus sur le bord du tunnel que pour  $K_0 = 0,5$  (figures 8.3a).

Pour ce qui est du modèle Cam-Clay modifié, on constate que les variantes H1 et H3 fournissant un encadrement des résultats donnés par les autres variantes (la limite inférieure étant donnée par H1 et la limite supérieure par H3).

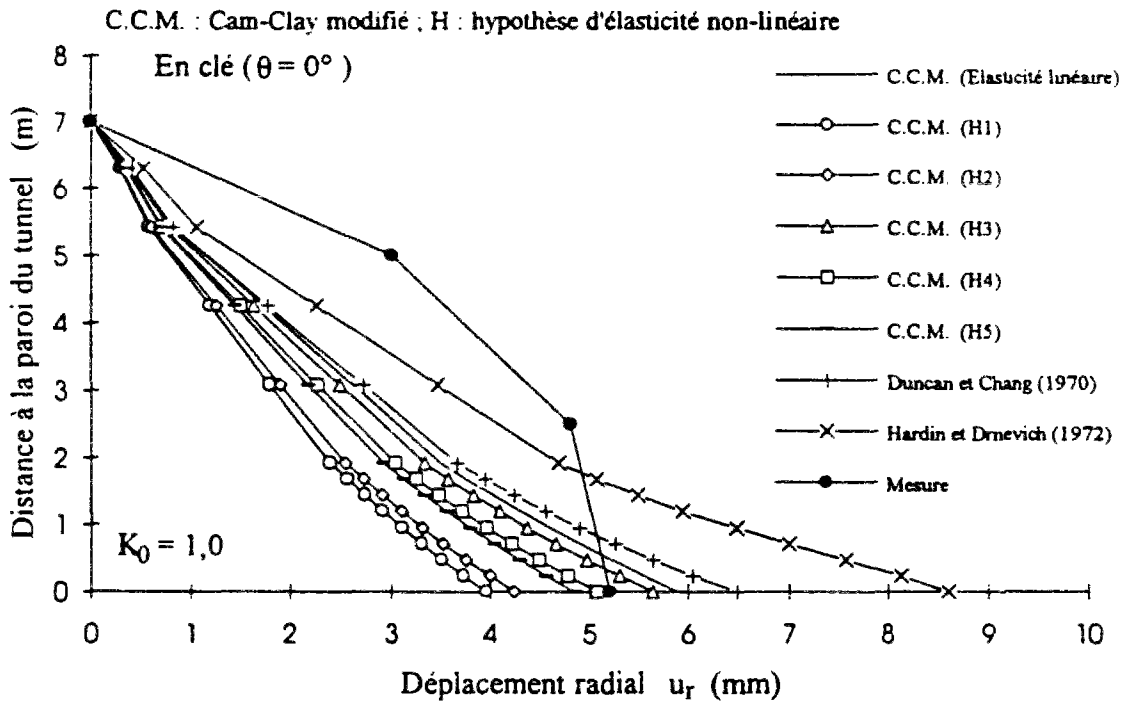
On peut remarquer la variante H2, conduit à des résultats analogues à H3 pour  $K_0 = 0,5$  et proches de H1 pour  $K_0 = 1,0$ . Cette variante est considérablement influencée par le choix du coefficient  $K_0$ . Par ailleurs, la variante H4 donne systématiquement des valeurs du déplacement radial supérieures à celles de H5, quel que soit la valeur  $K_0$ .

En ce qui concerne les modèles hyperboliques, la figure 8.3b montre que pour  $K_0 = 1,0$ , le déplacement radial donné par ces modèles est supérieur à celui obtenu à partir des variantes du modèle Cam-Clay modifié. Pour  $K_0 = 0,5$ , le modèle de Duncan et Chang (1970) conduit à des résultats proches de ceux donnés par les mesures expérimentales.

D'une manière générale, on peut remarquer qu'il est difficile de retrouver les résultats expérimentaux à partir des différents modèles utilisés. L'analyse de la courbe expérimentale montre que le déplacement se propage probablement au-delà de l'extrémité de l'extensomètre et qu'un déplacement en bloc analogue à une rupture se produit au niveau de la paroi. Ces deux effets pourraient expliquer les difficultés de retrouver les résultats expérimentaux à partir des modèles de milieux continus, mis en oeuvre dans cette étude.



(a)



(b)

Figure 8.3 Comparaison entre résultats expérimentaux et numériques obtenus en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) après le creusement de la demi-section supérieure (a)  $K_0 = 0,5$  (b)  $K_0 = 1,0$ .



- *Aux naissances de la voûte ( $\theta = 45^\circ$ ) :*

Les résultats sont représentés sur la figure 8.4. On constate que les variantes du modèle Cam-Clay modifié (1968) donnent une représentation satisfaisante des mesures expérimentales, les meilleurs résultats étant donnés avec les hypothèses hyperélastiques H4 et H5 et pour le cas où  $K_0 = 1,0$ .

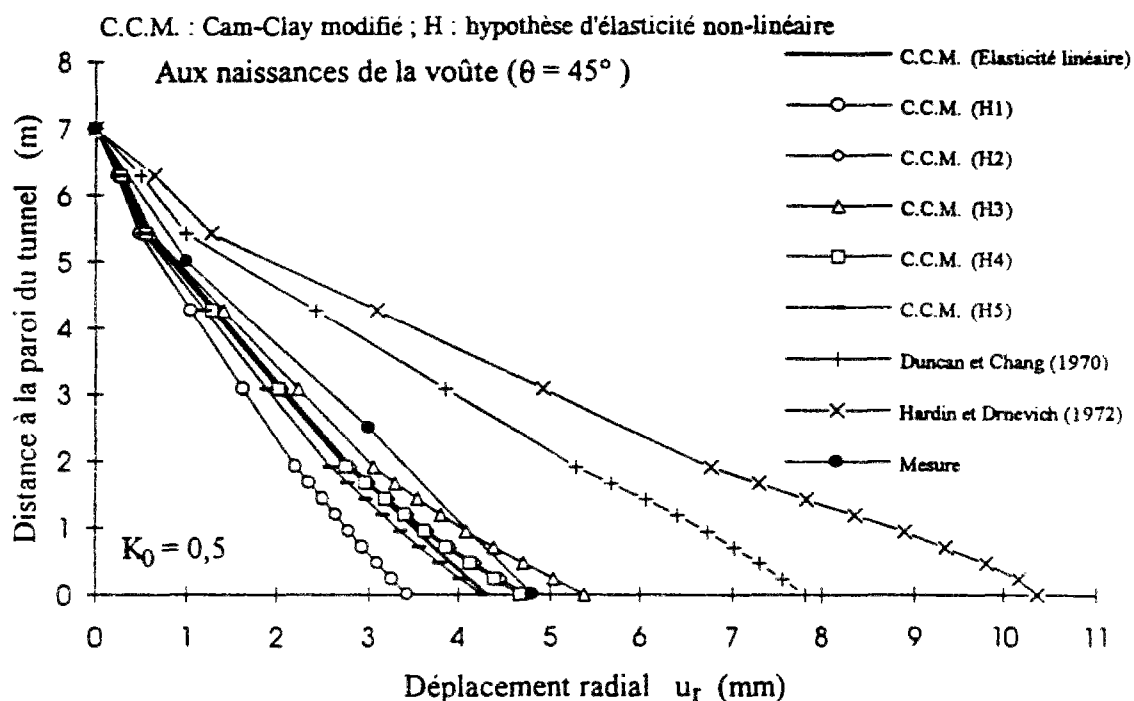
Quant aux hypothèses H1 et H3, elles fournissent, comme pour  $\theta = 0^\circ$ , un encadrement des résultats donnés par les autres hypothèses (la limite inférieure étant donnée par H1 et la limite supérieure par H3. Par ailleurs, les calculs de H2 sont notamment variés comme ceux en clef ( $\theta = 0^\circ$ ).

En revanche, les modèles hyperboliques, tendent à surestimer les valeurs du déplacement radial par rapport aux mesures expérimentales (figure 8.4).

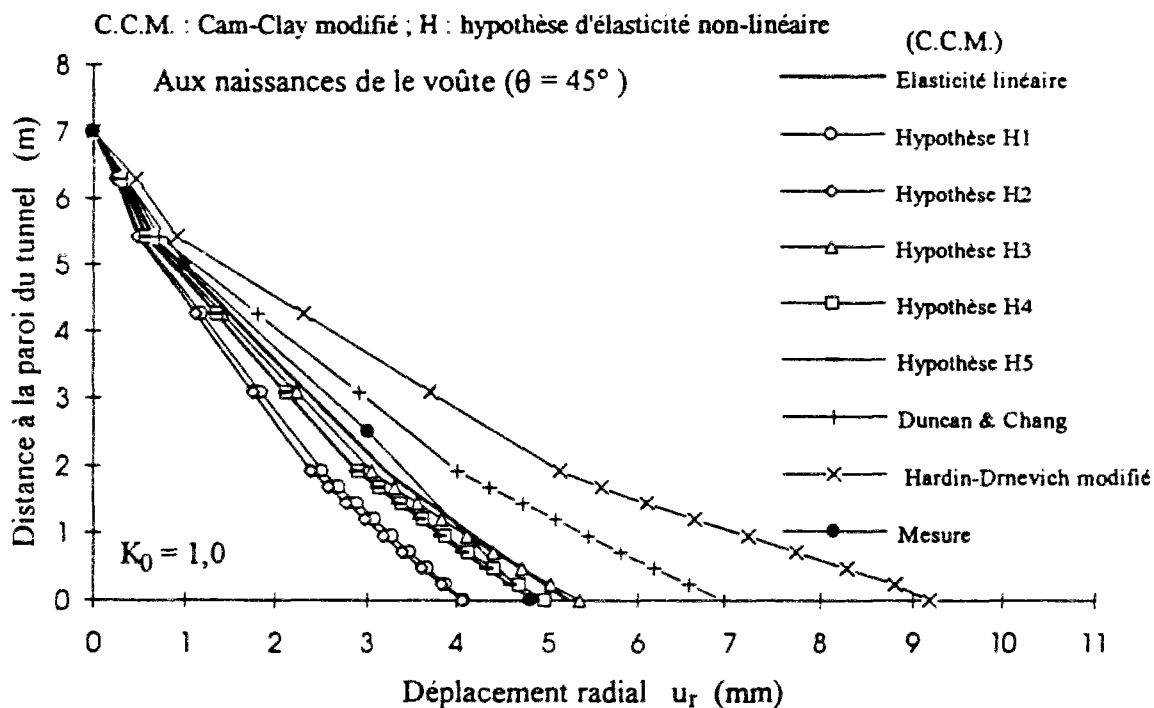
Les calculs effectués pour  $K_0 = 0,5$  et  $K_0 = 1,0$  permettent également de représenter les chemins de contrainte suivis dans le massif à proximité de la paroi du tunnel. Les résultats obtenus à partir du modèle Cam-Clay modifié sont illustrés sur la figure 8.5. On constate que la prise en compte d'un état de contrainte géostatique conduit à modifier l'allure des chemins de contrainte par rapport aux résultats du chapitre 5 dans le cas  $K_0 = 0,5$  notamment pour  $\theta = 45^\circ$  et  $\theta = 90^\circ$ .

Un exemple de résultats de calculs effectués pour la modélisation du creusement du tunnel de Las Planas est donné dans l'annexe D. Selon ces résultats obtenus dans le cas de contraintes initiales anisotropes, on constate qu'il manifeste notamment une zone en compression ou une zone de la déformation plastique en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ). En revanche, les résultats de déplacements en clef ( $\theta = 0^\circ$ ) et aux naissances de la voûte ( $\theta = 45^\circ$ ) montrent en fait des zones en extension.

Par conséquent, Il faut noter que les allures de la distribution entre mesures expérimentales et résultats numériques se ressemblent aux naissances de la voûte ( $\theta = 45^\circ$ ). En revanche, la mesure expérimentale en clef ( $\theta = 0^\circ$ ) ne donne pas qualitativement des allures classiques, hyperboliques que ceux obtenus par les calculs numériques.

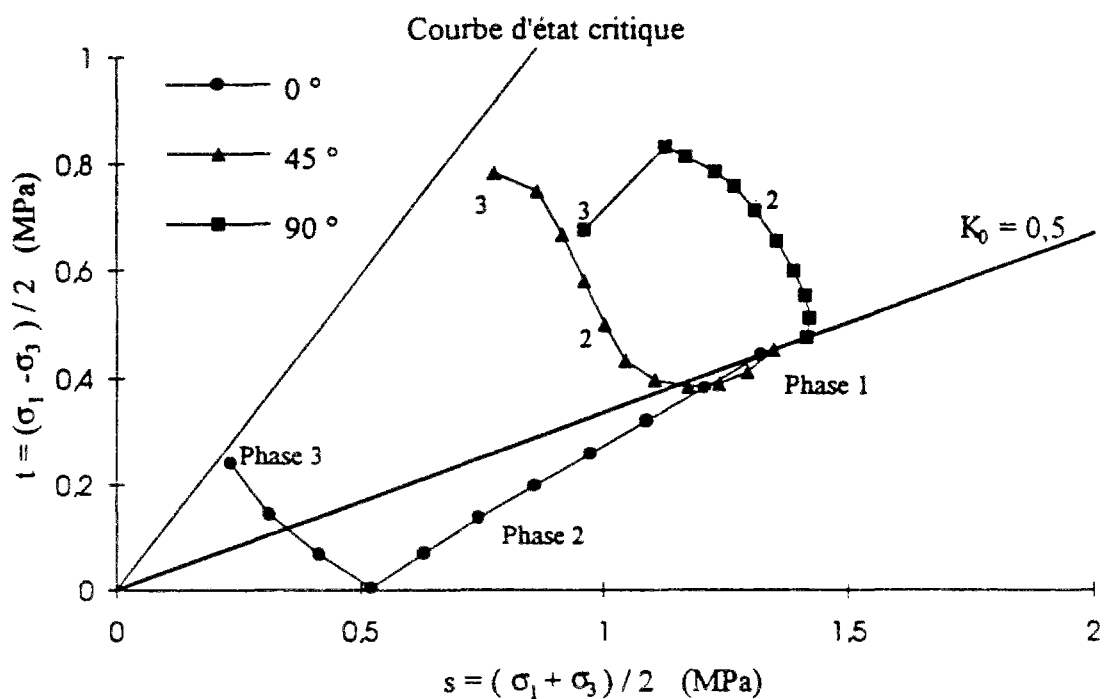


(a)

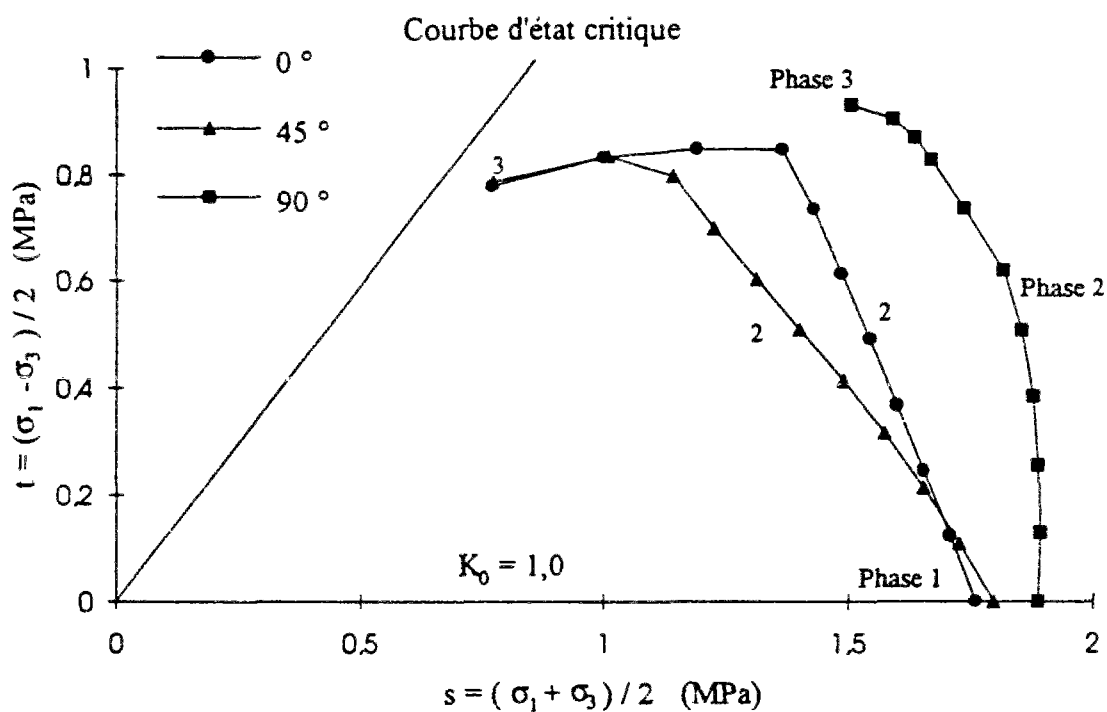


(b)

Figure 8.4 Comparaison entre résultats expérimentaux et numériques obtenus aux naissances de la voûte ( $\theta = 45^\circ$ ) après le creusement de la demi-section supérieure  
(a)  $K_0 = 0,5$  (b)  $K_0 = 1,0$ .



(a)



(b)

Figure 8.5 Chemins de contrainte obtenus pour la simulation du creusement de la demi-section supérieure à l'aide du modèle Cam-Clay modifié (1968)  
(a)  $K_0 = 0.5$  (b)  $K_0 = 1.0$ .

## 8.4 Comparaison entre résultats expérimentaux et numériques pour le creusement de la demi-section inférieure

En ce qui concerne la modélisation du creusement de la demi-section inférieure, cette phase (phase 4) d'excavation, constitué la deuxième étape de chargement, a été réalisée par la suite de la phase 3 du revêtement en béton en demi-section supérieure. Dans ce cas, les déplacements radiaux sont en réalité essentiellement provoqués par l'excavation de la demi-section inférieure ; les phases d'installation du revêtement ne produisent pas de chargement. Les résultats correspondant à cette phase de calcul sont décrits ci-dessous.

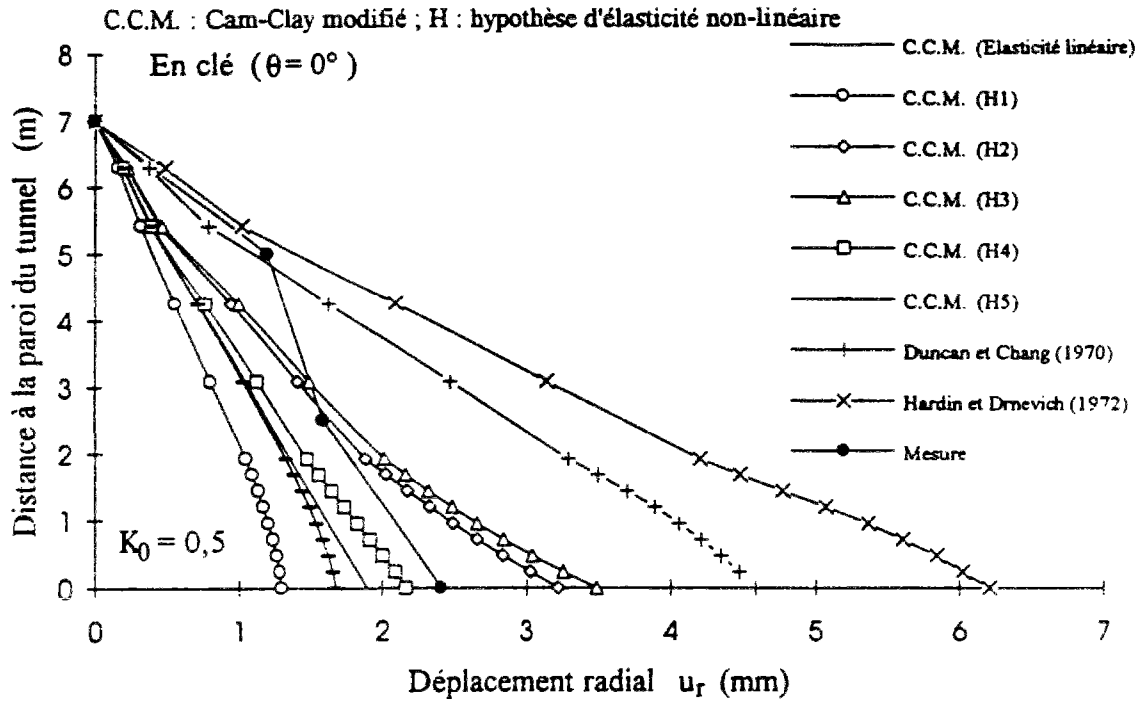
Les figures 8.6 et 8.7 montrent que les différentes variantes du modèle Cam-Clay modifié conduisent généralement à des valeurs des déplacements radiaux plus faibles que celles observées, tant en clef ( $\theta = 0^\circ$ ) qu'aux naissances de la voûte ( $\theta = 45^\circ$ ). Les résultats des calculs sont toutefois proches des valeurs expérimentales, notamment dans le cas de la variante H4. Comme pour le calcul de la demi-section supérieure, on constate que les résultats des variantes du modèle Cam-Clay modifié sont encadrées par ceux des hypothèses H1 et H3.

Les résultats donnés par le modèle hyperbolique de Hardin et Drnevich (1972) sont systématiquement supérieurs à ceux obtenus à l'aide du modèle de Duncan et Chang (1970). Ces deux modèles tendent à surestimer les déplacements. Toutefois, le modèle Duncan et Chang (1970) conduit à des résultats satisfaisants dans le cas où  $K_0 = 1,0$  (figure 8.6 et 8.7).

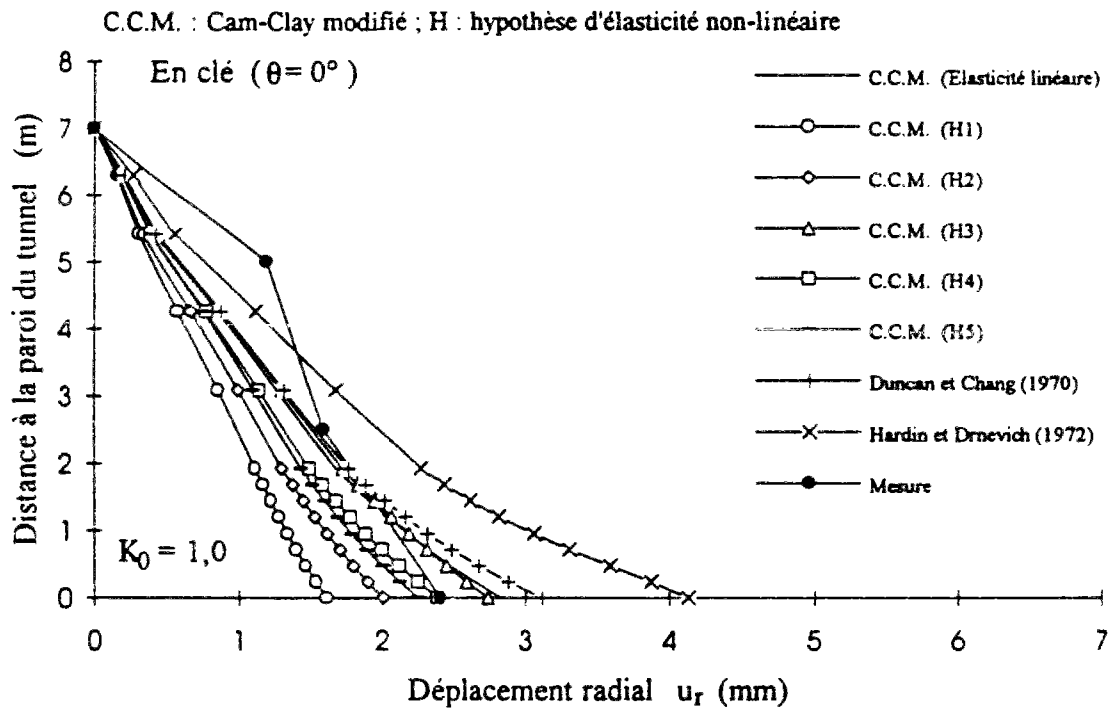
Les chemins de contrainte autour du tunnel, obtenus au cours de la simulation des différentes étapes de la construction de l'ouvrage (figure 8.8), mettent en évidence les modifications de contraintes apportées par les différentes phases des travaux : phase 1 (état initial de contrainte), phase 2 (excavation de la demi-section supérieure), phase 3 (revêtement du béton), phase 4 (excavation de la demi-section inférieure) et phase 5 (revêtement du béton).

On remarque que l'installation du revêtement tend à empêcher la rupture pour  $\theta = 0^\circ$  et  $45^\circ$ , en bloquant la contrainte déviatorique, alors que la contrainte moyenne augmente à mesure que l'on excave la demi-section inférieure. En revanche, en piédroits ( $\theta = 90^\circ$ ), on observe une diminution des contraintes moyenne et déviatorique jusqu'à la rupture (figure 8.8).

Un exemple de résultats de calculs effectués par le modèle Cam-Clay avec élasticité non-linéaire (hypothèse H4) pour la modélisation du creusement du tunnel de Las Planas est donné dans l'annexe E.

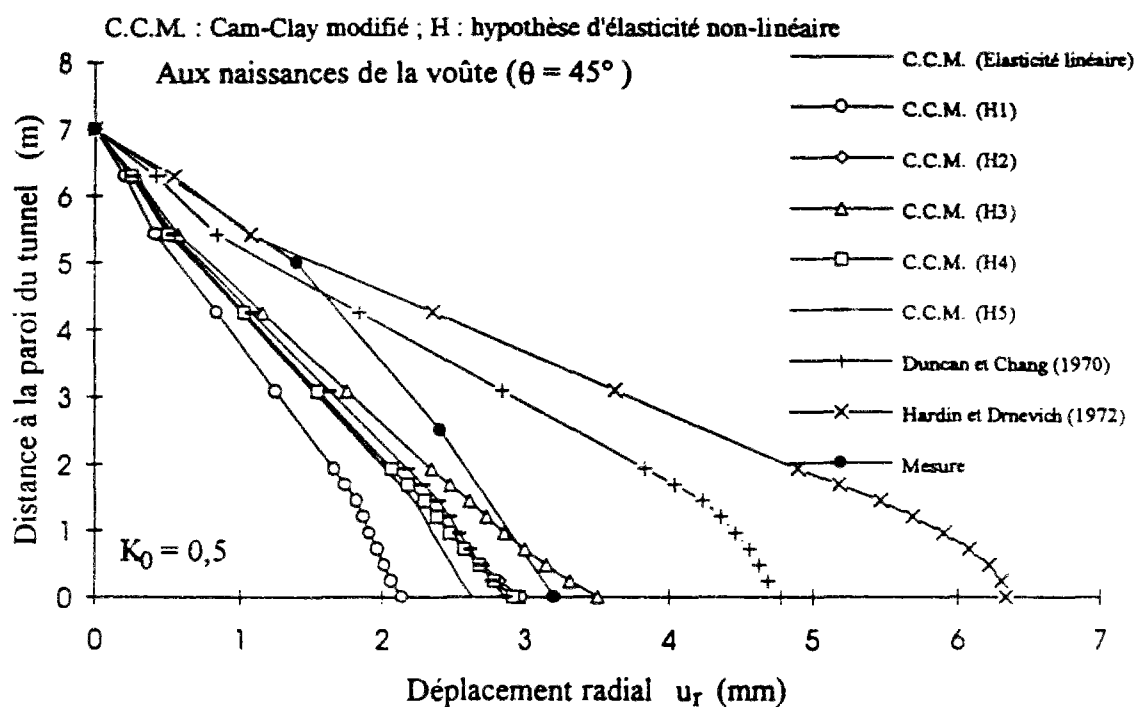


(a)

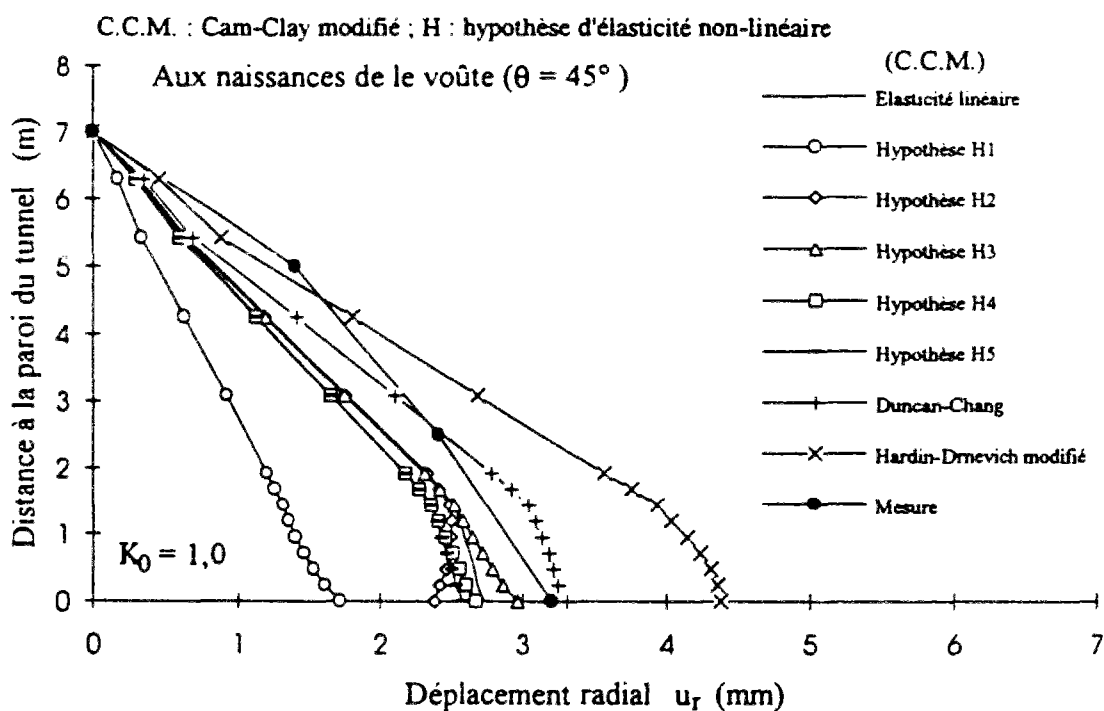


(b)

Figure 8.6 Comparaison entre résultats expérimentaux et numériques obtenus en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) après le creusement de la demi-section inférieure (a)  $K_0 = 0,5$  (b)  $K_0 = 1,0$ .



(a)



(b)

Figure 8.7 Comparaison entre résultats expérimentaux et numériques obtenus aux naissances de la voûte ( $\theta = 45^\circ$ ) après le creusement de la demi-section inférieure  
(a)  $K_0 = 0,5$  (b)  $K_0 = 1,0$ .

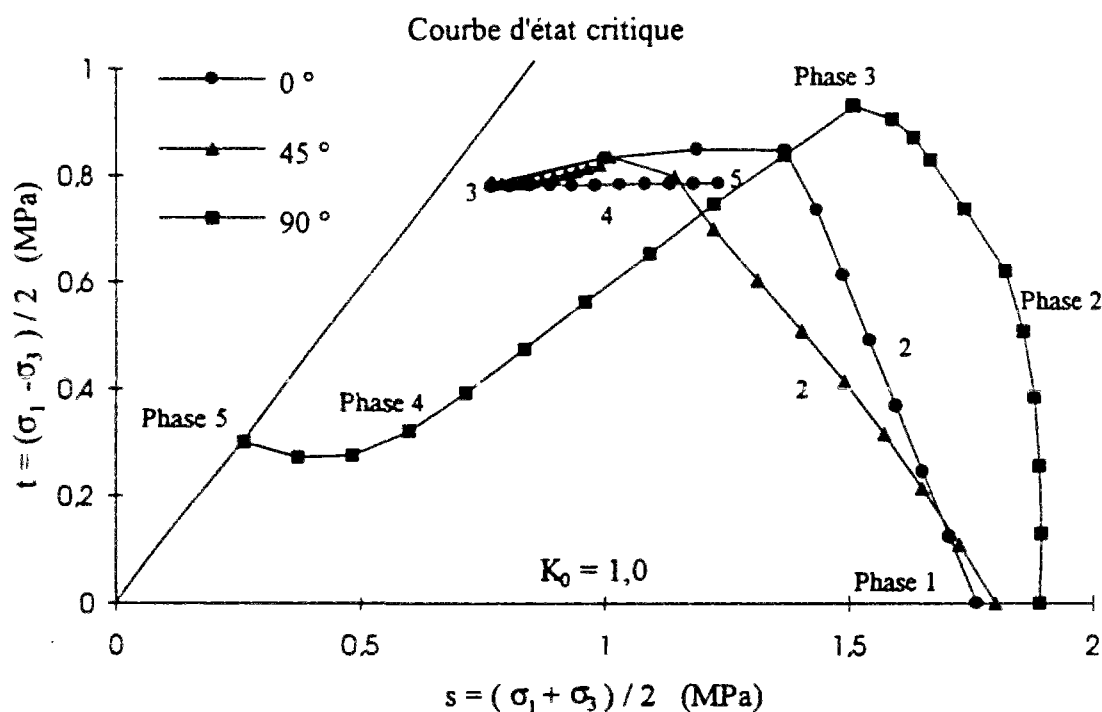
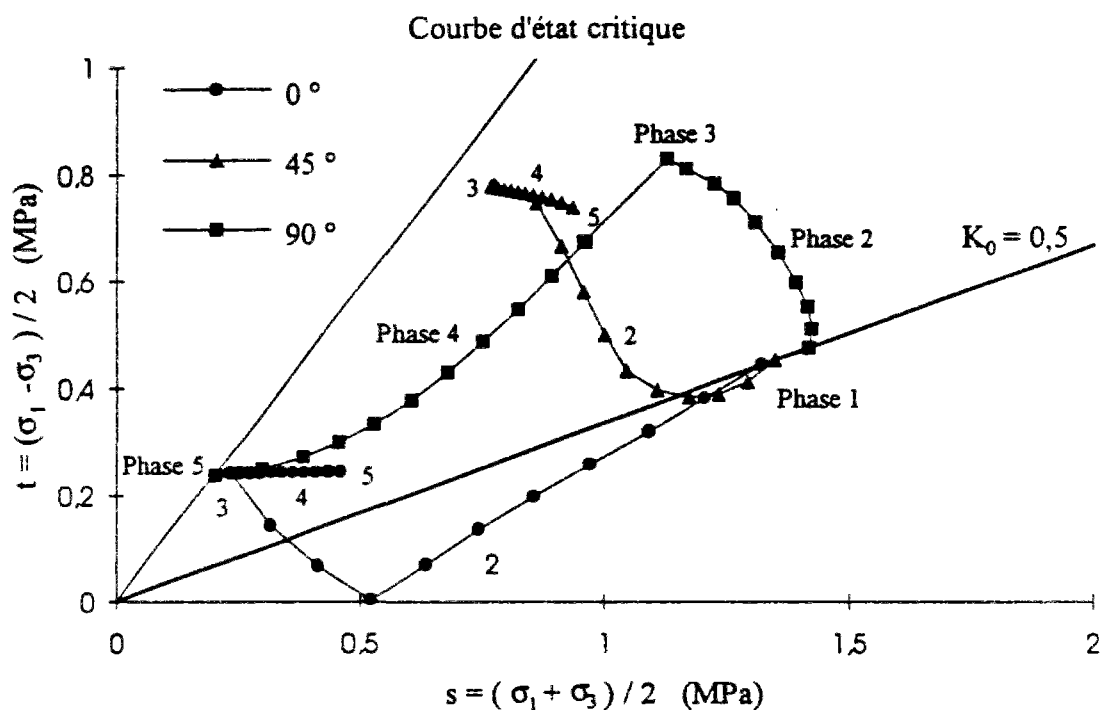


Figure 8.8 Chemins de contrainte obtenus pour la simulation du creusement de la demi-section inférieure et inférieure à l'aide du modèle Cam-Clay modifié (1968) (a)  $K_0 = 0,5$  (b)  $K_0 = 1,0$ .

## 8.5 Conclusions

Pour la modélisation du creusement du tube Sud de tunnel de Las Planas, les calculs ont été effectués en utilisant la méthode convergence-confinement (module LAM) et les lois de comportement non-linéaires (module MCNL), qui ont été introduites dans le code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC. Les phases suivantes de calcul ont été retenues : détermination de l'état de contraintes initiales du terrain (phase 1), excavation de la demi-section supérieure et de la demi-section inférieure (phase 2 et phase 4), et mise en place du revêtement en béton (phase 3 et phase 5).

Les déplacements radiaux obtenus à l'aide des variantes d'élasticité non-linéaire du modèle Cam-Clay modifié (1968) et des modèles hyperboliques (Duncan et Chang, 1970 ; Hardin et Drnevich, 1972) ont été comparés aux résultats expérimentaux de mesures extensométriques en clef ( $\theta = 0^\circ$ ) et aux naissances de la voûte ( $\theta = 45^\circ$ ), après creusement de la demi-section supérieure et de la demi-section inférieure. Ces comparaisons conduisent aux conclusions suivantes :

- les variantes du modèle Cam-Clay modifié H1 et H3 fournissant un encadrement des résultats donnés par les autres hypothèses (la limite inférieure étant donnée par H1 et la limite supérieure par H3) ;
- la variante H2, conduit à des résultats analogues à H3 pour  $K_0 = 0,5$  et proches de H1 pour  $K_0 = 1,0$ . Cette variante est en effet influencée par la valeur du coefficient de pression des terres au repos  $K_0$  ;
- les variantes H4 et H5 du modèle Cam-Clay modifié conduit aux résultats les plus proches des mesures expérimentales ; la variante H4 donne systématiquement des valeurs du déplacement radial supérieures à celles de H5, quelle que soit la valeur  $K_0$  ;
- les modèles hyperboliques (Duncan et Chang, 1970 ; Hardin et Drnevich, 1972) produisent systématiquement des déplacements radiaux plus fortes que les variantes du modèle Cam-Clay modifié ;
- les chemins de contrainte autour du tunnel, obtenus pour la simulation de la construction de l'ouvrage, mettent en évidence les modifications de contraintes apportées par les différentes phases des travaux ; en particulier, l'installation du revêtement tend à empêcher la rupture en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) et en  $\theta = 45^\circ$  en bloquant la contrainte déviatorique constante, mais ne permet pas d'éviter la mise en rupture du massif en piedroit ( $\theta = 90^\circ$ ).





## **CONCLUSIONS GENERALES**



Dans cette étude, nous avons cherché à étudier l'influence de la non-linéarité de la loi de comportement du terrain sur le calcul du creusement des tunnels. Nous avons considéré différents modèles utilisés en mécanique des sols et des roches : élasticité non-linéaire (modèle de Duncan et Chang, 1970 ; modèle modifié de Hardin et Drnevich, 1972), élastoplasticité parfaite (critère de Mohr-Coulomb) et élastoplasticité avec écrouissage (modèle Cam-Clay modifié, 1968). Dans ce dernier cas, plusieurs variantes de représentation de la phase élastique ont été considérées.

En particulier, plusieurs hypothèses ont été proposées pour tenir compte de la non-linéarité en cisaillement de la phase élastique :

- Hypothèse H1 :  $K = \frac{1+e_0}{\kappa} p$  et  $G = \text{Constante}$  ;
- Hypothèse H2 :  $K = \frac{1+e_0}{\kappa} p$  et  $G = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} K$  avec  $\nu = \text{Constante}$  ;
- Hypothèse H3 :  $K = \frac{1+e_0}{\kappa} p$  et  $G = \frac{G_0}{p_0} p$  ;
- Hypothèse H4 :  $K = \frac{1+e_0}{\kappa} p$  et  $G = G_n \left( \frac{p}{p_{co}} \right) \left[ 1 + C \cdot \ln \left( \frac{p_{co}}{p} \right) \right]$  ;
- Hypothèse H5 :  $K = \frac{1+e_0}{\kappa} p$  et  $G = G_h p_a \left( \frac{p}{p_a} \right)^n$ .

Les trois dernières hypothèses, de type hyperélastique, ont été établies à partir d'une fonction énergie complémentaire  $\Omega(\sigma_{ij})$  et obéissent aux principes de la thermodynamique.

Ces modèles ont été implantés dans le logiciel LOIS-LCPC, qui permet d'étudier la réponse des lois de comportements à des sollicitations de type essai triaxial, puis dans le code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC.

Différents calculs ont été effectués, dans le but d'étudier la réponse du massif encaissant dans le cas d'un tunnel circulaire creusé dans un massif homogène. Les modèles développés ont été également appliqués à l'analyse du creusement d'un ouvrage particulier : le tube sud du tunnel de Las Planas.

Les conclusions suivantes peuvent être tirées de cette étude :

❑ **Etude des lois de comportement élastiques non-linéaires :**

- les modèles élastiques non-linéaires considérés peuvent se mettre sous la forme incrémentale suivante, dans le cas de l'essai triaxial :

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^e \\ d\varepsilon_d^e \end{Bmatrix} = \frac{1}{3G(p,q)} \begin{bmatrix} \frac{3G(p,q)}{\alpha_e p} + \left( \frac{\beta_p q}{G(p,q)} \right)^2 & - \left( \frac{\beta_p q}{G(p,q)} \right) \left( 1 - \frac{\beta_q q}{G(p,q)} \right) \\ - \left( \frac{\beta_p q}{G(p,q)} \right) & \left( 1 - \frac{\beta_q q}{G(p,q)} \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} \quad (2-14)$$

- ces expressions font apparaître un terme de dilatation, lorsque le paramètre  $\beta_p > 0$ , par exemple, une augmentation de la contrainte moyenne  $p$  ou de la contrainte déviatorique  $q$  engendrent, respectivement, une diminution de la déformation déviatorique élastique  $\varepsilon_d^e$  ou de la déformation volumique élastique  $\varepsilon_v^e$ .

❑ **Modélisation du creusement d'une galerie à section circulaire :**

- les distributions de contraintes autour d'une galerie circulaire, obtenues avec un modèle élastique non-linéaire défini par l'une des hypothèses H1, H2, H3, H4 et H5 sont indépendantes de la loi d'élasticité choisie et égales aux distributions élastiques linéaires, ce résultat est valable pour un état de contraintes initiales isotropes ( $K_0 = 1,0$ ) ou anisotrope ( $K_0 = 0,5$ ). Il n'en est pas de même des modèles hyperboliques (Duncan et Chang, 1970 ; Hardin et Drnevich, 1972) qui conduisent à des valeurs des contraintes plus faibles à proximité du bord de la galerie ;
- dans le cas où  $K_0 = 0,5$ , les distributions de contraintes tangentielles  $\sigma_\theta$  obtenues en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) en élasticité linéaire ou non-linéaire présentent un pic à l'intérieur du massif, analogue à celui obtenu à partir de calculs élastoplastique en milieu isotrope ( $K_0 = 1,0$ ) ;
- les distributions de contraintes et de déplacements radiaux obtenues en  $\theta = 45^\circ$  pour  $K_0 = 0,5$  sont équivalentes à celles du cas isotrope ;
- dans le cas d'un comportement élastoplastique parfait avec critère de Mohr-Coulomb,  $c$  et  $\phi$  influencent les valeurs du pic de contrainte tangentielle  $\sigma_\theta$ , ainsi que l'étendue de la zone plastique ; la cohésion  $c$  a une influence prépondérante sur la valeur de la contrainte tangentielle sur le bord de la galerie, l'angle de frottement

$\phi$  intervenant peu dans la valeur de  $\sigma_\theta$  ; en revanche, pour un comportement de type Cam-Clay, la valeur de  $M$  (qui ne dépend que de  $\phi$ ) influence elle aussi la valeur de  $\sigma_\theta$  sur le bord de la galerie ;

- pour un comportement du terrain défini par le modèle Cam-Clay modifié, la valeur de  $p_{co}$  a une influence considérable sur les distributions de contraintes obtenues : en particulier, pour les états fortement surconsolidés, toute augmentation de  $p_{co}$  se traduit par une augmentation de la valeur maximale (pic de contrainte) de  $\sigma_\theta$  , ainsi que par une augmentation très nette de la valeur de  $\sigma_\theta$  sur le bord de la galerie ;
- en élasticité linéaire, une augmentation du coefficient de Poisson  $\nu$  provoque une augmentation du déplacement radial pour  $\theta = 45^\circ$  et en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ), mais n'a pas d'influence en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) ; en revanche, un accroissement du coefficient de Poisson  $\nu$  dans le cas d'un comportement défini par l'hypothèse H2 tend à augmenter le déplacement radial aussi bien en clé qu'en piédroit ;
- pour les modèles hyperélastiques H3, H4 et H5, les valeurs de  $\kappa$  et  $e_0$  (i. e. le module volumique  $K$ ) n'influencent pas les distributions de déplacement radial  $u_r$  pour  $K_0 = 1,0$  , car on a alors  $p = \text{Constante}$  ( ce qui entraîne que  $K$  n'intervient pas) ; il en est de même pour  $K_0 = 0,5$  en  $\theta = 45^\circ$ , dans ce dernier cas ( $K_0 = 0,5$ ), l'influence de  $\kappa$  et  $e_0$  est faible pour  $\theta = 0^\circ$ , mais significative pour  $\theta = 90^\circ$  ; en particulier, on peut constater l'apparition d'une zone en compression à l'intérieur du massif ;
- pour le modèle de Duncan et Chang (1970), la valeur du coefficient de Poisson tangent  $\nu_t$  (en fait le module volumique tangent  $K_t$ ) n'a pas d'influence sur la distribution de  $u_r$  en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) ; les autres paramètres affectent les distributions de déplacements calculées, à l'exception de l'angle de frottement  $\phi$  qui provoque peu de variation de  $u_r$  quand sa valeur augmente entre  $20^\circ$  et  $30^\circ$  ;
- pour le modèle modifié de Hardin et Drnevich (1972), l'influence de  $K_t$  est plus faible que dans le cas du modèle de Duncan et Chang (1970) (bien que ce paramètre soit défini par la même expression) ; en revanche, le module de cisaillement tangent  $G_t$  a une influence très marquée sur les distributions de  $u_r$  ; aucun des deux modèles hyperboliques ne prédit de zone en compression en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ), analogue à celle obtenue dans le cas des hypothèses H1 à H5 ;
- dans le cas du modèle élastoplastique avec critère de Mohr-Coulomb, la réponse en déplacement est affectée par la valeur de  $\theta$  ( $u_r = 0$  étant obtenu pour  $r = 2,5 R$  en piédroit et asymptotiquement ailleurs) ; de plus, l'angle de dilatance  $\psi$  influence

considérablement le résultat, le déplacement  $u_r$  sur le bord étant d'autant plus élevé qu'on s'approche de l'état de plasticité parfaite  $\psi = \phi$  ;

- dans le cas du modèle Cam-Clay modifié, la réponse en déplacement n'est pas influencée par la valeur de  $\lambda$  ; une augmentation de  $M$  et/ou de  $p_{co}$  se traduit par une diminution de  $u_r$  ; par ailleurs, il apparaît, comme dans le cas des hypothèses H1, H2, H3, H4 et H5, une zone en compression en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ), d'autant plus étendue que  $M$  et  $p_{co}$  sont faibles ;
- les chemins de contraintes sont fortement influencés par les valeurs de  $K_0$  et des paramètres de résistance du terrain ; dans le cas élastoplastique et pour  $K_0 = 0,5$  , on constate que la rupture se produit en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ), puis en  $\theta = 45^\circ$  et enfin en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) ; dans cette dernière direction, le creusement s'accompagne d'une inversion des directions des contraintes principales ; dans le cas élastique et pour  $K_0 = 1,0$  , les modèles H1, H2, H3, H4 et H5, conduisent, comme la loi de Hooke, à un chemin de contrainte identique à celui de l'essai de cisaillement simple : par conséquent, le module  $K$  n'intervient pas ; il n'en est pas de même des modèles hyperboliques ; pour  $K_0 = 0,5$  , la réponse du massif peut également être influencée par la valeur de  $K$ , dans le cas des hypothèses H1, H2, H3, H4 et H5, à condition que  $\theta \neq 45^\circ$ .

□ *Simulation du comportement non-linéaire observé de la marne de Las Planas :*

L'application des modèles retenus à la simulation du comportement non-linéaire observé sur des échantillons de marne prélevés sur le site de Las Planas permet de conclure que :

- la prise en compte de la non-linéarité de la phase élastique du modèle Cam-Clay modifié est nécessaire pour aboutir à une simulation satisfaisante des cycles de chargement-déchargement dans des essais de consolidation isotrope ;
- les simulations effectuées avec le modèle Cam-Clay modifié en élasticité linéaire surestiment systématiquement les déformations volumiques ;
- les variantes hyperélastiques du modèle Cam-Clay modifié conduisent à de meilleures simulations des résultats d'essais que les autres variantes, pour la plupart des essais de cisaillement en compression ;

- le modèle de Duncan et Chang (1970) conduit à une bonne représentation de l'ensemble des essais de cisaillement en compression ;
- les modèles étudiés conduisent à de meilleurs résultats pour les essais normalement consolidés que pour les essais surconsolidés ;
- dans cette comparaison entre prévisions des modèles et résultats d'essais, il faut, par ailleurs, tenir compte du fait que certains facteurs n'ont pu être pris en compte, notamment l'*anisotropie* de la marne ; ceci pourrait, en partie, expliquer certaines différences observées entre mesures et résultats de calcul.

□ *Modélisation du creusement du tube Sud du tunnel de Las Planas :*

Les résultats de cette étude ont également été appliqués à l'analyse du creusement du tube Sud de Las Planas, construit en deux demi-sections dans des marnes. Les résultats des calculs numériques ont été comparés aux mesures extensométriques effectuées sur une section instrumentée du tunnel de Las Planas. L'application des modèles étudiés à la modélisation de cet ouvrage permet de conclure que :

- les variantes du modèle Cam-Clay modifié définies par les hypothèses H1 et H3 fournissent un encadrement des résultats donnés par les autres hypothèses (la limite inférieure étant donnée par H1 et la limite supérieure par H3) ;
- la variante H2 conduit à des résultats analogues à H3 pour  $K_0 = 0,5$  et proches de H1 pour  $K_0 = 1,0$  ; cette variante est fortement influencée par la valeur du coefficient  $K_0$  ;
- les variantes H4 et H5 du modèle Cam-Clay modifié conduisent aux résultats les plus proches des mesures expérimentales ; la variante H4 donne systématiquement des valeurs du déplacement radial supérieures à celles de H5, quelle que soit la valeur de  $K_0$  ;
- les modèles hyperboliques tendent à surestimer les déplacements radiaux, notamment le modèle modifié de Hardin et Drnevich (1972) ; toutefois, le modèle de Duncan et Chang (1970) conduit à des résultats satisfaisants pour la simulation des déplacements engendrés par le creusement de la demi-section inférieure du tunnel, dans le cas où  $K_0 = 1,0$  ;



- pour la comparaison des mesures extensométriques aux calculs, des difficultés ont été rencontrées pour simuler la réponse du massif en clé, probablement du fait d'une mise en rupture du massif et de la longueur insuffisante de l'extensomètre pour arriver à suivre les déformations dans la profondeur du massif ; ceci vaut surtout pour le creusement de la demi-section supérieure ;
- en revanche, on constate que le modèle Cam-Clay modifié conduit, notamment dans le cas de la variante H4, à une simulation satisfaisante des déplacements induits par le creusement de la demi-section inférieure, après installation du revêtement en voûte ;
- l'étude des chemins de contraintes obtenus à partir des calculs effectués avec le modèle Cam-Clay modifié montre que la prise en compte de la pesanteur modifie l'allure des chemins de contraintes par rapport au cas de contraintes initiales homogènes ; cette étude met en évidence l'effet du revêtement qui tend à empêcher la rupture de se produire en clé ( $\theta = 0^\circ$ ) et  $\theta = 45^\circ$  (le chemin de contrainte s'éloignant de la courbe d'état critique pendant le creusement de la demi-section inférieure) alors que le massif atteint la rupture en piédroit ( $\theta = 90^\circ$ ) ;
- l'influence du paramètre  $K_0$  sur l'ensemble de résultats des calculs effectués tend à indiquer que l'anisotropie joue un rôle important dans la réponse du massif soumis au creusement d'un tunnel ; il serait utile de poursuivre cette recherche par une étude de l'influence de l'anisotropie du comportement du terrain encaissant, mais ceci nécessiterait de pouvoir mesurer les propriétés de résistance et de déformabilité anisotrope de la marne ;
- il faut également noter que, dans cette comparaison entre prévisions des modèles et résultats expérimentaux, certains facteurs n'ont pas pu être pris en compte, notamment les aspects *visqueux* et la mise en *rupture* de la marne ; ceci pourrait, en partie, expliquer certaines différences observées entre mesures et résultats de calcul ;
- par ailleurs, cette étude a permis de mettre en évidence, dans le cas de contrainte initiale anisotrope, des chemins de contraintes très différents dans le massif situé autour de la galerie ; il pourrait être intéressant d'étudier les moyens de retrouver, à partir d'essais en laboratoire ou in-situ, des chemins de contraintes analogues afin d'aboutir à une caractérisation du comportement du terrain mieux adaptée aux problèmes de simulation du creusement de tunnels.

## **REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**



- A.F.T.E.S. (1979) Stabilité des tunnels par la méthode convergence-confinement. *Tunnels et Ouvrages Souterrains*, No. 32, 70-76.
- A.F.T.E.S. (1983) Recommandation sur l'emploi de la méthode convergence-confinement. *Tunnels et Ouvrages Souterrains*, No. 59, 218-238.
- ATKINSON, J. H. et BRANSBY, P. L. (1978) *The Mechanics of Soils*. McGraw-Hill, London.
- ATKINSON, J. H. (1981) *Foundations and slopes : An introduction to application of critical state soil mechanics*. Halsted Press, New York, N. Y.
- BALADI, G. Y. et ROHANI, B. (1979) Elastic-plastic model for saturated sand. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, A.S.C.E.*, Vol. 105, No. GT4, 465-480.
- BANERJEE, S., DAVIS, R. O. et SRIBALASKANDARAJAH, K. (1992) Simple double-hardening model for geomaterials. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, A.S.C.E.*, Vol. 118, No. 6, 889-901.
- BARDET, J. P. (1990) Hypoelastic model for sands. *Journal of the Engineering Mechanics Division, A.S.C.E.*, Vol. 116, No. 9, 1973-1994.
- BARON, M. L., NELSON, I. et SANDLER, I. (1973) Influence of constitutive models on ground motion predictions. *Journal of the Engineering Mechanics Division, A.S.C.E.*, Vol. 99, No. EM6, 1181-1200.
- BAZAN, Z. P. et TSUBAKI, T. (1980) Total strain theory and path-dependence of concrete. *Journal of the Engineering Mechanics Division, A.S.C.E.*, Vol. 106, No. EM6, 1151-1173.
- BORJA, R. (1990) Analysis of incremental excavation based on critical state theory. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, A.S.C.E.*, Vol. 116, No. 6, 964-985.
- BOYCE, H. R. (1980) A non-linear model for the elastic behaviour of granular materials under repeated loading. *Proc. of the international Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading*, Swansea, Vol. 1, 285-294.
- BROWN, E. T., BRAY, J. W., LADANYI, B. et HOEK, E. (1983) Ground response curves for rock tunnels. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, A.S.C.E.*, Vol. 109, No. 1, 15-39.
- CAMBOU, B., JAFARI, K. et ELAMRANI, K. (1989) An elastoplastic model for granular material using three yielding mechanisms. Numerical Models in Geomechanics NUMOG III, edited by S. Pietruszczak et G. N. Pande, London, 1-8.
- CAMBOU, B. et JAFARI, K. (1988) Modèle de comportement des sols non cohérents. *Revue Française de Géotechnique*. Vol. 44, 43-55.
- CEDOLIN, L., CRUTZEN, Y. R. J. et DEI POLI, S. (1977) Triaxial stress-strain relationship for concrete. *Journal of the Engineering Mechanics Division, A.S.C.E.*, Vol. 103, No. EM3, 423-439.

- CHEN, W. F. et BALADI, G. Y. (1985) Soil plasticity : Theory and implementation. *Developments in geotechnical engineering* 38.
- DESAI, C. D. et CHRISTIAN, J. T. (1977) Constitutive laws for geological media. *Numerical Methods in Geotechnical Engineering*. edited by Desai, C. D. et Christian, J. T., McGraw-Hill, 65-115.
- DESAI, C. D. et SIRIWARDANE, H. J. (1984) Constitutive laws for engineering materials with emphasis on geological materials. edited by Desai, C. D. et Siriwardane, H. J.
- DESAI, C. D. (1971) Non-linear analysis using spline functions. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, A.S.C.E.*, Vol. 97, No. SM10.
- DOMASCHUK, L. et VALLIAPPAN, P. (1975) Non-linear settlement analysis by finite element. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, A.S.C.E.*, Vol. 101, No. GT7, 601-614.
- DOMASCHUK, L. et WADE, N. H. (1969) A study of bulk and shear moduli of sand. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, A.S.C.E.*, Vol. 95, No. SM2, 561-582.
- DRUCKER, D. C. et PRAGER, W. (1952) Soil mechanics and plastic analysis or limit design. *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol. X, No. 2, 157-165.
- DRUCKER, D. C. (1951) A more fundamental approach to plastic stress-strain relations. *Proceedings of 1st U. S. National Congress on Applied Mechanics*, ASME, 487-491.
- DRUCKER, D. C. (1959) A definition of stable inelastic material. *Journal of Applied Mechanics, Transactions, ASME*, vol 26, 106-112.
- DUNCAN, J. M. et CHANG, C. Y. (1970) Non-linear analysis of stress and strain in soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, A.S.C.E.*, Vol. 96, No. SM5 : 1629-1653.
- DUNCAN, J. M., WONG, K. S. et OZAWA, Y. (1980) FEADAM : A computer program for finite element analysis of dams. *Report No. UCB/GT/80-02*, College of Engineering, Office of Research Services, University of California, Berkeley, California.
- EGGER, P. (1974) Gebirgsdruck im Tunnelbau und Stützwirkung der Ortsburst bei Überschreiten der Gebirgsfestigkeit. *Advances in Rock Mechanics, Proceedings of the Third Congress of the International Society for Rock Mechanics*, Vol. 2, Part B, National Academy of Sciences, Washington, D. C., 1007-1011.
- ERINGEN, A. C. (1962) *Non-linear Theory of Continuous Media*. McGraw-Hill Book Co., Inc., New York.
- EVANS, R. J. et PISTER, K. S. (1966) Constitutive equations for a class of non-linear elastic solids. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 2, No. 3, 427-445.
- FINN, W. D. L., LEE, K. W. et MARTIN, G. R. (1976) An effective stress model for liquefaction. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, A.S.C.E.*, Vol. 103, No. GT6, 517-533.

- GAUDIN, B. et SERRATRICE, J. F. (1983) A8 - Tunnel de Las Planas, construction du tube Sud et mesures de convergence. *BG/JFS/FA - GS. 83/564*, Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées d'Aix-en-Provence.
- GAUDIN, B. et SERRATRICE, J. F. (1985) Soutènement des tunnels - Comportement de trois tunnels creusés dans des marnes. Rapport interne, Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées d'Aix-en-Provence, *F.A.E.R. 1.07.14.1*.
- GAUDIN, B. et SERRATRICE, J. F. (1986) Etude des propriétés rhéologiques d'une marnes. Rapport interne, Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées d'Aix-en-Provence, *F.A.E.R. 1.09.31.3*.
- GENS, A. et POTTS, D. M. (1988) Critical state models in computational geomechanics *Engineering Computations*, Vol. 5, No. 3, 178-197.
- GERSTLE, K. H. (1981) Simple formulation of biaxial concrete behavior. *Journal of the American Concrete Institute*, Vol. 78, No. 1, 62-68.
- HANSEN, J. B. (1963) discussion of Hyperbolic stress-strain response : Cohesive soils. by R. J. Kondner, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, A.S.C.E.*, Vol. 89, No. SM4, 241-242.
- HARDIN, B. O. et BLACK, W. L. (1968) Vibration modulus of normally consolidated clay. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, A.S.C.E.*, Vol. 94, No. SM2, 353-369.
- HARDIN, B. O. et BLACK, W. L. (1969) closure to Vibration modulus of normally consolidated clays. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, A.S.C.E.*, Vol. 95, No. SM6, 1531-1537.
- HARDIN, B. O. et DRNEVICH, V. P. (1972) Shear modulus and damping in soils : Design equations and curves. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, A.S.C.E.*, Vol. 98, No. SM7, 667-692.
- HOEK, E. et BROWN, E. T. (1980) Empirical strength criterion for rock masses. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, A.S.C.E.*, Vol. 106, No. GT9, 1013-1035.
- HOEK, E. et BROWN, E. T. (1980) Underground excavations in rock. *The institution of Mining and Metallurgy*, London.
- HOLUBEC, I. (1968) Elastic behavior of cohesionless soil. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, A.S.C.E.*, Vol. 94, No. SM6, 1215-1231.
- HUANG, J. S. et GIBSON, L. J. (1993) Elastic moduli of a composite of hollow spheres in a matrix. *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 41, No. 1, 55-77.
- HUECKEL, T., TUTUMLUER, E. et PELLEGRINI, R. (1992) Technical Note : A note on non-linear elasticity of isotropic overconsolidated clays. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 16, 603-618.

- HUMBERT, P. et PIAU, J. M. (1990) Bibliothèque d'exemples : Modélisation des phases de construction d'un tunnel. Rapport interne Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, F.A.E.R. 1.16.21.9.
- HUMBERT, P. (1989) CESAR-LCPC : Un code général de calcul par éléments finis. *Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, No. 160, 112-114.
- JANARDHANAM, R. et DESAI, C. S. (1983) Three-dimensional testing and modelling of ballast. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, A.S.C.E.*, Vol. 109, No. 6, 783-796.
- JANBU, N. (1963) Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial tests *European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Wiesbaden, Germany, Vol. 1, 19-25.
- KATONA, M. G., SMITH, J. M., ODELLO, R. S. et ALLGOOD, J. R. (1976) CANDE - A modern approach for structure design and analysis of buried culverts *Report No. FHWA-RD-77-5*, Naval Civil Engineering Laboratory.
- KIRSCH, G. (1898) Die theorie der elastizität und die bedürfnisse der festigkeitslehre *Vert. Ver. Deut. Ing.*, Vol. 42, No. 28, 797-807.
- KONDNER, R. L. (1963) Hyperbolic stress-strain response : cohesive soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, A.S.C.E.*, Vol. 89, No. SM1, 115-143
- KULHAWY et DUNCAN (1972) Stress and movements on Oroville dam. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, A.S.C.E.*, Vol. 98, No. SM7, 653-665.
- KUPFER, H. B. et GERSTLE, K. H. (1973) Behavior of concrete under biaxial stresses *Journal of the Engineering Mechanics Division, A.S.C.E.*, Vol. 99, No. EM4, 852-866
- LADE, P. V. et DUNCAN, J. M. (1973) Cubical triaxial tests on cohesionless soils *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, A.S.C.E.*, Vol. 99, No. SM10, 739-812.
- LADE, P. V. et DUNCAN, J. M. (1975) Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, A.S.C.E.*, Vol. 101, No. GT10, 1037-1053.
- LADE, P. V. (1982) Three-parameter failure criterion for concrete. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, A.S.C.E.*, Vol. 108, No. 5, 850-863.
- LADE, P. V. et NELSON, R. B. (1987) Modelling the elastic behaviour of granular materials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 11, 521-542
- LADE, P. V. et KIM, M. K. (1988) Single hardening constitutive model for frictional materials, II. Yield criterion and plastic work contours. *Computers and Geotechnics*, Vol. 6, No. 1, 13-29.
- LEE, Y. L., ARAFATI, N., LECA, E., MAGNAN, J. P., MESTAT, P. et SERRATRICE, J. F. (1993) Comportement et modélisation des marnes de Las Planas. *Proceedings of*

*International Symposium of Geotechnical Engineering of Hard Soils-Soft Rocks, Athens, Greece, 1479-1486.*

- LEIPHOLZ, H. (1974) Theory of elasticity. *Noordhoff International Publishing*, Netherlands.
- LEMAITRE, J. et CHABOCHE, J.-L. (1988) *Mécanique des matériaux solides*. 2<sup>e</sup> édition, Dunod.
- LORET, B. (1981) Formulation d'une loi de comportement élastoplastique des milieux granulaires. *Thèse présentée à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, soutenue le 18 février 1981, pour obtenir le diplôme de Docteur-Ingénieur.
- MAGNAN, J. P. (1989) Bases expérimentales et principes de la modélisation des argilles molles. L.C.P.C., *Rapport des Laboratoires LPC*, No. 39.
- MALVERN, L. E. (1969) *Introduction to Mechanics of a Continuous Medium*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J.
- MATSUMA, H., HOSHIKAWA, T. et UENO, K. (1990) A general failure criterion and stress-strain relation for granular materials to metals. *Soils and Foundations, Japanese Society of Soils Mechanics and Foundation Engineering*. Vol. 30, No. 2, 119-127.
- MATSUOKA, H. et NAKAI, T. (1974) Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses. *Proc. of Japan Society of Civil Engineers*, No. 232, 59-70.
- MESTAT, P. (1991) Manuel de programmation de CESAR module d'exécution MCNL - version 3.0. *Rapport interne de L.C.P.C.*, 4<sup>ème</sup> édition.
- MESTAT, P. (1991) Recherche de solutions analytiques pour les modèles Cam-Clay dans un but de validation numérique, Programmes CESAR-LCPC et LOIS-LCPC. Rapport interne, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, F.A.E.R. 1.16.21.0.
- MESTAT, P. (1991) Simulation numérique du comportement des sols en sollicitations homogènes *Logiciel LOIS-LCPC version II, Thème GEO 07*, Publication interne, Division Mécanique des Sols et Fondations, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées
- MOLENKAMP, F. (1988) A simple model for isotropic non-linear elasticity of frictional materials *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 12, 467-475.
- MROZ, Z. et NORRIS, V. A. (1982) Elastoplastic and viscoplastic constitutive models for soils with application to cyclic loading. in Pande, G. N. et Zienkiewicz, O. C. (eds), *Soil Mechanics-Transient and Cyclic Loads*, Wiley, New York, 173-217.
- MUIR WOOD, D. (1990) *Soil Behavior and Critical State Soil Mechanics*. Cambridge University Press, Cambridge
- NAYAK, G. C. et ZIENKIEWICZ, O. C. (1972) A convenient form of invariants and its application in plasticity *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, A.S.C.E.*, Vol. 98, No. ST7, 949-954.



- NAYLOR, D. J. (1975) Non-linear finite element models for soils. *Thesis submitted to the University of Wales, Department of Civil Engineering, University College of Swansea.*
- NELSON, I. et BALADI, G. Y. (1977) Outrunning ground shock computed with different models. *Journal of the Engineering Mechanics Division, A.S.C.E.*, Vol. 103, No. EM3, 377-393.
- NELSON, I. et BARON, M. L. (1971) Application of variable moduli models to soil behavior. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 7, 399-417.
- NELSON, I. (1970) Investigation of ground shock effects in non-linear hysteretic media : Modelling the behavior of a real soil. *Report 2 to U. S. Army Corps of Engineers Waterways Exp. Sm.*, Vicksburg, Miss., by Weidlinger Associates, New York.
- NGUYEN MINH, D. et BEREST, P. (1979) Etude de la stabilité des cavités souterraines avec un modèle de comportement élastoplastique radoucissant *Proceeding of the Fourth Congress of the International Society for Rock Mechanics*, Vol. 1, A.A Balkema, Rotterdam, Holland, 249-256.
- NGUYEN MINH, D. et SCHMITT N. (1988) Contraction du tube épais circulaire : remarques sur l'influence d'une non linéarité élastique. *Revue Française de Géotechnique*, No. 42, 35-46.
- NOVA, R. (1982) A model of soil behavior in plastic and hysteretic ranges. *International Workshop on constitutive behavior for soils*, Grenoble.
- OGAWA, T. et LO, K. Y. (1987) Effects of dilatancy and yield criteria on displacements around tunnels *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 24, 100-113.
- PANET, M. et GUELLEC, P. (1974) Contribution à l'étude du soutènement d'un tunnel à l'arrière du front de taille. *Proc. 3<sup>th</sup> Conf. Int. Soc. Rock*, Denver, Vol. II B, pp 1163.
- PANET, M. (1973) La stabilité des ouvrages souterrains - Soutènement et revêtement *Rapport de Recherche LPC No. 28*, Septembre.
- PANET, M. (1976) Analyse de la stabilité d'un tunnel creusé dans un massif rocheux en tenant compte d'un comportement après la rupture. *Rock Mechanics*, Vol. 8, No. 4, 209-223.
- PANET, M. (1976) Stabilité et Soutènement des tunnels. *La mécanique des roches appliquée aux ouvrages de Génie Civil*, Ch. IX, ENPC.
- PANET, M. (1986) Calcul du soutènement des tunnels à section circulaire par la méthode convergence-confinement avec un champ de contraintes initiales anisotropes. *Tunnels et Ouvrages Souterrains*, No 77, Septembre-Octobre.
- PASTOR, M., ZIENKIEWICZ, O. C. et CHAN, A. H. (1990) Generalized plasticity and the modelling of soil behaviour. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 14, 151-190.
- PREVOST, J. H. et KEANE, C. (1990) Multimechanism elasto-plastic model for soils. *Journal of the Engineering Mechanics Division, A.S.C.E.*, Vol. 116, No. 9, 1924-1944.

- PREVOST, J. H. et KEANE, C. (1990) Shear stress-strain curve generation from simple material parameters. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, A.S.C.E.*, Vol. 116,, No. 8, 1255-1263.
- RAMBERG, W. et OSGOOD, W. R. (1943) Description of stress-strain curves by three parameters. Technical note No. 902, *National Advisory Committee for Aeronautics*, Washington, D. C..
- RICHARD, R. M. et ABBOTT, B. T. (1975) Versatile elastic-plastic stress-strain formula. *Technique Notes, Journal of the Engineering Mechanics Division, A.S.C.E.*, Vol. 101, No. EM4, 511-515.
- RICHARDSON, A. M., JR, et WHITMAN, R. V. (1963) Effect of strain-rate upon undrained shear resistance of saturated remolded fat clay. *Géotechnique*, Vol. 13, No. 4.
- RICHART, F. E., JR., HALL, J. R. et WOODS, R. D. (1970) *Vibrations of soils and foundations*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J..
- RIVLIN, R. S. et ERICKSEN, J. L. (1955) Stress-deflection relation for isotropic material. *Journal Rational Mechanics and Analysis*, Vol. 4, No. 1, 323-425.
- ROSCOE, K. H. et BURLAND, J. B. (1968) On the generalized behaviour of 'wet' clay. In *Engineering plasticity*. Edited by J. Heyman et F. Leckie. Cambridge University Press, London, England, 535-609.
- ROSCOE, K. H., SCHOFIELD, A. N. et THURAIRAJAH, A. (1963) Yielding of clays in state wetter than critical. *Géotechnique*, Vol. 13, No. 3, 211-240.
- ROSCOE, K. H., SCHOFIELD, A. N. et WROTH, C. P. (1958) On the yielding of soils. *Géotechnique*, Vol. 8, No. 1, 22-53.
- ROSCOE, K. H., SCHOFIELD, A. N. et WROTH, C. P. (1959) Correspondence "On the yielding of soils". *Géotechnique*, Vol. 9, No. 3, 72-83.
- SALENÇON, J. (1969) Contraction quasistatique d'une cavité à symétrie sphérique ou cylindrique dans un milieu élastoplastique. *Annales des Ponts et Chaussées*, No. 4, Paris, France, 231-236.
- SANTARELLI, F. J., BROWN, E. T. et MAURY V. (1986) Technical Note : Analysis of borehole stresses using pressure-dependant, linear elasticity. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Gomechanics Abstracts*, Vol. 23, No. 6, 445-449.
- SANTARELLI, F. J. (1987) Theoretical and experimental investigation of the stability of the axisymmetric wellbore. A thesis submitted to the University of London for the degree of Doctor of Philosophy in the Faculty of Engineering, and to Imperial College of Science and Technology for the D.I.C..
- SCHOFIELD, A. N. et WROTH, C. P. (1968) *Critical state soil mechanics*. London : McGraw-Hill.

- SEKKATE-RHANOU, Z. (1989) *Apport des modèles élastoplastiques et incrementaux aux calculs des ouvrages de soutènement*. Thèse de Doctorat, Université de Nantes.
- TIMOSHENKO, S. P. and GOODIER, J. N. (1970) *Theory of Elasticity*. 3rd ed., McGraw-Hill Book Company, New York.
- TRUESDELL, C., (1955) Hypoelasticity, *Journal of Rational Mechanics and Analysis*, Vol. 4, No. 1.
- TRUESDELL, C., (1956) Hypoelastic shear. *Journal of Applied Physics*, Vol. 27, 441-467.
- VERMEER, P. A. (1978) A double hardening model for sand. *Géotechnique* Vol. 28, No. 4, 413-433.
- WONG, K. S. et DUNCAN, J. M. (1974) Hyperbolic stress-strain parameters for non-linear finite element analysis of stresses and movements in soil masses. *Report No. TE-74-3*, College of Engineering, Office of Research Services, University of California, Berkeley.
- WROTH, C. P. et HOULSBY, G. T. (1980) A critical state model for predicting the behaviour of clays. *Proc. Workshop on Limit Equilibrium, Plasticity and Generalized Stress-Strain in Geotechnical Engineering*, McGill University, Montreal, 592-627.
- WROTH, C. P. (1971) Some aspects of the elastic behaviour of overconsolidated clay. *Stress-Strain Behavior of Soils*, in Parry K. H. G. (ed.) Roscoe Memorial Symp. Cambridge University, 347-361.
- YOGENDRAKUMAR, M., BATHURST, R. J. et FINN, W. D. L. (1992) Dynamic response analysis of reinforce-soil retaining wall. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, A.S.C.E.*, Vol. 118, No. 8, 1158-1167.
- ZYTINSKI, M., RANDOLPH, M. F., NOVA, R. et WROTH, C.P. (1978) On modelling the unloading-loading behaviours of soils. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 2, No. 1, 87-93.

## ANNEXES



## **ANNEXE A**

**Etude paramétrique concernant l'application  
du modèle Cam-Clay modifié à la simulation  
d'un essai de compression à l'appareil triaxial**



### *A.1 Etude paramétrique du modèle Cam-Clay modifié*

Le modèle Cam-Clay modifié dépend de cinq paramètres :  $M$ ,  $\lambda$ ,  $\kappa$ ,  $e_0$  et  $p_{co}$ . L'étude de sensibilité a été effectuée successivement sur chacun de ces paramètres, les quatre autres paramètres étant maintenus constants.

Nous avons considéré deux types d'essais à l'appareil triaxial : essai de compression isotrope et essai de compression en cisaillement.

L'étude de sensibilité à ces paramètres a été effectuée pour une pression de préconsolidation isotrope  $p_{co} = 2,5$  MPa et une pression moyenne initiale  $p_0 = 7,6$  MPa. Les conclusions suivantes peuvent être déduites de cette étude :

#### (1) Influence du paramètre $M$ :

Les résultats de l'étude de sensibilité au paramètre  $M$  sont représentés sur les figures A.1(a) (essai isotrope), A.1(b) et A.1(c) (essai de cisaillement). On constate que la valeur de  $M$  n'a pas d'effet sur la simulation de l'essai de consolidation isotrope.

Pour ce qui est de l'essai de cisaillement, la valeur de  $M$  a peu d'influence sur la réponse en diagramme ( $\varepsilon_1$ - $\varepsilon_v$ ) (figure A.1c). Par contre, la figure A.1(b) montre que pour une valeur de  $\varepsilon_1$  donnée, la valeur obtenue pour le rapport  $q/p$  est d'autant plus grande que la valeur de  $M$  est élevée.

#### (2) Influence du paramètre $\lambda$ :

Les résultats de l'étude de sensibilité au paramètre  $\lambda$  sont reproduits sur la figure A.2. La valeur  $\lambda$  est, bien entendu, déterminante dans le cas de l'essai isotrope (figure A.2a).

Les figures A.2(b) et (c) montrent que pour une valeur donnée de la déformation axiale  $\varepsilon_1$ , le rapport  $q/p$  diminue et la déformation volumique  $\varepsilon_v$  augmente quand  $\lambda$  augmente.



(3) Influence du paramètre  $\kappa$  :

Les résultats concernant la sensibilité au paramètre  $\kappa$  sont donnés sur la figure A.3. On constate que ce paramètre influence légèrement la courbe de réponse de l'échantillon dans l'essai isotrope (figure A.3a), et a peu d'effet sur la simulation de l'essai de cisaillement (figures A.3b et A.3c).

(4) Influence du paramètre  $e_0$  :

Les résultats concernant les variations de  $e_0$  sont représentés sur la figure A.4. La figure A.4(a) (essai isotrope) montre qu'une augmentation de l'indice des vides initial conduit à une diminution de déformation volumique en diagramme  $(\varepsilon_v, p)$ .

La figure A.4c montre qu'une constatation analogue peut être faite pour l'influence de  $e_0$  sur  $\varepsilon_v$  en diagramme  $(\varepsilon_1, \varepsilon_v)$  dans le cas de l'essai de cisaillement. En revanche, ce paramètre a peu d'influence sur la relation entre  $\varepsilon_1$  et  $q/p$  (figure A.4b).

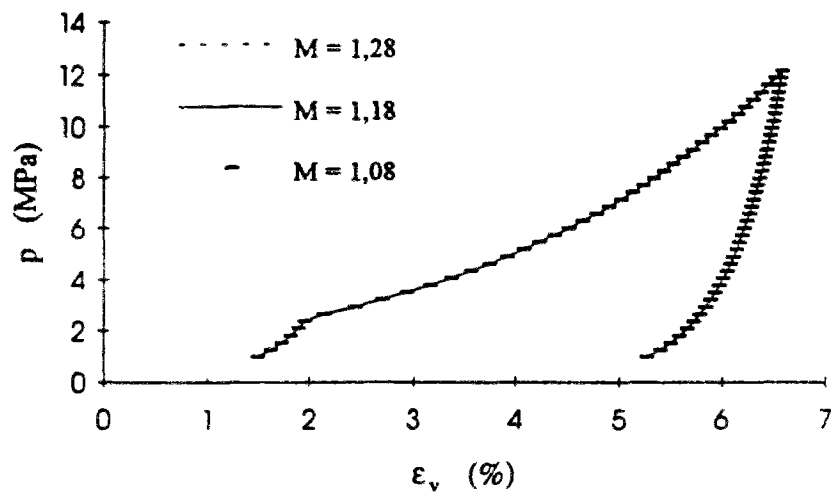
(5) Influence du paramètre  $p_{co}$  :

L'influence de la pression de préconsolidation  $p_{co}$  est décrite sur la figure A.5. On constate que la valeur de ce paramètre affecte considérablement la simulation de l'essai isotrope (figure A.5a), une augmentation de  $p_{co}$  se traduisant par une forte diminution de déformabilité dans la phase de chargement.

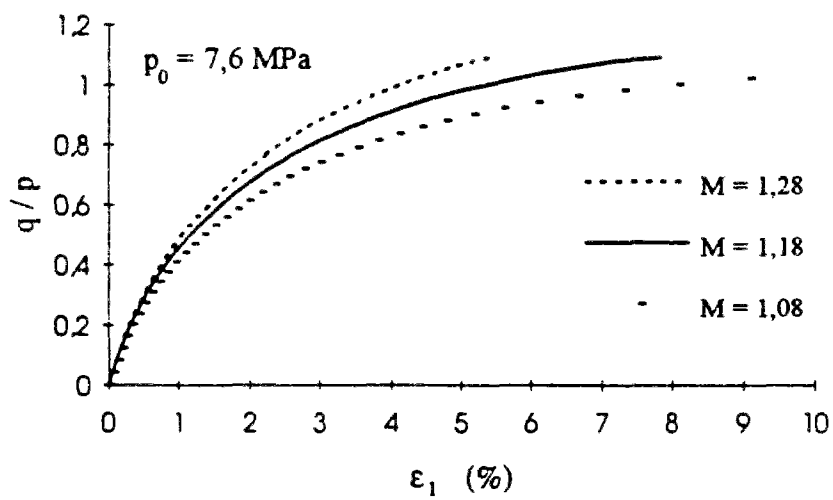
Pour l'essai de cisaillement (figures A.5b et A.5c), la pression de préconsolidation n'influence la réponse calculée que pour  $p_{co} \gg p_0$ . Dans ces conditions, une augmentation de  $p_{co}$  a pour effet d'augmenter la valeur de  $q/p$  en diagramme  $(\varepsilon_1, q/p)$  et diminuer celle de  $\varepsilon_v$  en diagramme  $(\varepsilon_1, \varepsilon_v)$ .

On remarque, en particulier, une phase élastique dans la réponse calculée en diagramme  $(\varepsilon_1, q/p)$  pour le cas où la pression moyenne initiale  $p_0$  est supérieure à la pression de préconsolidation  $p_{co}$ .

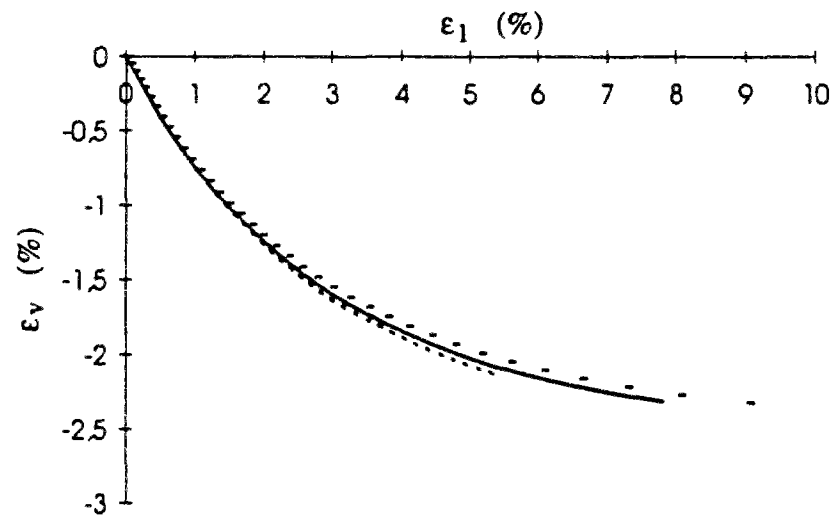
Les effets des différents paramètres sont résumés schématiquement dans le tableau A1, qui donne le niveau d'influence de  $M$ ,  $\lambda$ ,  $\kappa$ ,  $e_0$  et  $p_{co}$  sur la réponse du terrain en diagramme  $(\varepsilon_v, p)$ ,  $(\varepsilon_1, q/p)$  et  $(\varepsilon_1, \varepsilon_v)$ .



(a)

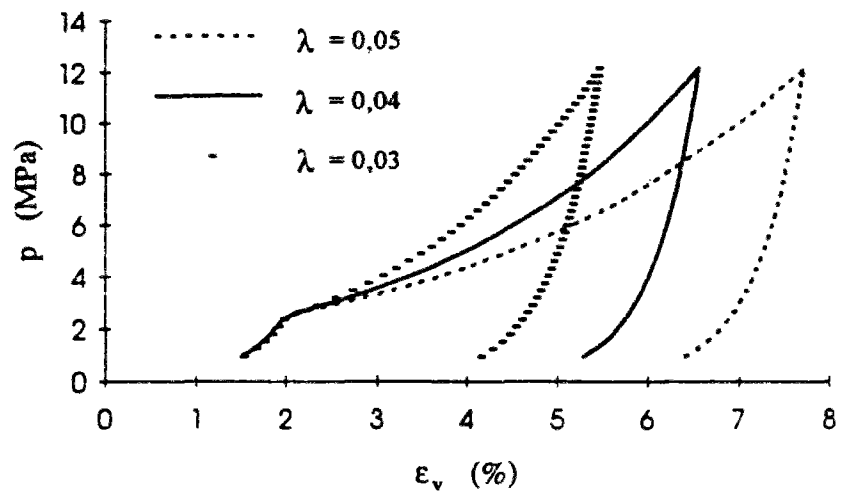


(b)

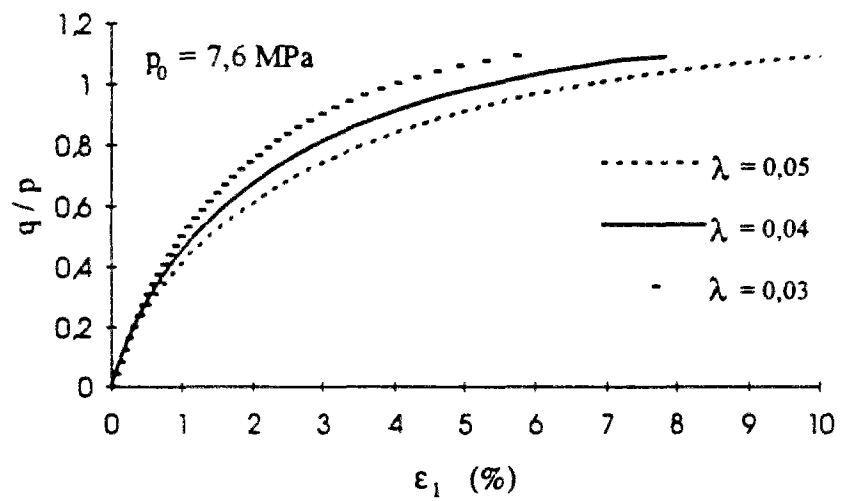


(c)

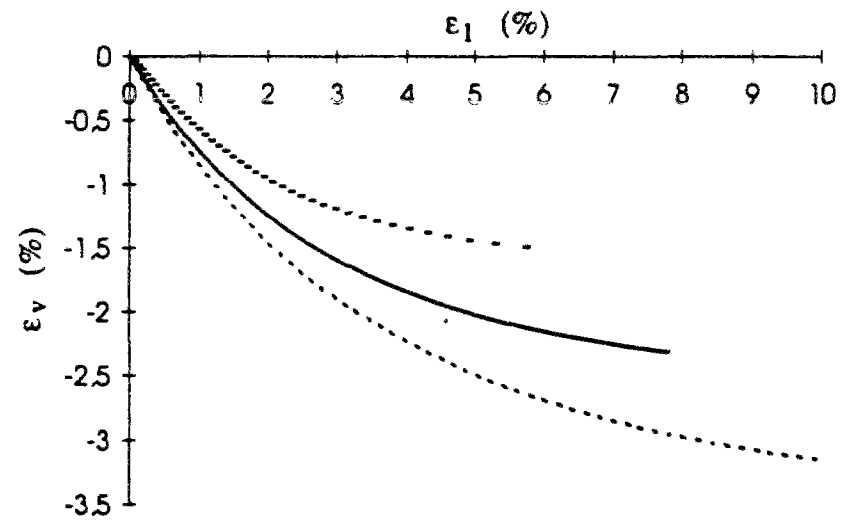
Figure A.1 Influence du paramètre  $M$  sur la simulation d'essais à l'appareil triaxial  
(a) compression isotrope (b) et (c) compression en cisaillement.



(a)

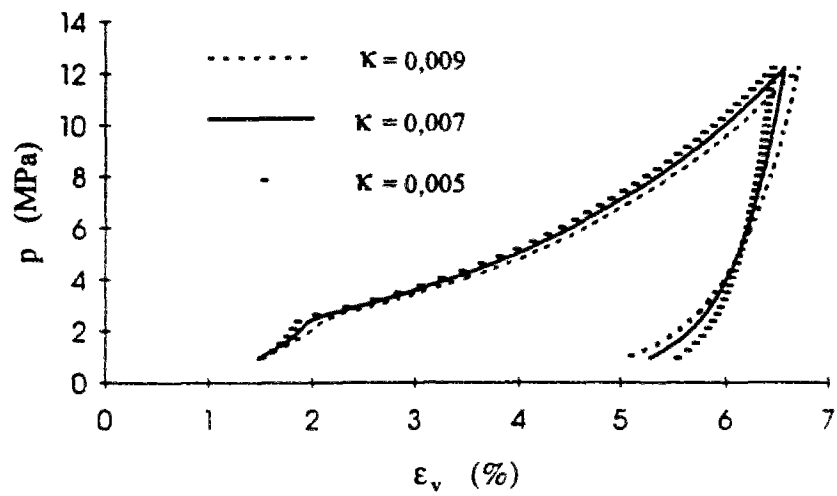


(b)

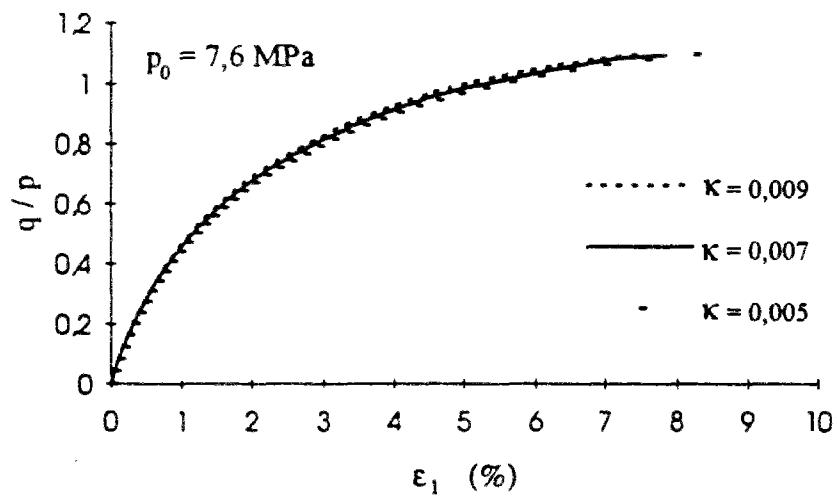


(c)

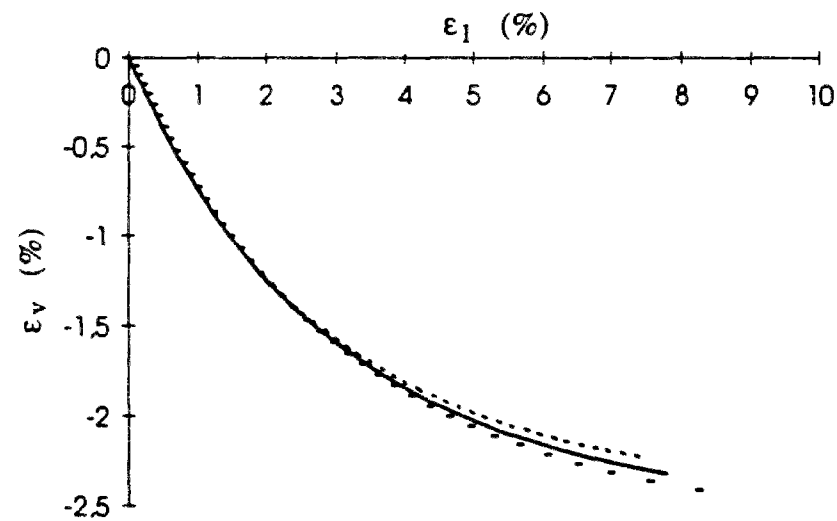
Figure A.2 Influence du paramètre  $\lambda$  sur la simulation d'essais à l'appareil triaxial  
(a) compression isotrope (b) et (c) compression en cisaillement.



(a)

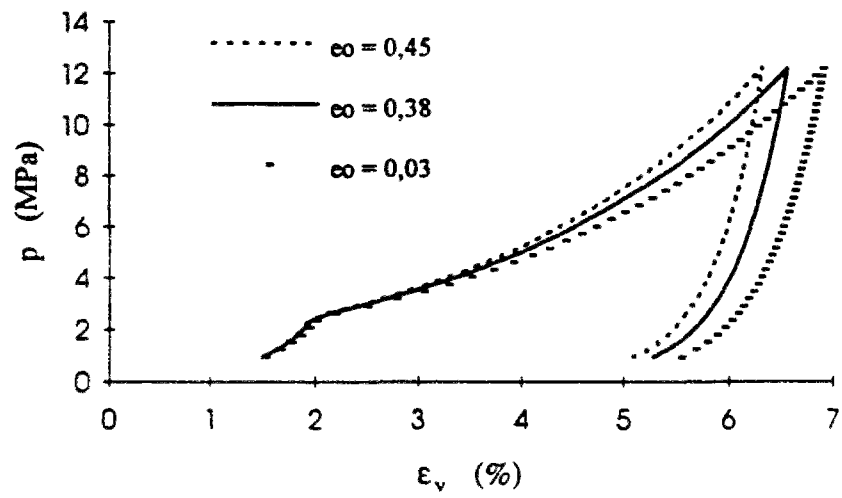


(b)

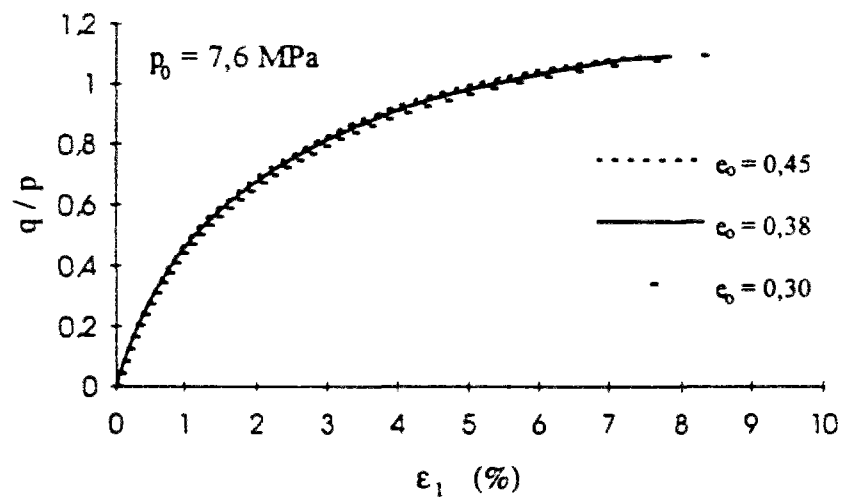


(c)

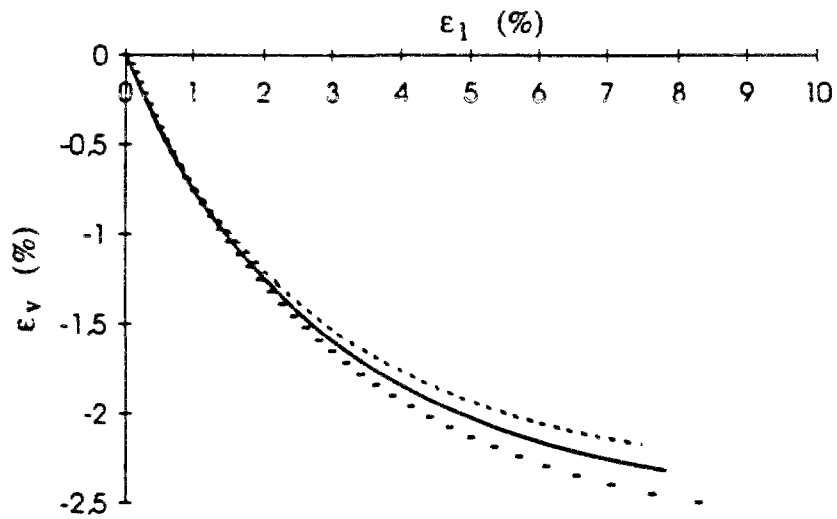
Figure A.3 Influence du paramètre  $\kappa$  sur la simulation d'essais à l'appareil triaxial  
(a) compression isotrope (b) et (c) compression en cisaillement.



(a)

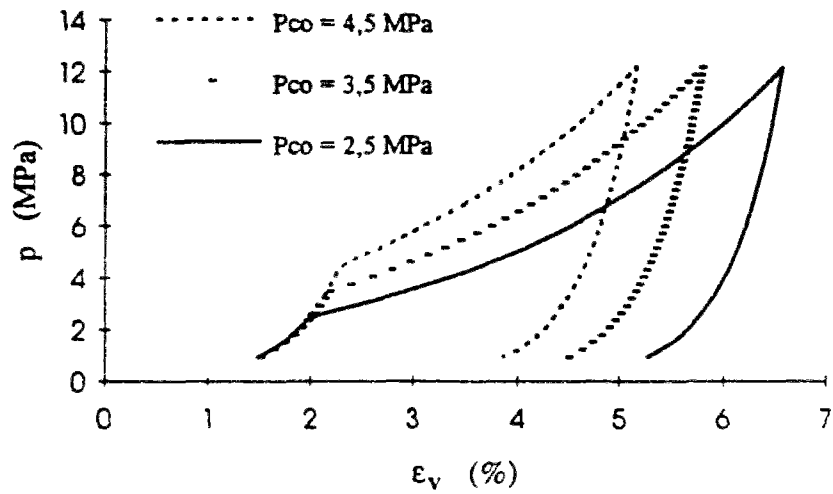


(b)

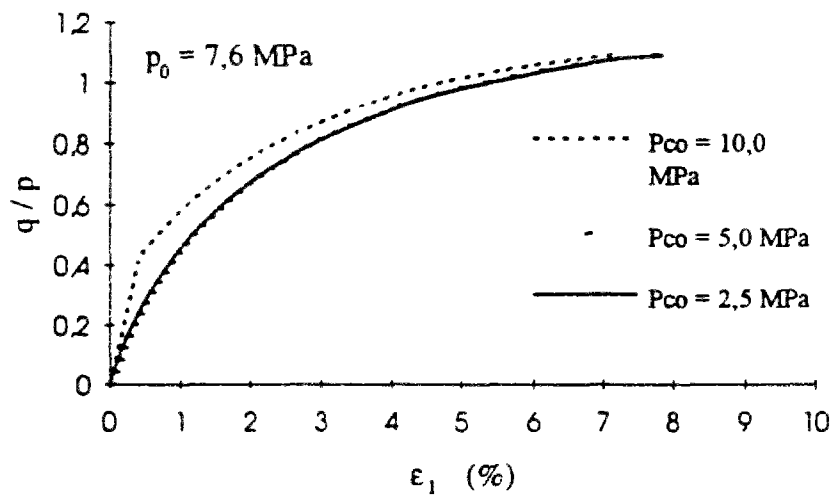


(a)

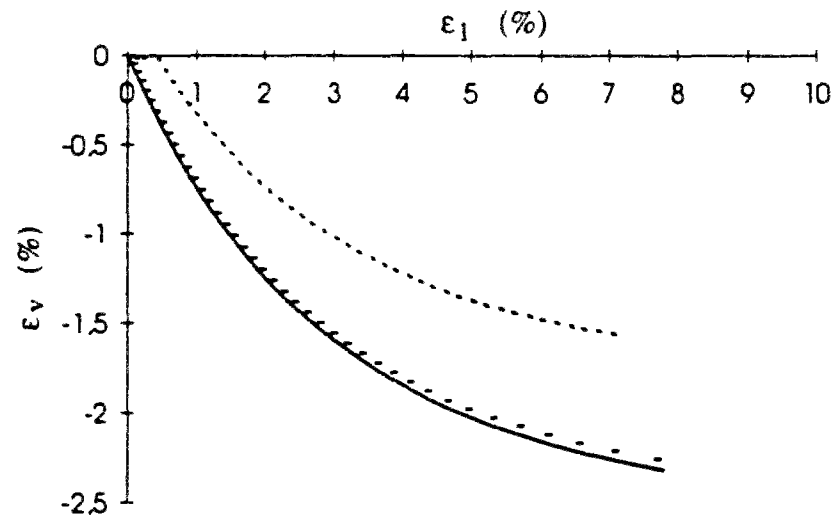
Figure A.4 Influence du paramètre  $e_0$  sur la simulation d'essais à l'appareil triaxial  
(a) compression isotrope (b) et (c) compression en cisaillement.



(a)



(b)



(c)

Figure A.5 Influence du paramètre  $p_{co}$  sur la simulation d'essais à l'appareil triaxial  
(a) compression isotrope (b) et (c) compression en cisaillement.

Tableau A.1 Etude de sensibilité aux paramètres du modèle Cam-Clay modifié.

Relations	$\varepsilon_v - p$	$\varepsilon_1 - q/p$	$\varepsilon_1 - \varepsilon_v$
Modèle Cam-Clay modifié	variation de $\varepsilon_v$ à $p$ donnée	variation de $\varepsilon_1$ à $q/p$ donnée	variation de $\varepsilon_v$ à $\varepsilon_1$ donnée
$M$	—	↓	↑
$\lambda$	↑	↑	↑
$\kappa$	↑	—	↓
$e_0$	↓	—	↓
$p_{co}$	↓	↓	↓

On a représenté l'influence des paramètres sur le modèle Cam-Clay modifié de manière qualitative, en utilisant les symboles suivants pour caractériser le résultat obtenu pour une augmentation du paramètre considéré :

- pas de l'influence
- ↑ faible augmentation
- ↓ faible diminution
- ↑ forte augmentation
- ↓ forte diminution

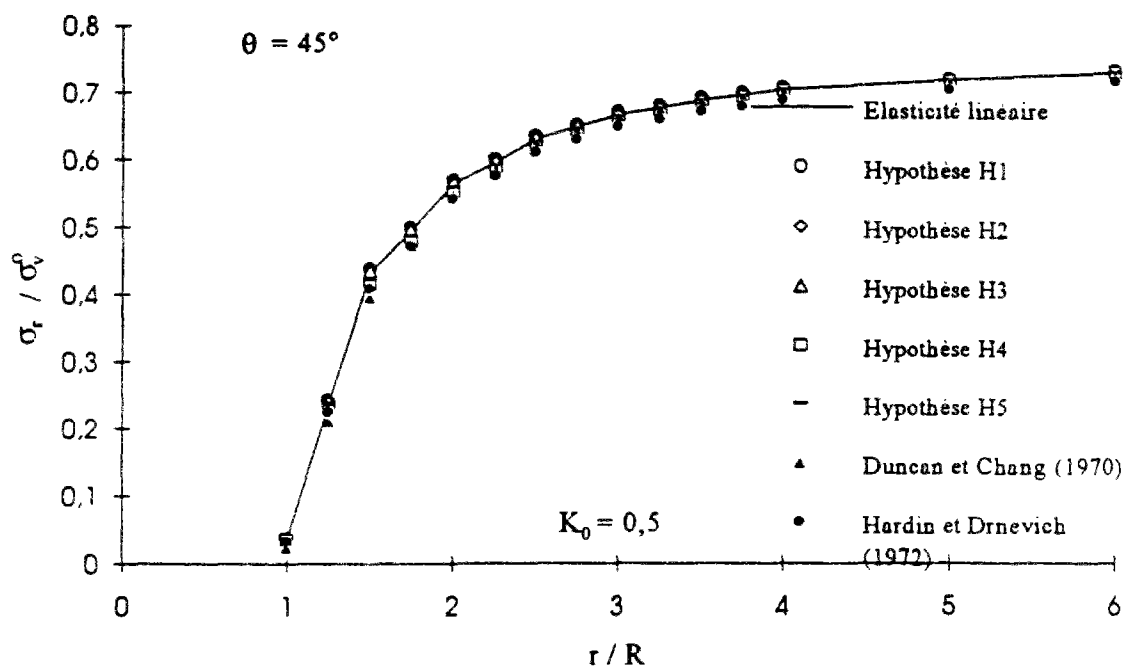
## **ANNEXE B**

**Etude de l'influence des paramètres des lois de comportement élastiques linéaires, non-linéaires et élastoplastiques sur la modélisation du creusement d'une galerie circulaire dans un état de contraintes initiales isotropes et anisotropes ( $\theta = 45^\circ$ )**

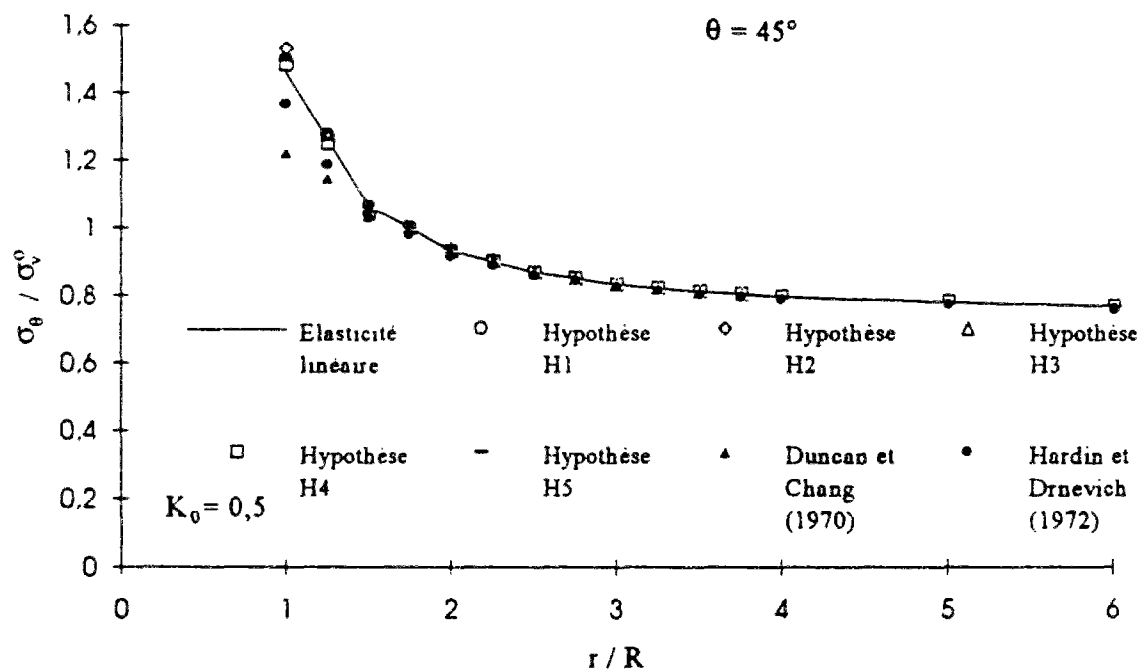




## B.1 Distributions de contraintes en $\theta = 45^\circ$ pour l'état de contrainte initiale anisotrope

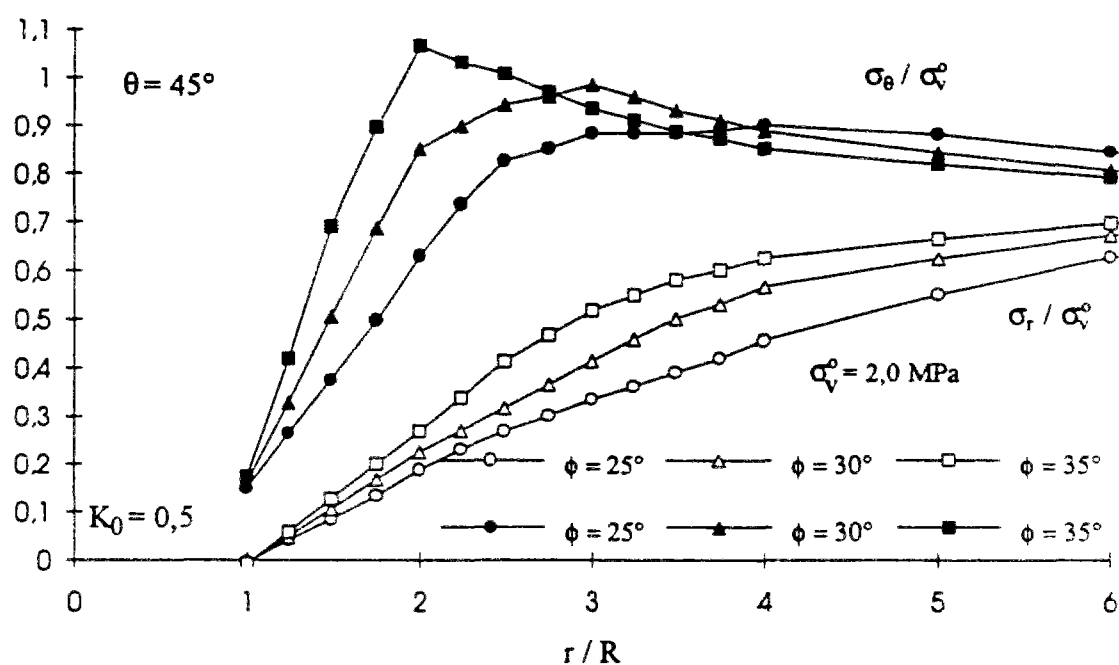


(a)

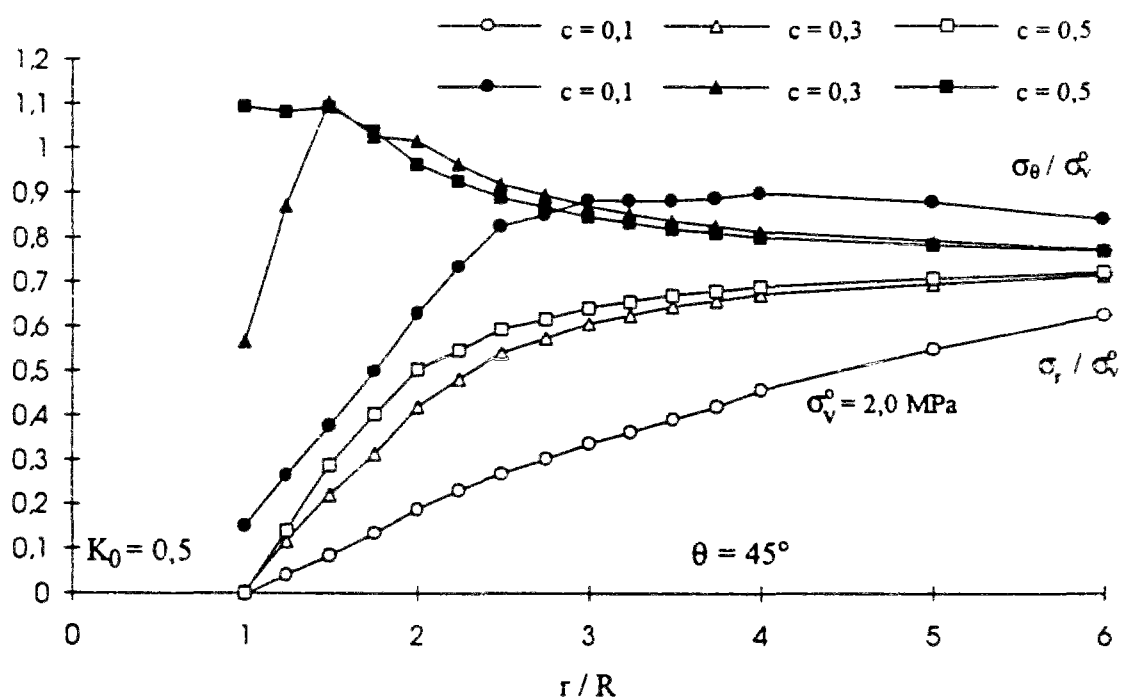


(b)

Figure B.1 Distributions des contraintes obtenues par un calcul élastique linéaire et non-linéaire ( $K_0 = 0,5$  et  $\theta = 45^\circ$ ) (a) contrainte radiale  $\sigma_r$  (b) contrainte tangentielle  $\sigma_\theta$ .

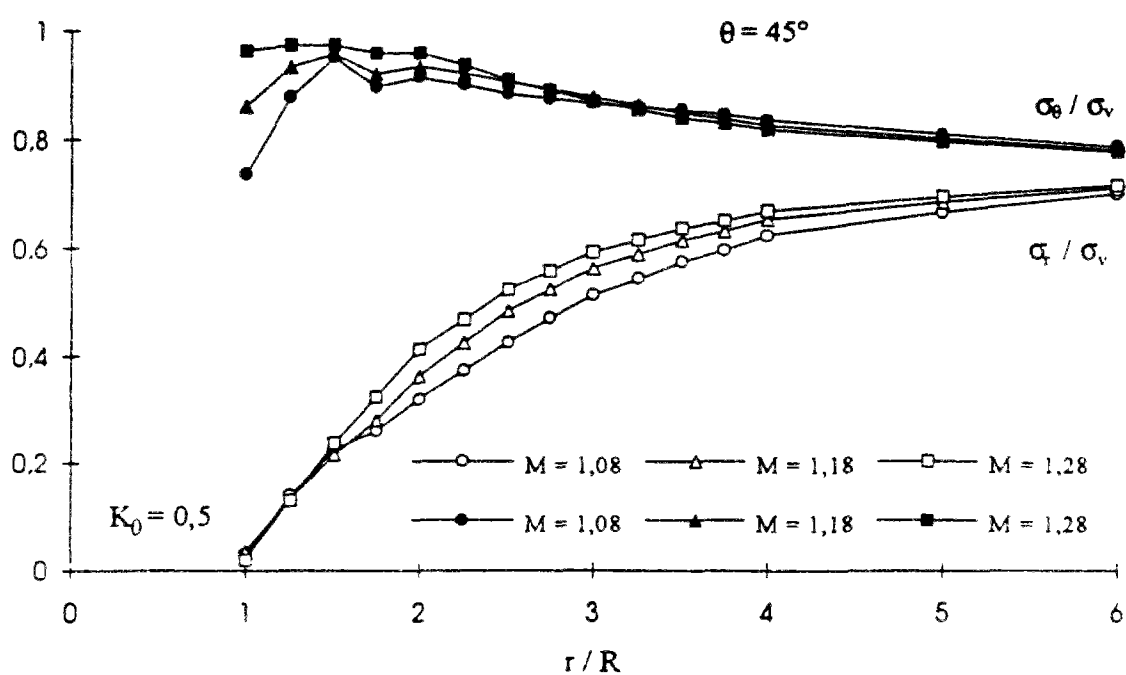


(a)

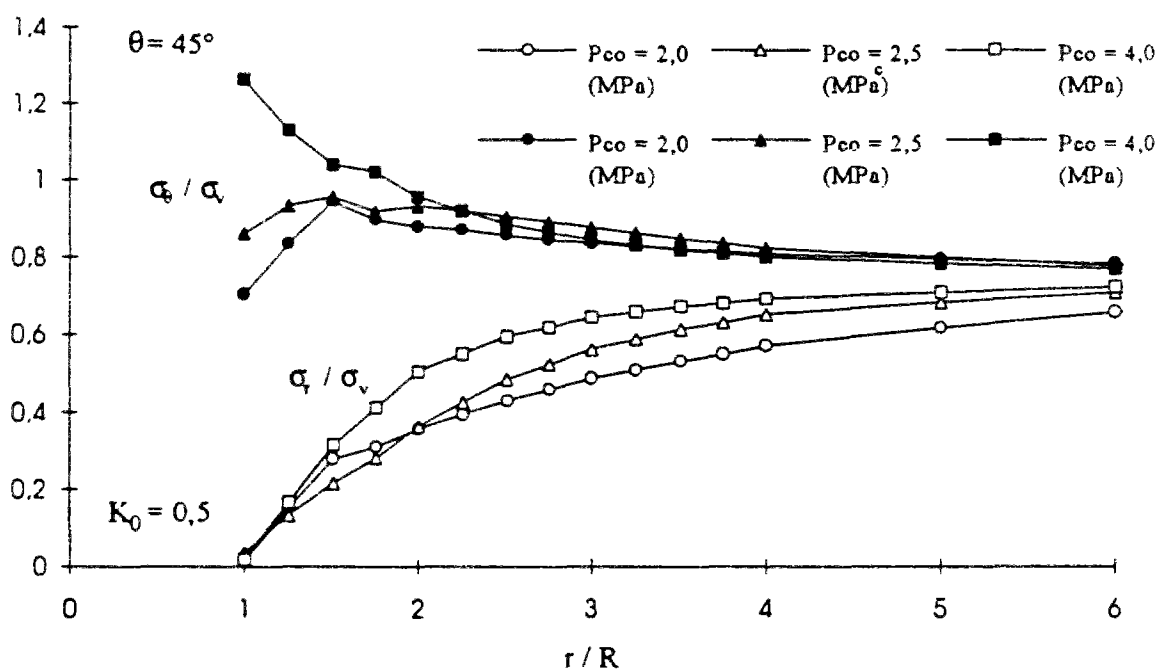


(b)

Figure B.2 Influence des paramètres du critère Mohr-Coulomb sur le calcul des distributions de contraintes ( $K_0 = 0,5$  et  $\theta = 45^\circ$ ) (a) l'angle de frottement  $\phi$  (b) la cohésion  $c$ .



(a)



(b)

Figure B.3 Influence des paramètres du modèle Cam-Clay sur le calcul des distributions de contraintes ( $K_0 = 0,5$  et  $\theta = 45^\circ$ ) (a) paramètre  $M$  (b) paramètre  $p_{co}$ .

## B.2 Distributions de déplacements en $\theta = 45^\circ$ pour l'état de contrainte initiale anisotrope

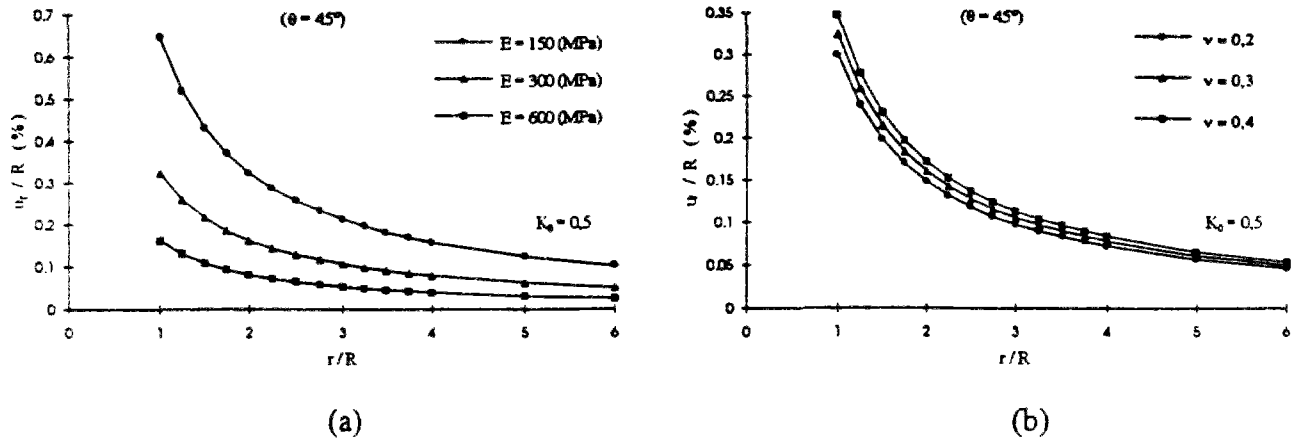


Figure B.4 Influence (a) du module d'Young  $E$  et (b) du coefficient de Poisson  $\nu$  de la loi de Hooke (élasticité linéaire,  $K_0 = 0,5$  et  $\theta = 45^\circ$ ).

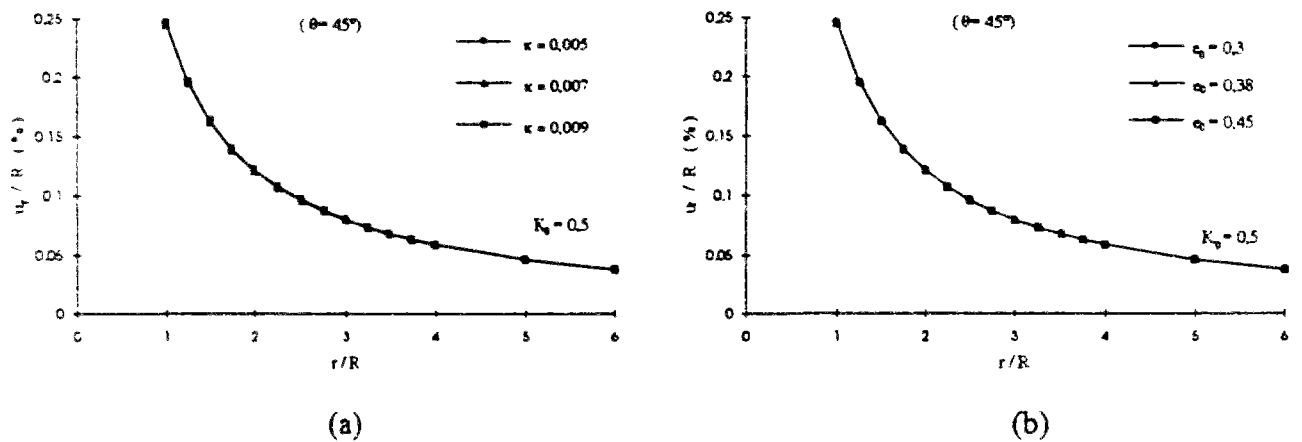


Figure B.5 Influence (a) du paramètre  $\kappa$  et (b) du paramètre  $e_0$  du module volumique  $K$  (élasticité non-linéaire,  $K_0 = 0,5$  et  $\theta = 45^\circ$ ).

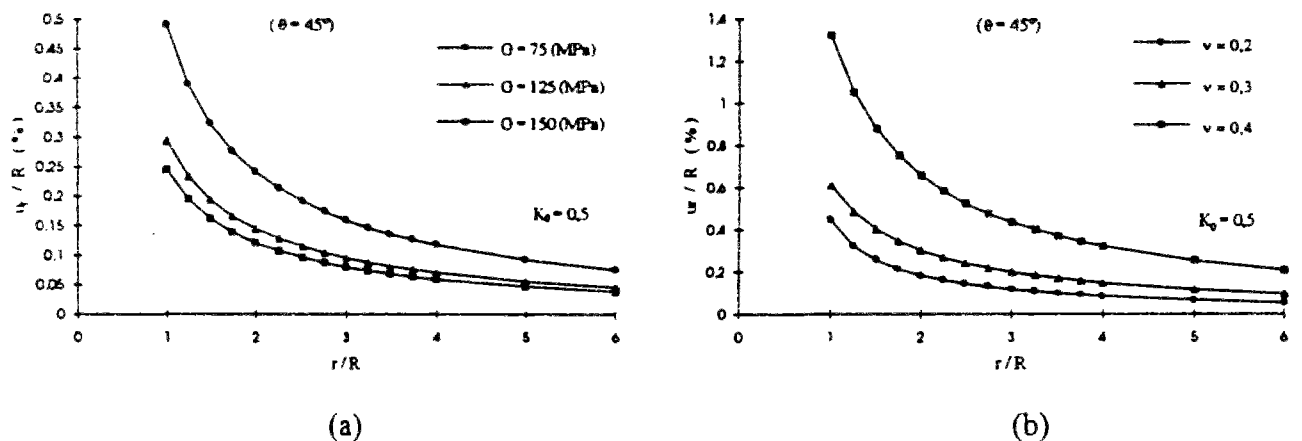
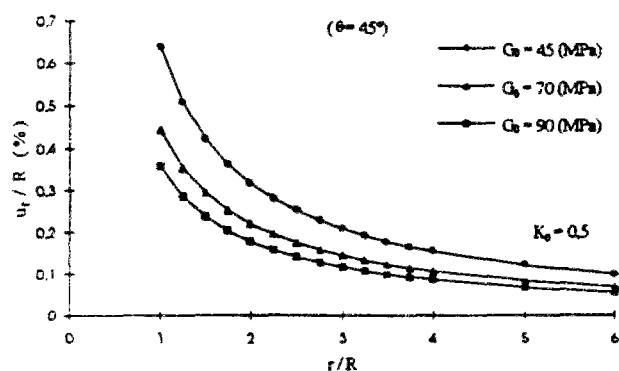
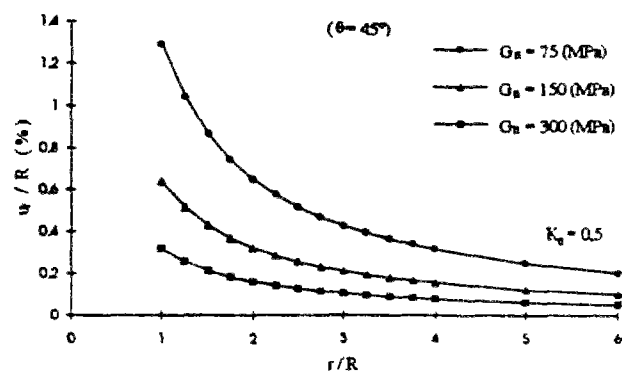


Figure B.6 Influence (a) du module de cisaillement  $G$  de l'hypothèse H1 et (b) du coefficient de Poisson  $\nu$  de l'hypothèse H2 (élasticité non-linéaire,  $K_0 = 0,5$  et  $\theta = 45^\circ$ ).

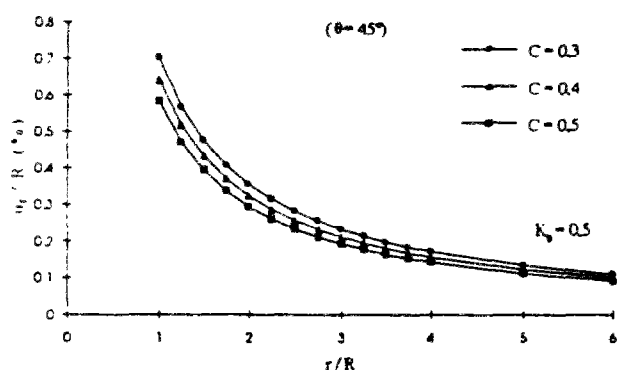


(a)

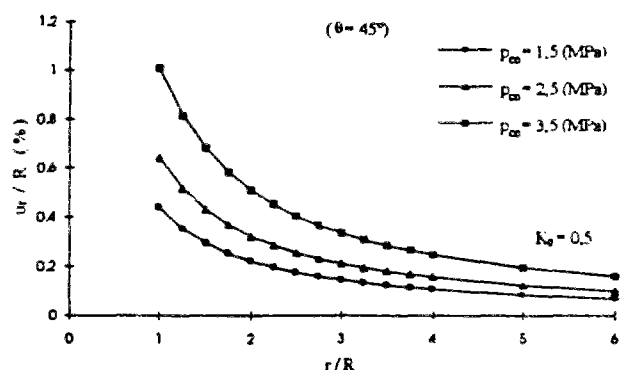


(b)

Figure B.7 Influence du module de cisaillement (a)  $G_0$  de l'hypothèse H3 et (b)  $G_n$  de l'hypothèse H4 (élasticité non-linéaire,  $K_0 = 0,5$  et  $\theta = 45^\circ$ ).

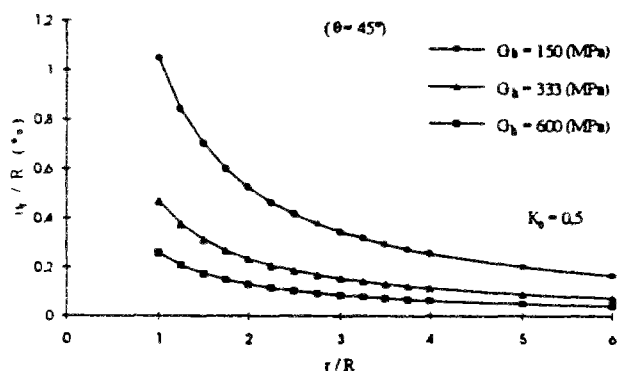


(a)

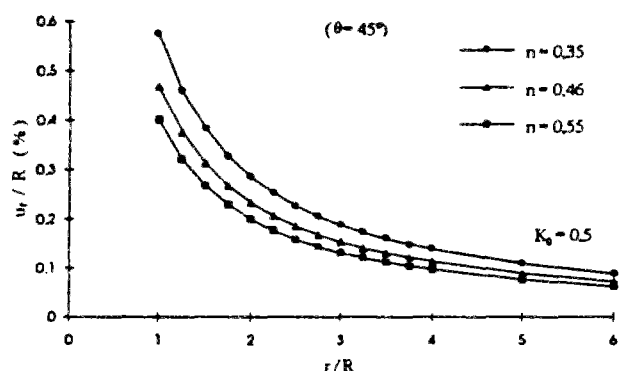


(b)

Figure B.8 Influence (a) du paramètre  $C$  et (b) du paramètre  $p_{co}$  de l'hypothèse H4 (élasticité non-linéaire,  $K_0 = 0,5$  et  $\theta = 45^\circ$ ).



(a)



(b)

Figure B.9 Influence (a) du paramètre  $G_h$  et (b) du paramètre  $n$  de l'hypothèse H5 (élasticité non-linéaire,  $K_0 = 0,5$  et  $\theta = 45^\circ$ ).

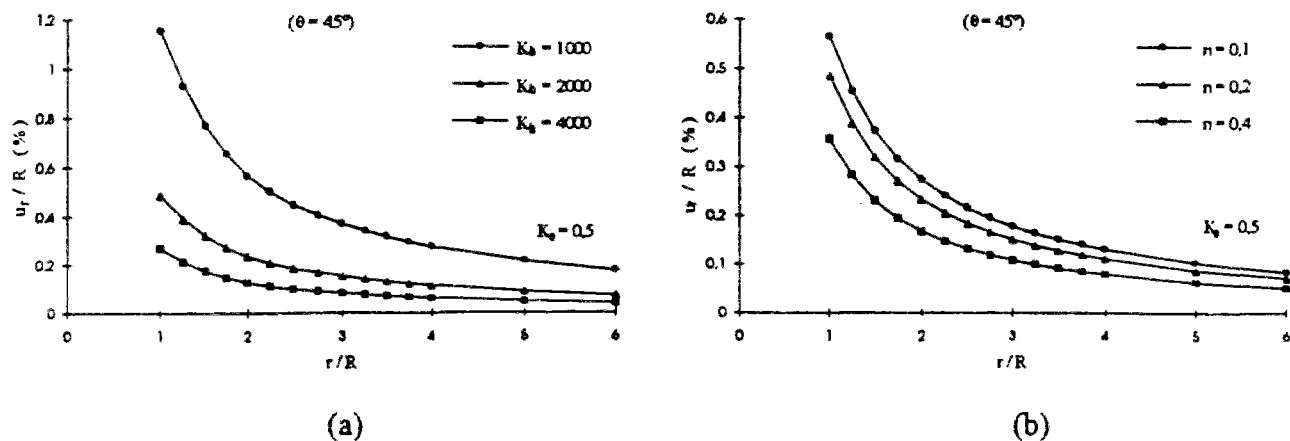


Figure B.10 Influence (a) du paramètre  $K_h$  et (b) du paramètre  $n$  du modèle hyperbolique (élasticité non-linéaire,  $K_0 = 0,5$  et  $\theta = 45^\circ$ , Duncan et Chang, 1970).

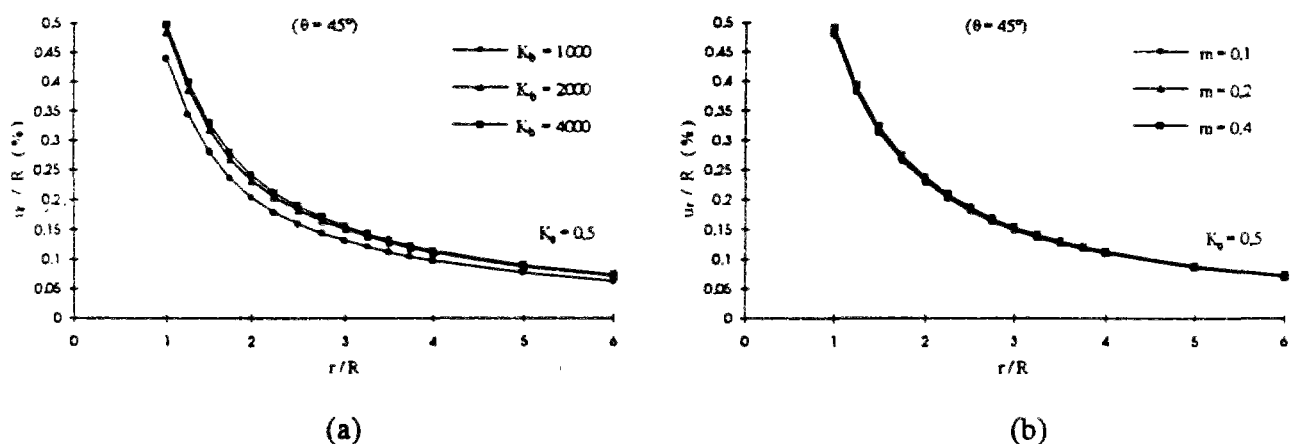


Figure B.11 Influence (a) du paramètre  $K_b$  et (b) du paramètre  $m$  du modèle hyperbolique (élasticité non-linéaire,  $K_0 = 0,5$  et  $\theta = 45^\circ$ , Duncan et Chang, 1970).

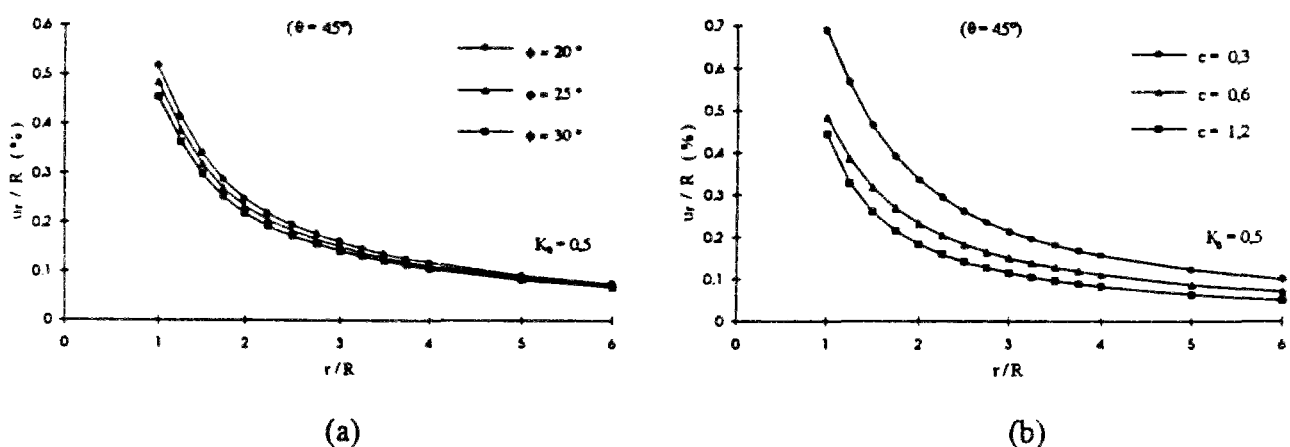
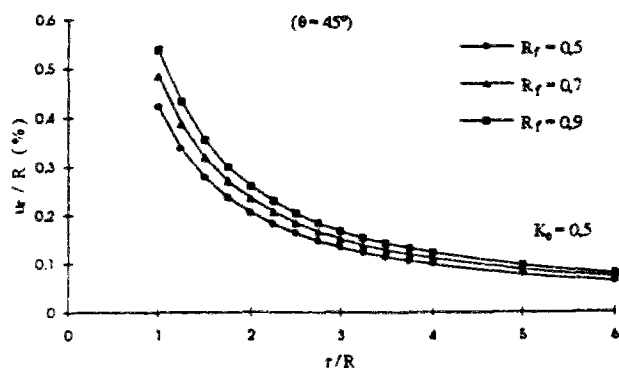
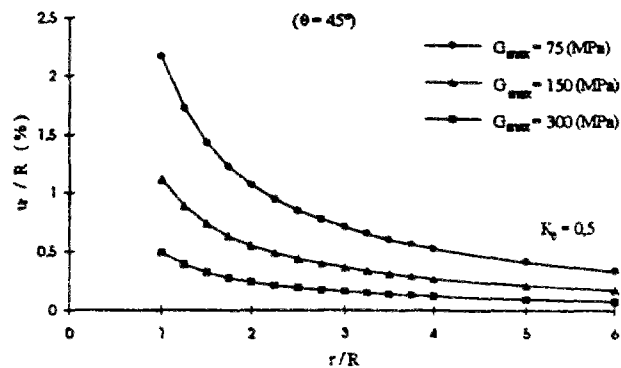


Figure B.12 Influence (a) de l'angle de frottement  $\phi$  et (b) de la cohésion  $c$  du modèle hyperbolique (élasticité non-linéaire,  $K_0 = 0,5$  et  $\theta = 45^\circ$ , Duncan et Chang, 1970).

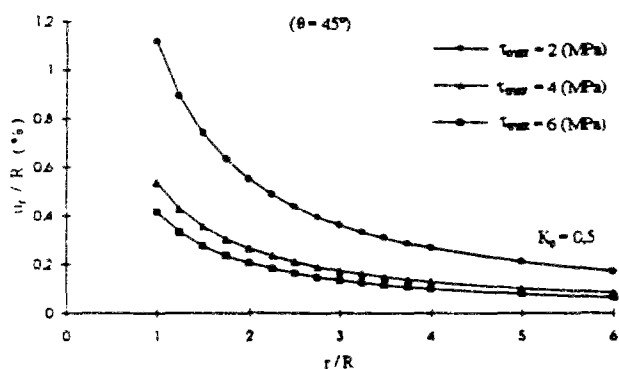


(a)

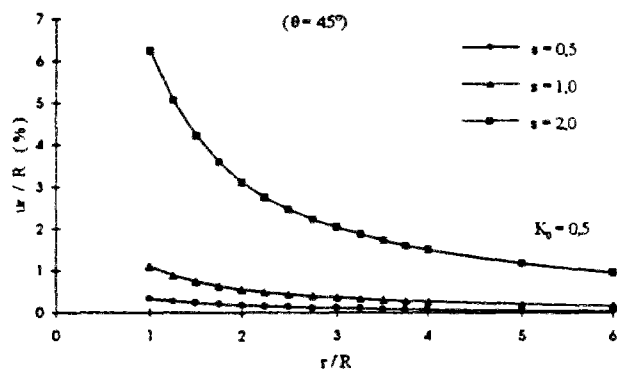


(b)

Figure B.13 Influence du paramètre (a)  $R_f$  du modèle Duncan et Chang (1970) et (b) du  $G_{max}$  du modèle Hardin et Drnevich (1972) (élasticité non-linéaire,  $K_0 = 0,5$  et  $\theta = 45^\circ$ ).

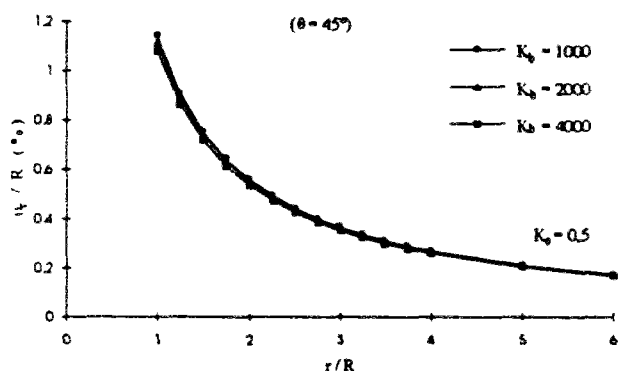


(a)

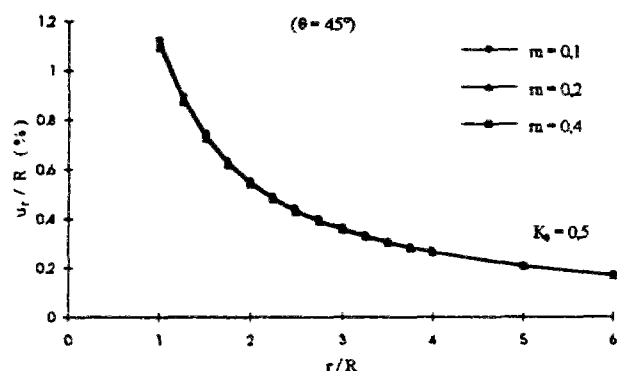


(b)

Figure B.14 Influence (a) du paramètre  $\tau_{max}$  et (b) du paramètre  $s$  du modèle hyperbolique (élasticité non-linéaire,  $K_0 = 0,5$  et  $\theta = 45^\circ$ , Hardin et Drnevich, 1972).



(a)



(b)

Figure B.15 Influence (a) du paramètre  $K_b$  et (b) du paramètre  $m$  du modèle hyperbolique (élasticité non-linéaire,  $K_0 = 0,5$  et  $\theta = 45^\circ$ , Hardin et Drnevich, 1972).



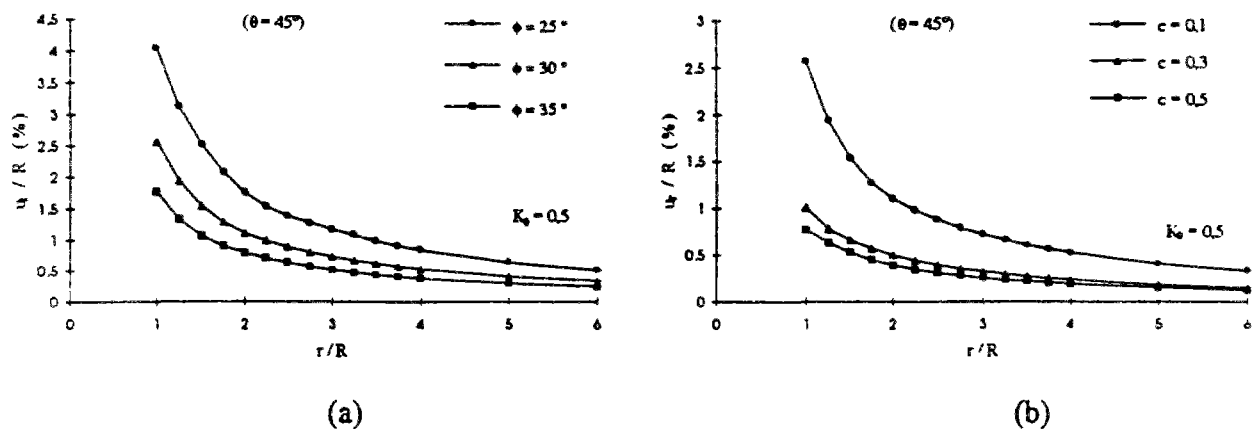


Figure B.16 Influence (a) de l'angle de frottement  $\phi$  et (b) de la cohésion  $c$  du critère de Mohr-Coulomb (élastoplasticité parfaite,  $K_0 = 0,5$  et  $\theta = 45^\circ$ ).

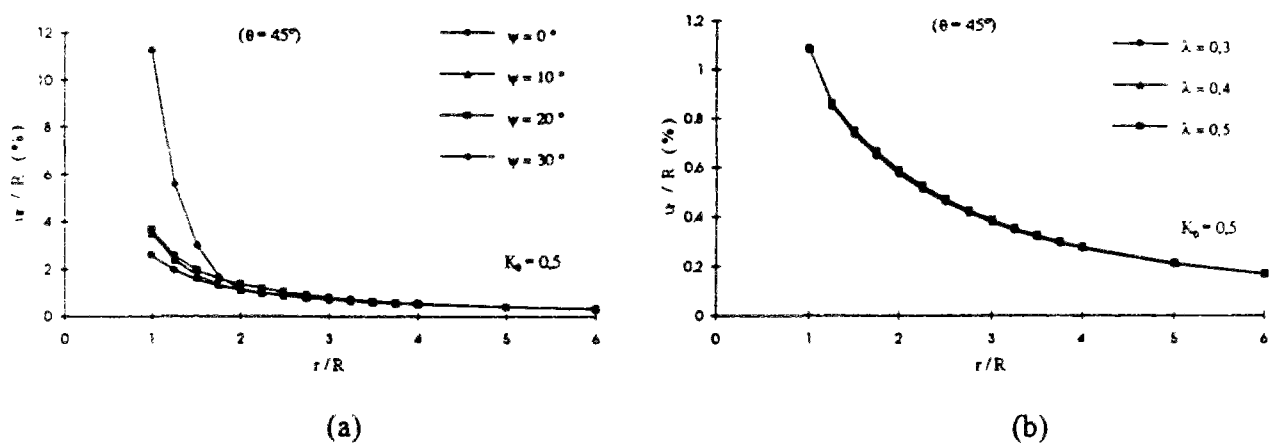


Figure B.17 Influence du paramètre (a)  $\psi$  du critère de Mohr-Coulomb et (b) du  $\lambda$  du modèle Cam-Clay modifié (1968) (élastoplasticité,  $K_0 = 0,5$  et  $\theta = 45^\circ$ ).

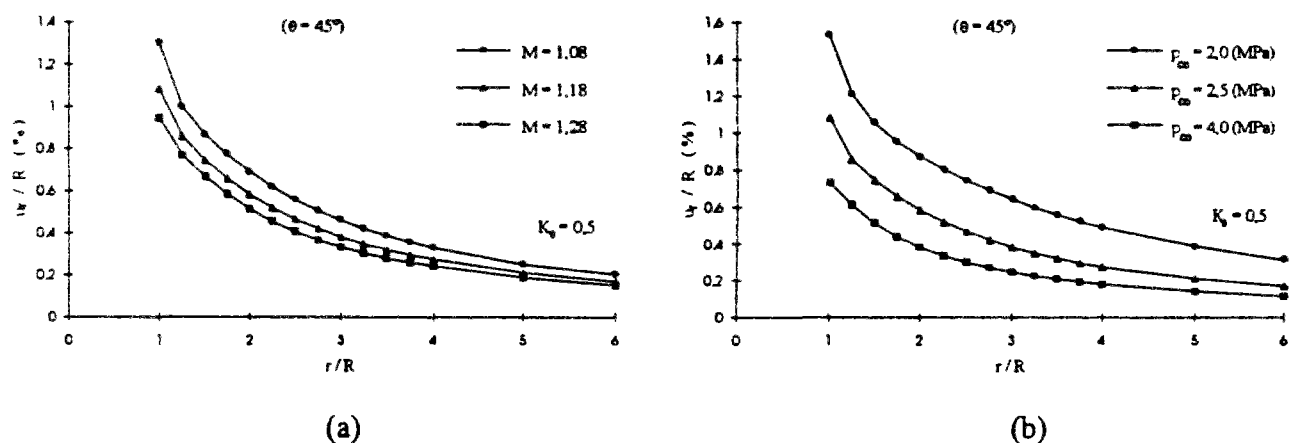
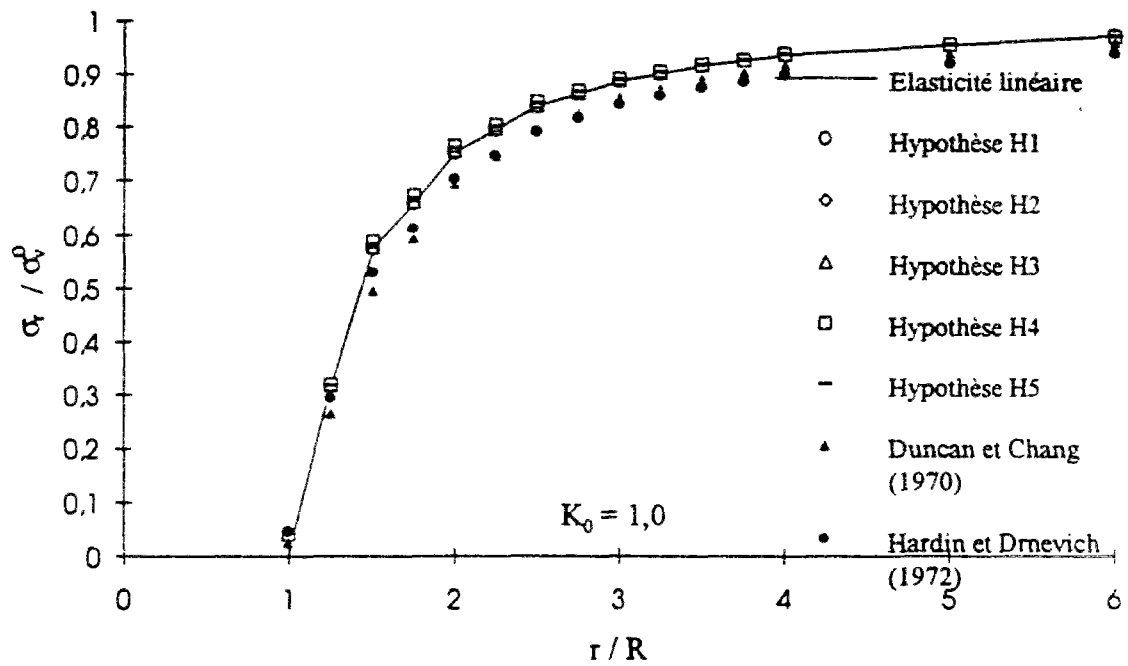
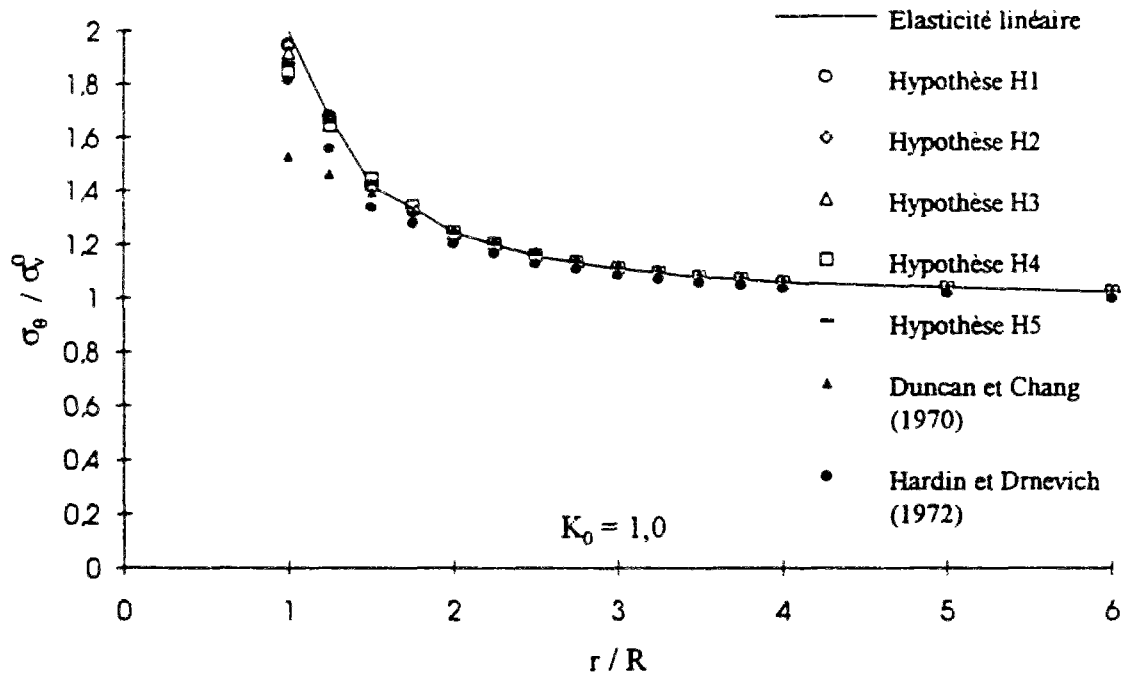


Figure B.18 Influence (a) du paramètre  $M$  et (b) du paramètre  $p_{co}$  du modèle Cam-Clay modifié (1968) (élastoplasticité avec écoulement,  $K_0 = 0,5$  et  $\theta = 45^\circ$ ).

### B.3 Distributions de contraintes pour l'état de contrainte initiale isotrope

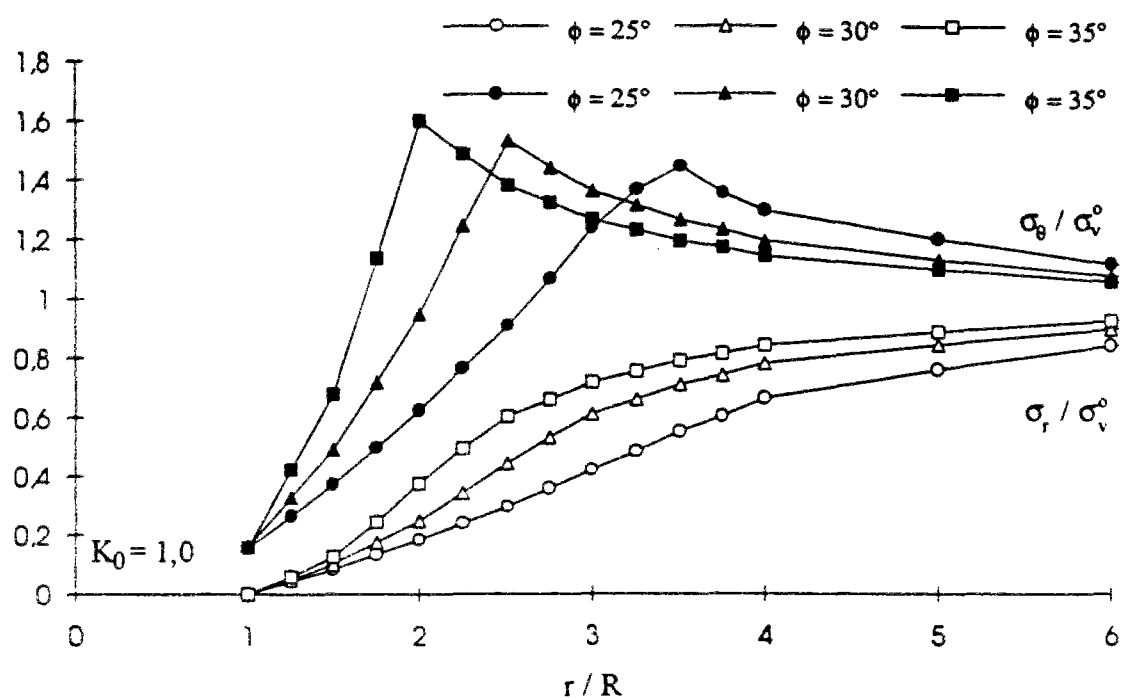


(a)

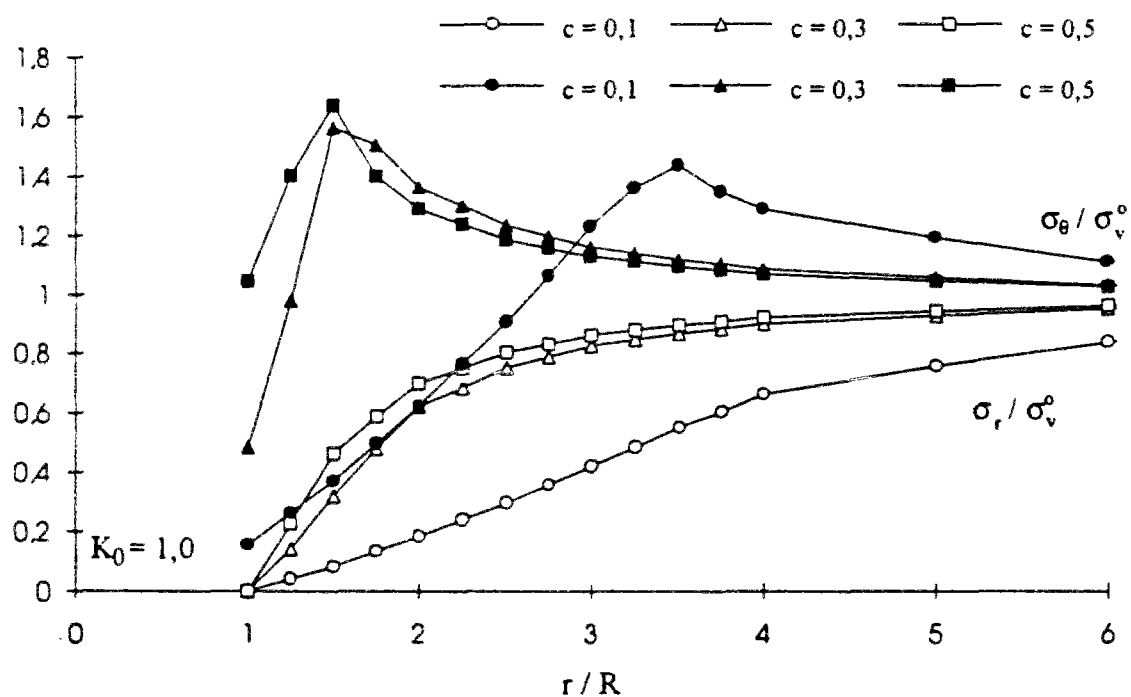


(b)

Figure B.19 Distributions des contraintes obtenues par un calcul élastique linéaire et non-linéaire ( $K_0 = 1,0$ ) (a) contrainte radiale  $\sigma_r$  (b) contrainte tangentielle  $\sigma_\theta$ .



(a)



(b)

Figure B.20 Influence des paramètres du modèle élastoplastique avec critère Mohr-Coulomb sur le calcul des distributions de contraintes ( $K_0 = 1,0$ ) (a) angle de frottement  $\phi$  (b) cohésion  $c$ .

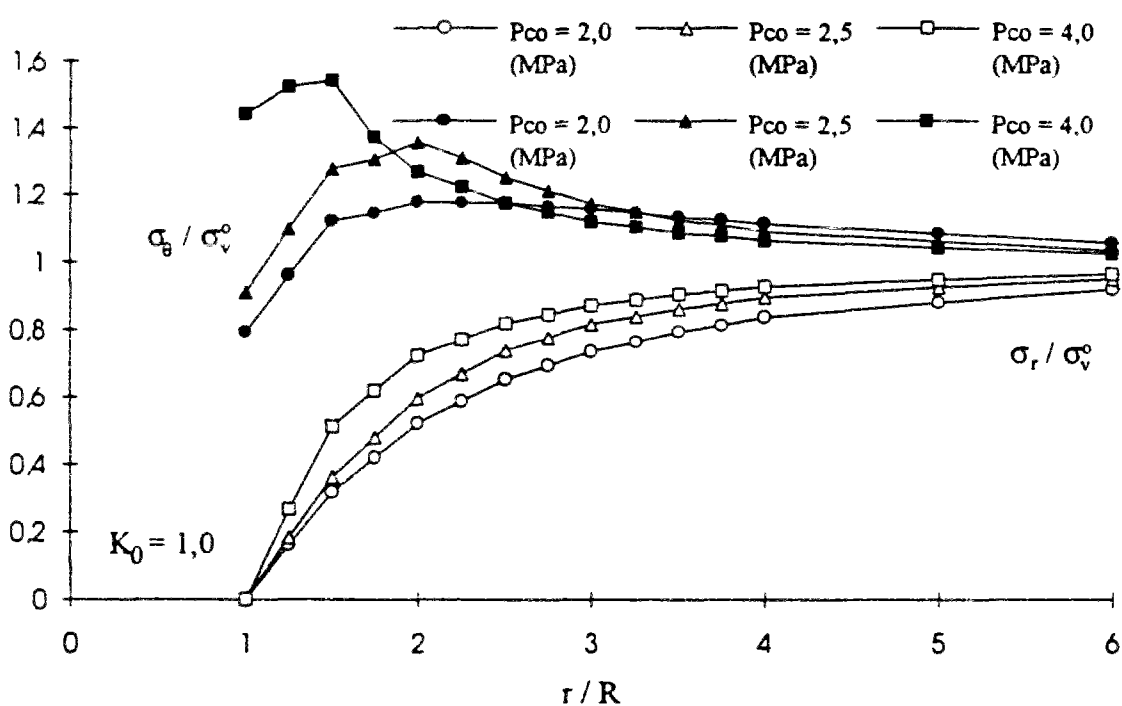
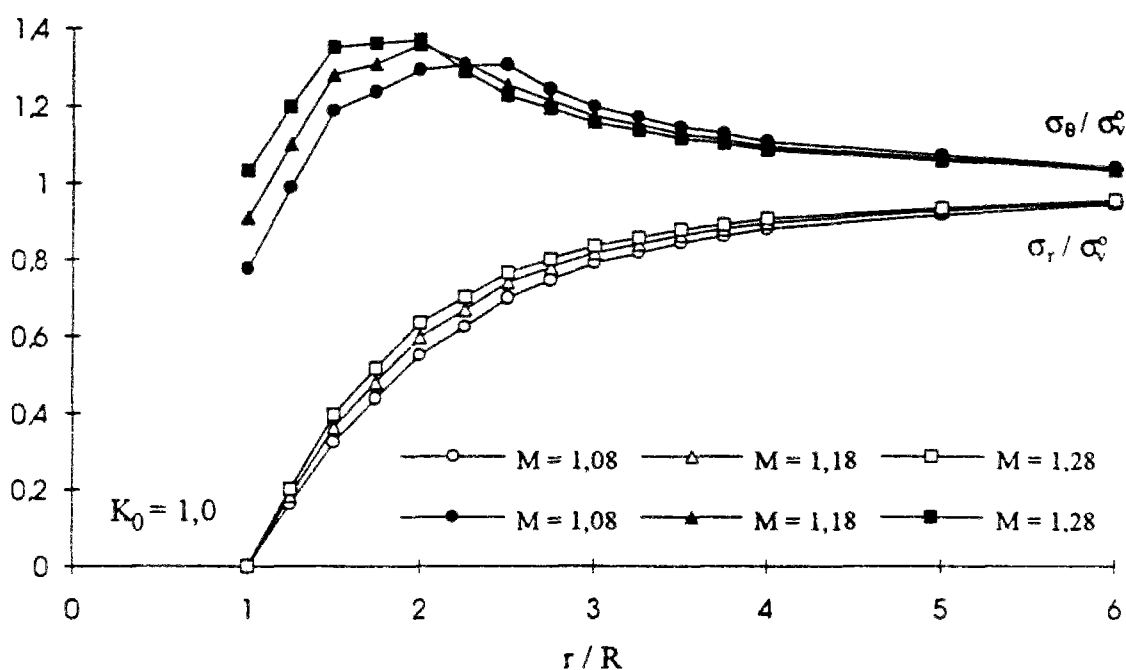


Figure B.21 Influence des paramètres du modèle Cam-Clay sur le calcul des distributions de contraintes ( $K_0 = 1,0$ ) (a) paramètre  $M$  (b) paramètre  $p_{co}$ .

#### B.4 Distributions de déplacements pour l'état de contrainte initiale isotrope

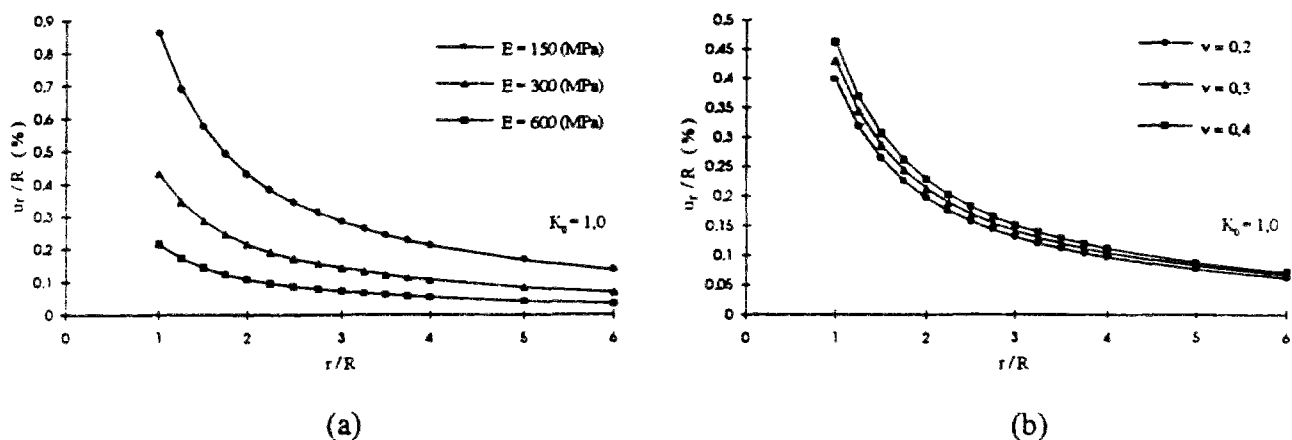


Figure B.22 Influence (a) du module d'Young  $E$  et (b) du coefficient de Poisson  $\nu$  de la loi de Hooke (élasticité linéaire,  $K_0 = 1,0$ ).

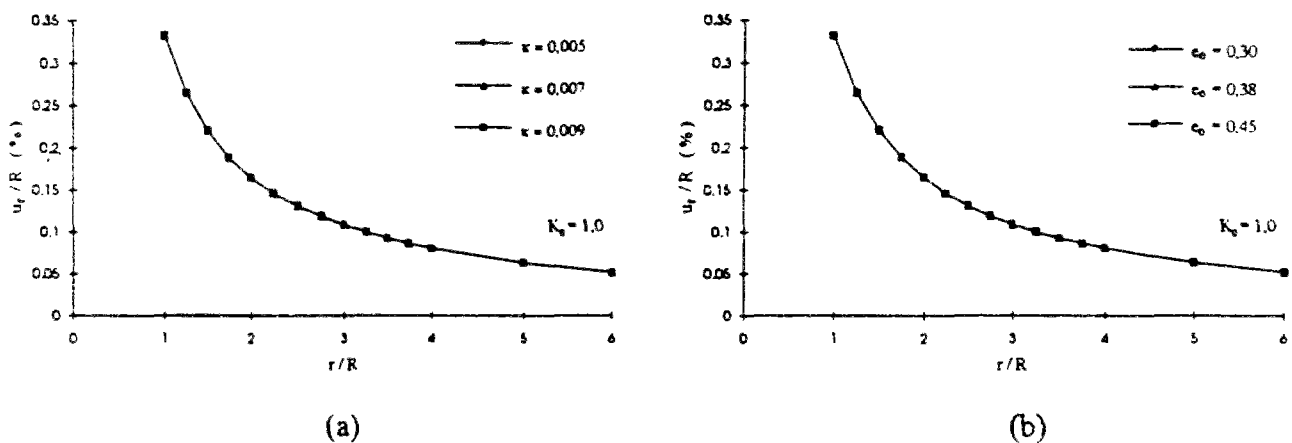


Figure B.23 Influence (a) du paramètre  $\kappa$  et (b) du paramètre  $e_0$  du module volumique  $K$  (élasticité non-linéaire,  $K_0 = 1,0$ ).

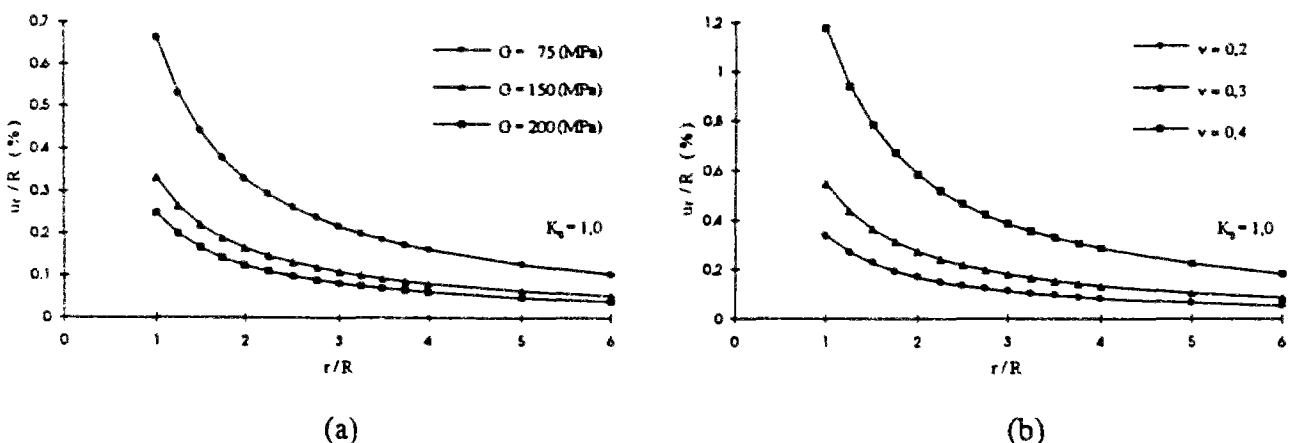
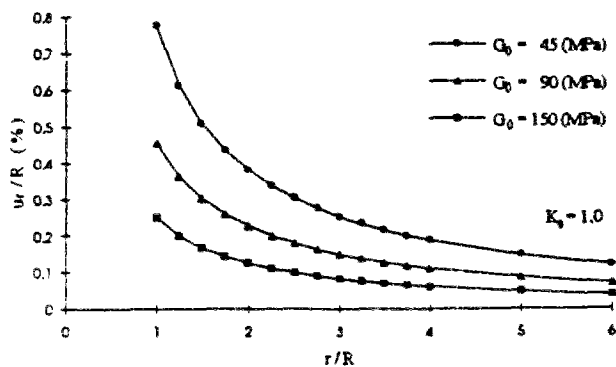
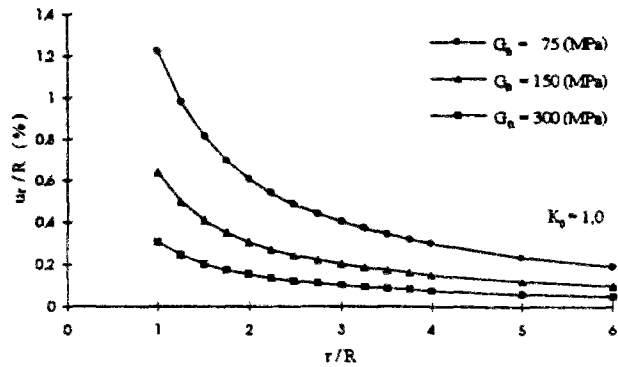


Figure B.24 Influence (a) du module de cisaillement  $G$  de l'hypothèse H1 et (b) du coefficient de Poisson  $\nu$  de l'hypothèse H2 (élasticité non-linéaire,  $K_0 = 1,0$ ).

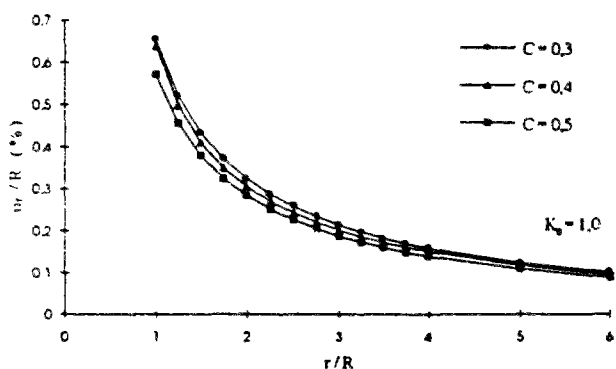


(a)

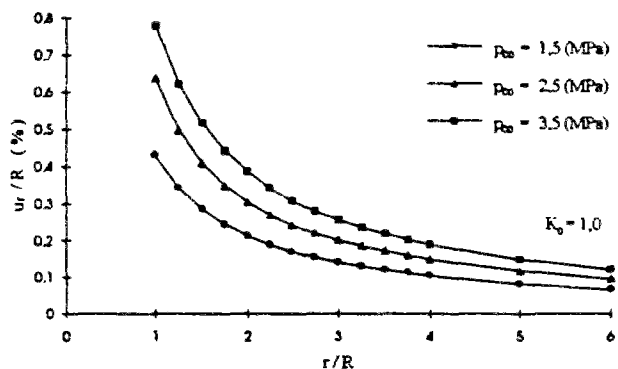


(b)

Figure B.25 Influence du module de cisaillement (a)  $G_0$  de l'hypothèse H3 et (b)  $G_n$  de l'hypothèse H4 (élasticité non-linéaire,  $K_0 = 1,0$ ).

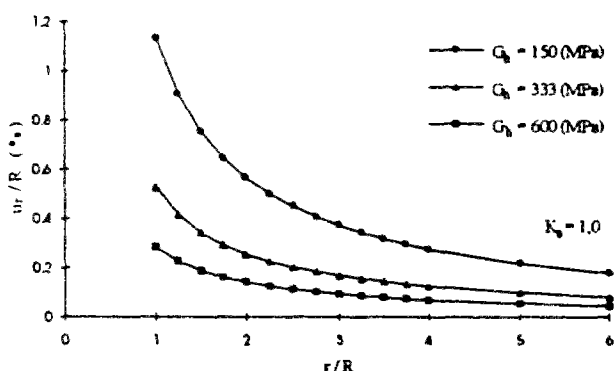


(a)

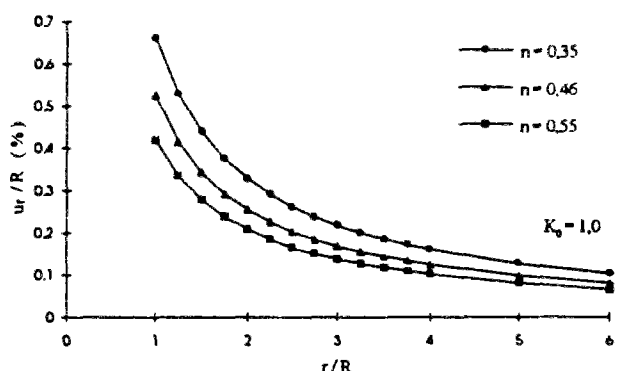


(b)

Figure B.26 Influence (a) du paramètre  $C$  et (b) du paramètre  $p_{c0}$  de l'hypothèse H4 (élasticité non-linéaire,  $K_0 = 1,0$ ).



(a)



(b)

Figure B.27 Influence (a) du paramètre  $G_h$  et (b) du paramètre  $n$  de l'hypothèse H5 (élasticité non-linéaire,  $K_0 = 1,0$ ).

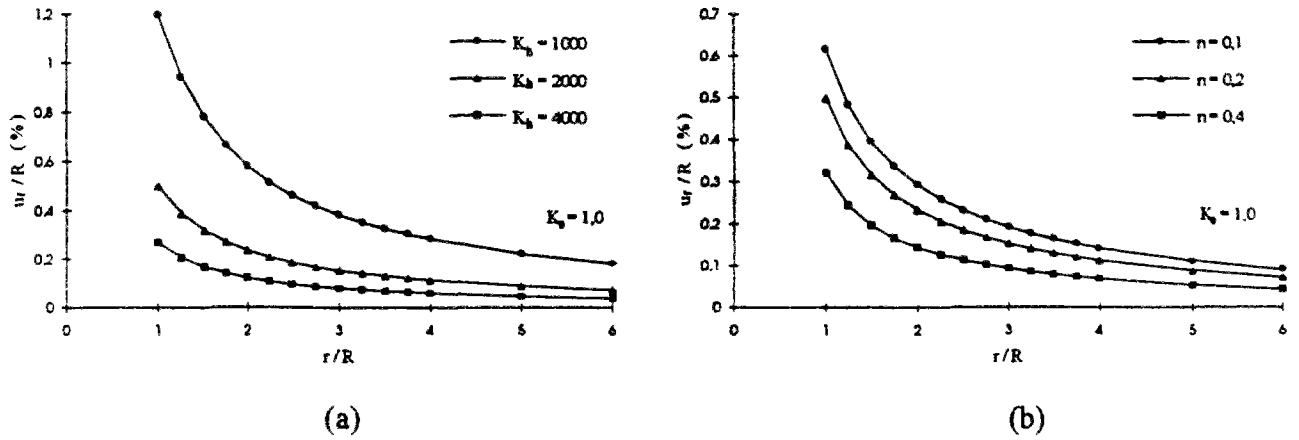


Figure B.28 Influence (a) du paramètre  $K_b$  et (b) du paramètre  $n$  du modèle hyperbolique (élasticité non-linéaire,  $K_0 = 1,0$ , Duncan et Chang, 1970).

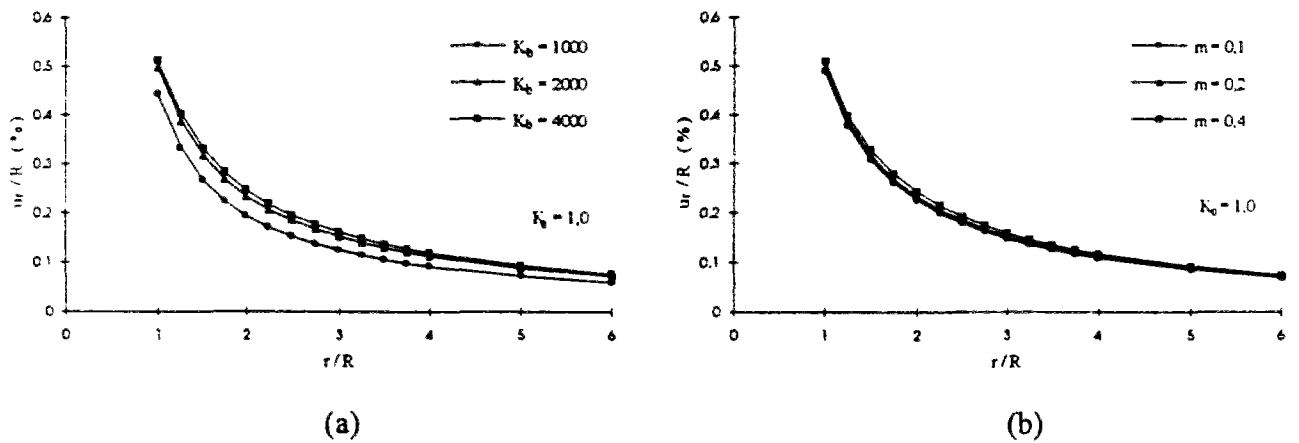


Figure B.29 Influence (a) du paramètre  $K_b$  et (b) du paramètre  $m$  du modèle hyperbolique (élasticité non-linéaire,  $K_0 = 1,0$ , Duncan et Chang, 1970).

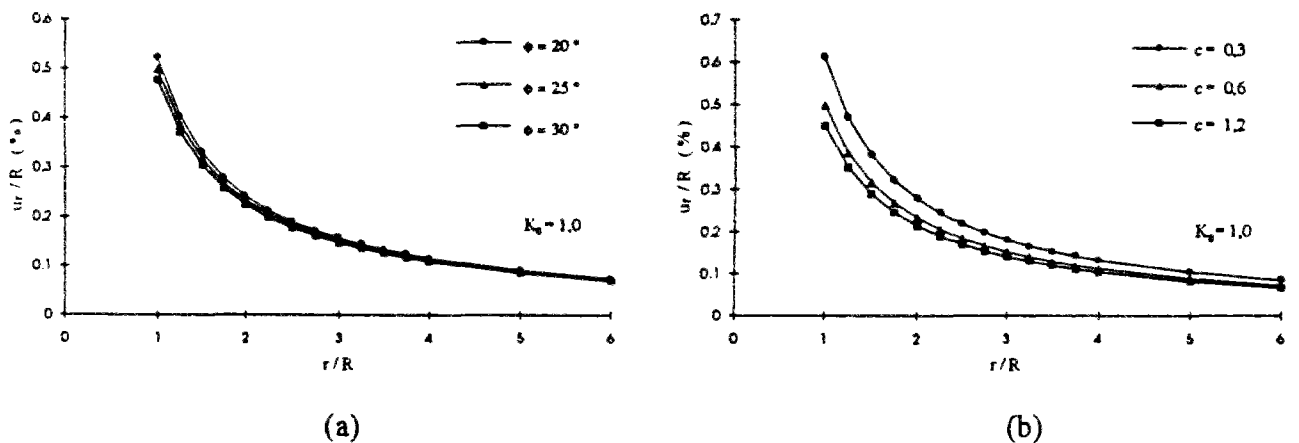
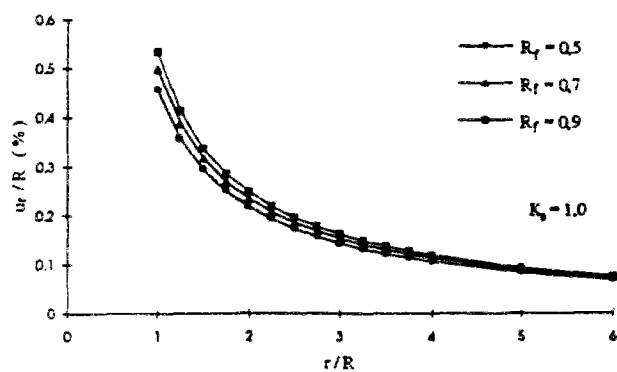
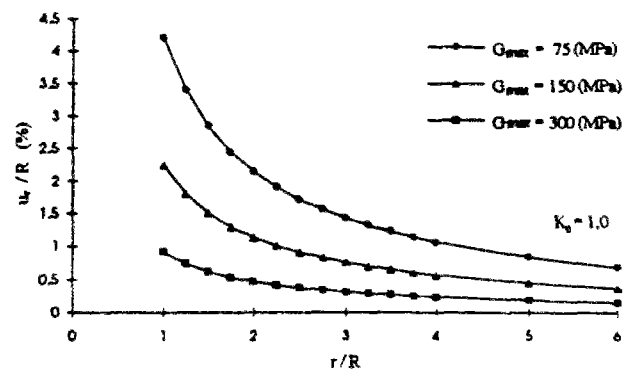


Figure B.30 Influence (a) de l'angle de frottement  $\phi$  et (b) de la cohésion  $c$  du modèle hyperbolique (élasticité non-linéaire,  $K_0 = 1,0$ , Duncan et Chang, 1970).

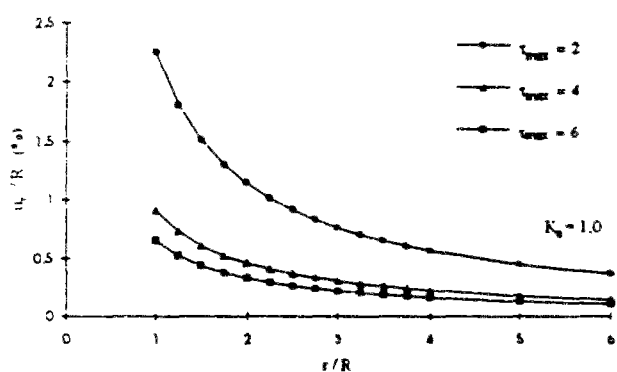


(a)

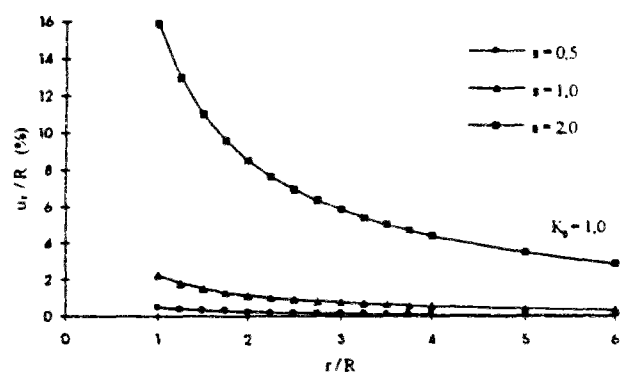


(b)

Figure B.31 Influence du paramètre (a)  $R_f$  du modèle Duncan et Chang (1970) et (b) du  $G_{max}$  du modèle Hardin et Drnevich (1972) (élasticité non-linéaire,  $K_0 = 1,0$ ).

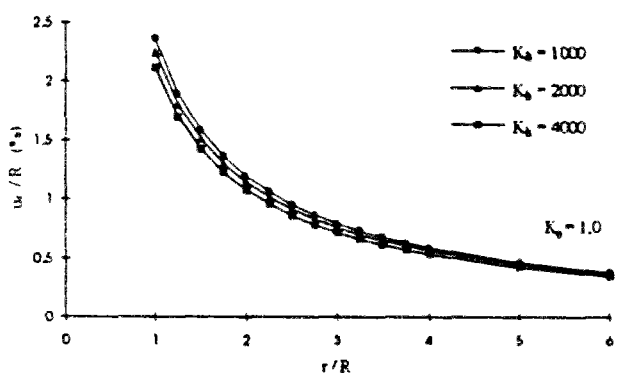


(a)

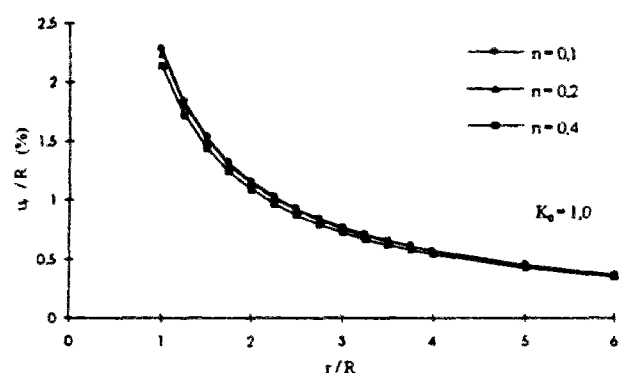


(b)

Figure B.32 Influence (a) du paramètre  $\tau_{max}$  et (b) du paramètre  $s$  du modèle hyperbolique (élasticité non-linéaire,  $K_0 = 1,0$ , Hardin et Drnevich, 1972).



(a)



(b)

Figure B.33 Influence (a) du paramètre  $K_b$  et (b) du paramètre  $m$  du modèle hyperbolique (élasticité non-linéaire,  $K_0 = 1,0$ , Hardin et Drnevich, 1972).



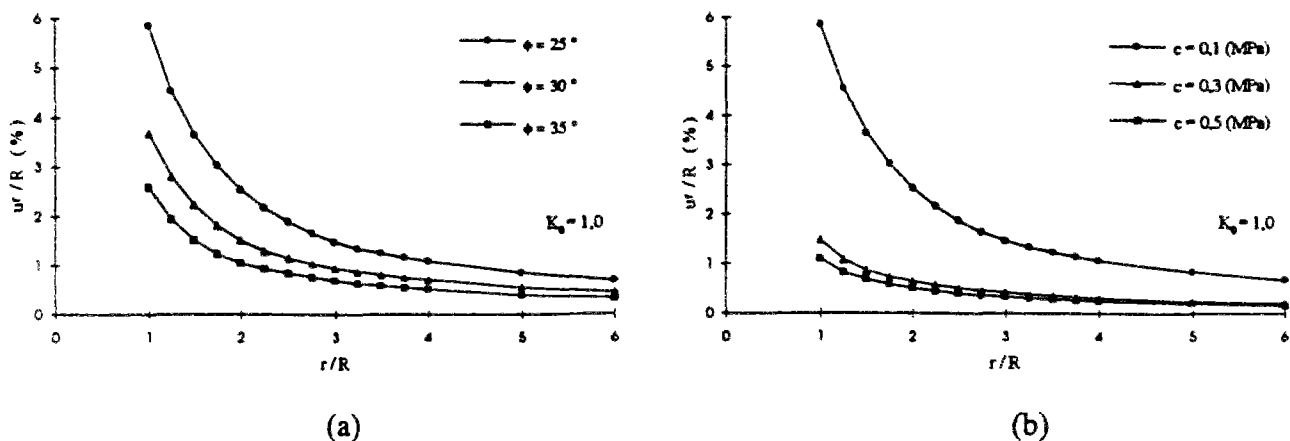


Figure B.34 Influence (a) de l'angle de frottement  $\phi$  et (b) de la cohésion  $c$  du critère de Mohr-Coulomb (élastoplasticité parfaite,  $K_0 = 1,0$ ).

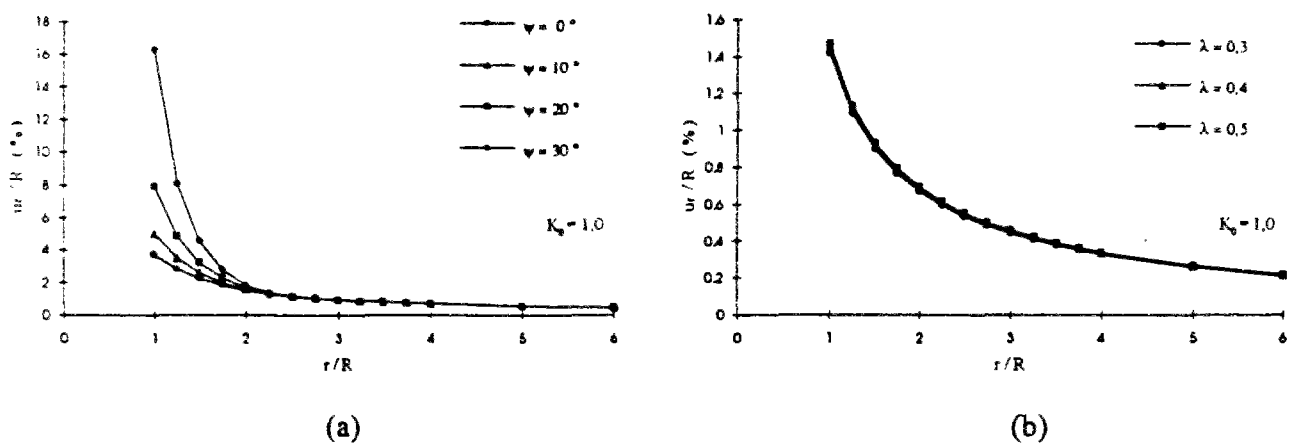


Figure B.35 Influence du paramètre (a)  $\psi$  du critère de Mohr-Coulomb et (b) du  $\lambda$  du modèle Cam-Clay modifié (1968) (élastoplasticité,  $K_0 = 1,0$ ).

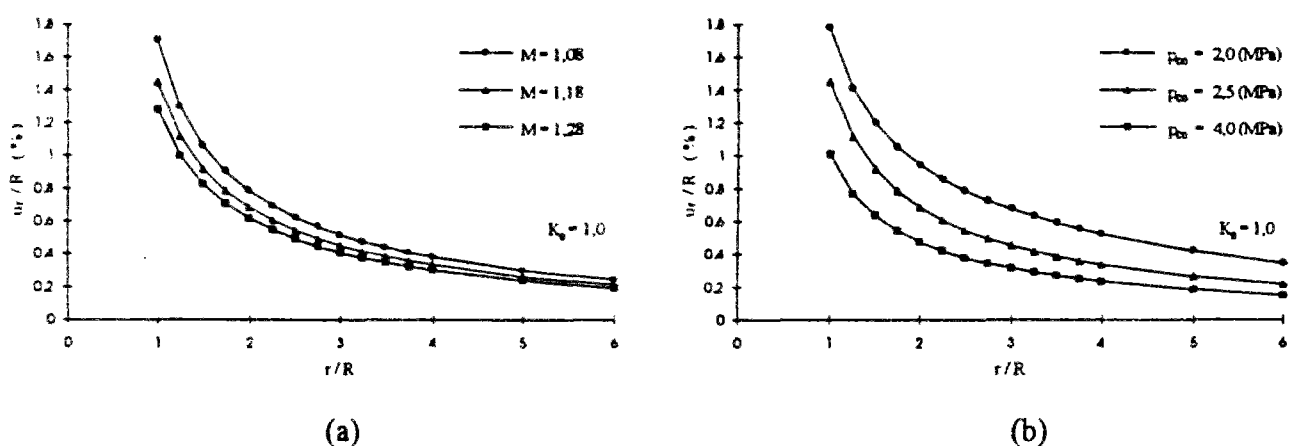


Figure B.36 Influence (a) du paramètre  $M$  et (b) du paramètre  $p_{co}$  du modèle Cam-Clay modifié (1968) (élastoplasticité avec écrouissage,  $K_0 = 1,0$ ).

## **ANNEXE C**

### **Exemple de résultats de calculs**

**C1 - Simulation du creusement d'une galerie circulaire  
dans un milieu élastique non-linéaire  
(hypothèse H4)**



## Jeu de données pour un état de contraintes initiales anisotropes

EXEC  
ILIG  
COMT

CESAR-LCPC Version 3.0.0	
Mise en contrainte initiale anisotrope ( $K_0=0.5$ , $\sigma_v = -1.0$ MPa)	
Nom de l'ETUDE :	ts
Nom du CALCUL :	sig05
Familles :	1
Module :	MCNL
383 noeuds, 2 groupe(s) et 128 éléments (78 MBQ8 et 50 MBT6)	

COOR

2 1

ELEM

2 1

marne (groupe 1)

97 1 0.21000E-01 0.30000E+03 0.30000E+00  
0.40E-01 0.70E-02 0.1180E+01 0.380E+00 0.250E+01 5 150. 0.3942 0.

marne (groupe 2)

97 1 0.21000E-01 0.30000E+03 0.30000E+00  
0.40E-01 0.70E-02 0.1180E+01 0.380E+00 0.250E+01 5 150. 0.3942 0.

COND

2

NUL

2

50

77 80 82 85 87 90 92 95 97 100 117 120 137 140 157 160  
177 180 197 200 217 220 237 240 267 271 273 274 275 276 281 282  
283 284 287 303 312 315 316 318 320 321 322 323 324 337 341 345  
349 353

1 0

2

50

1 3 7 9 19 21 37 39 61 63 101 103 121 123 141 143  
161 163 181 183 201 203 221 223 241 243 245 274 314 320 325 326  
327 328 354 355 359 363 367 275 276 277 278 279 280 290 292 296  
299 302

0 1

0

CHAR

2

SIG

0 0

1

2

1 2

-0.50000E+00 -0.10000E+01 0.00000E+00 -0.50000E+00

IMPR

2 2

MCNL

2

1 3000 0.10000E-05

1

0.10000E+01

STK

ts\_rs05.resu

## Jeux des données pour le creusement d'une galerie circulaire

EXEC  
ILIG  
COMT

CESAR-LCPC Version 3.0.0	
Creusement d'une galerie circulaire dans un milieu élastique non linéaire (hypothèse H4)	
Nom de l'ETUDE : ts	
Nom du CALCUL : teu2	
Familles : 1 et Module : MCNL	
383 noeuds, 2 groupe(s) et 128 éléments (78 MBQ8 et 50 MBT6)	

COOR

2 1

ELEM

2 1

marne

97 1 0.21000E-01 0.30000E+03 0.30000E+00  
0.40E-01 0.70E-02 0.1180E+01 0.380E+00 0.250E+01 5 150. 0.3942 0.

marne excavé

1 1 0. 0. 0.

COND

2

NUL

2

50

77 80 82 85 87 90 92 95 97 100 117 120 137 140 157 160  
177 180 197 200 217 220 237 240 267 271 273 274 275 276 281 282  
283 284 287 303 312 315 316 318 320 321 322 323 324 337 341 345  
349 353

1 0

2

50

1 3 7 9 19 21 37 39 61 63 101 103 121 123 141 143  
161 163 181 183 201 203 221 223 241 243 245 274 314 320 325 326  
327 328 354 355 359 363 367 275 276 277 278 279 280 290 292 296  
299 302

0 1

0

CHAR

2

LAM

6 3

80 76 78 76 49 50 49 28 29 28 13 14  
13 4 5 4 1 2

1

-2

1

ts\_sig05.resu

IMPR

2 2

MCNL

2

10 3000 0.10000E-05

1

0.10000E+00 0.20000E+00 0.30000E+00 0.40000E+00 0.50000E+00  
0.60000E+00 0.70000E+00 0.80000E+00 0.90000E+00 0.10000E+01

INI

ts\_rs05.resu

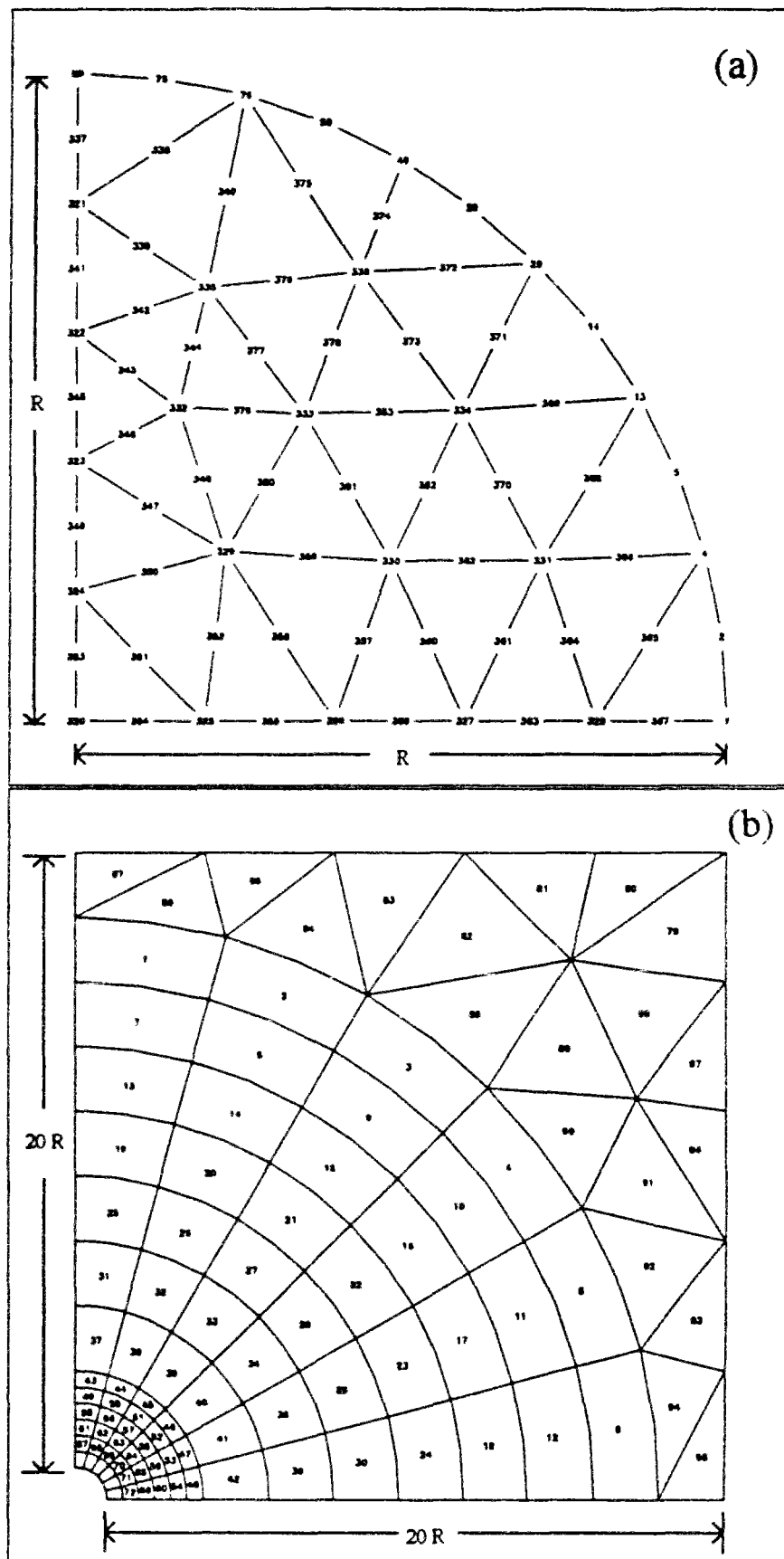


Figure C1 Maillage utilisé pour le calcul (a) partie excavée  
(b) géométrie de finale (galerie achevée).

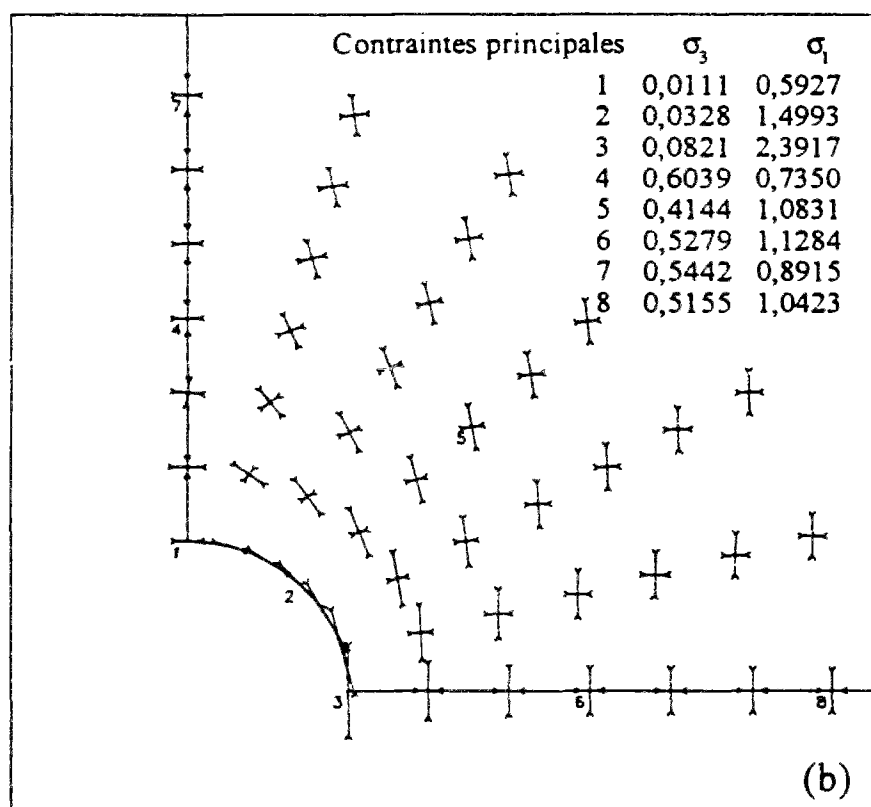
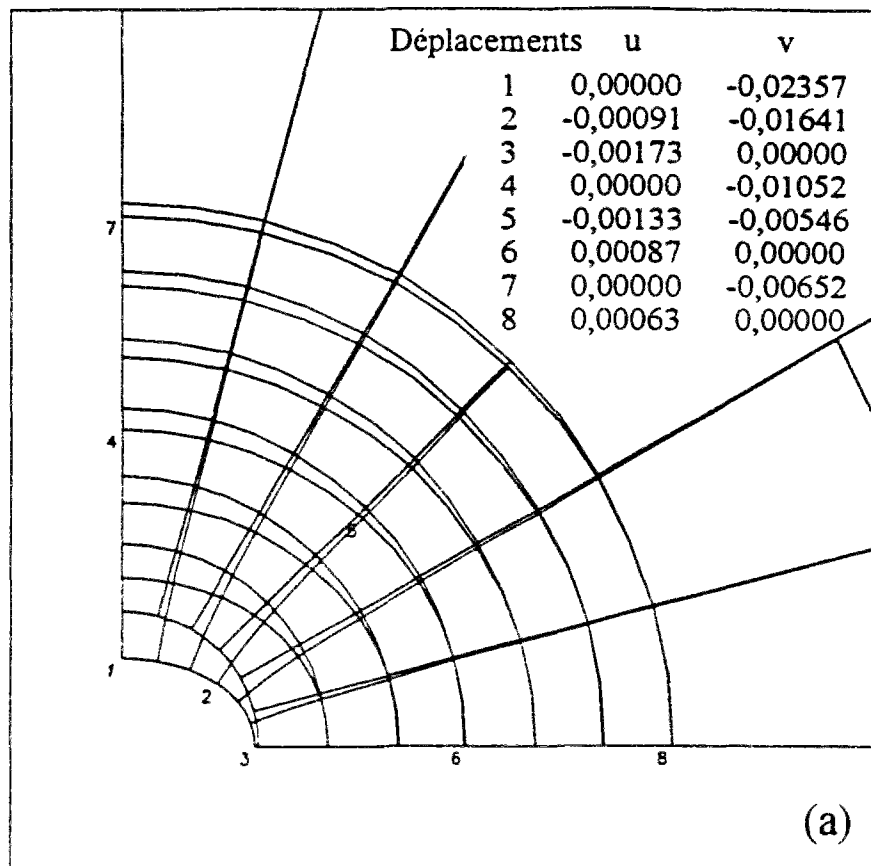


Figure C2 Etat d'équilibre du massif après creusement (a) maillage déformé (déplacements vertical  $v$  et horizontal  $u$ ) (b) contraintes principales mineure  $\sigma_3$  et majeure  $\sigma_1$ .

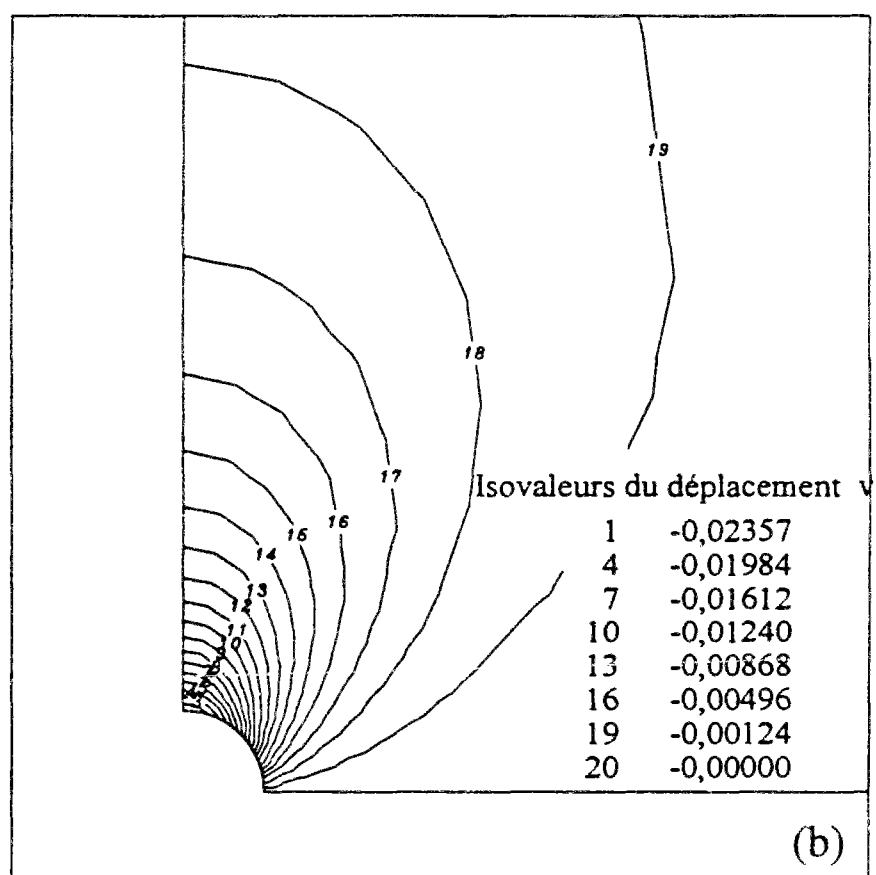
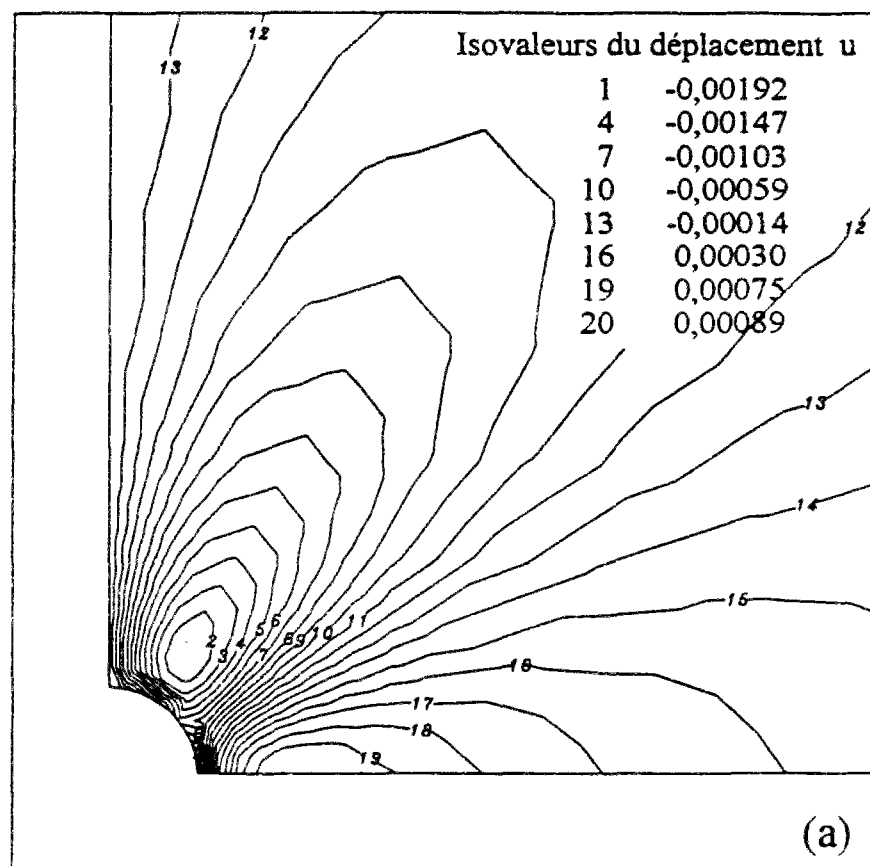


Figure C3 Isovaleurs des déplacements (a) horizontal u (b) vertical v.



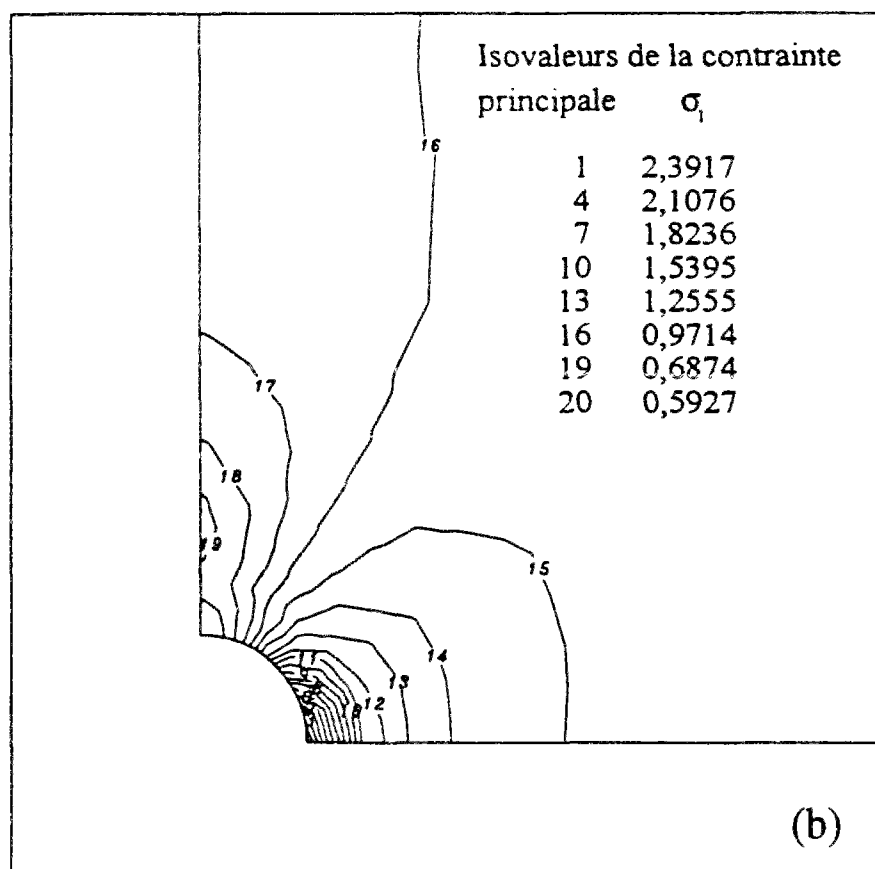
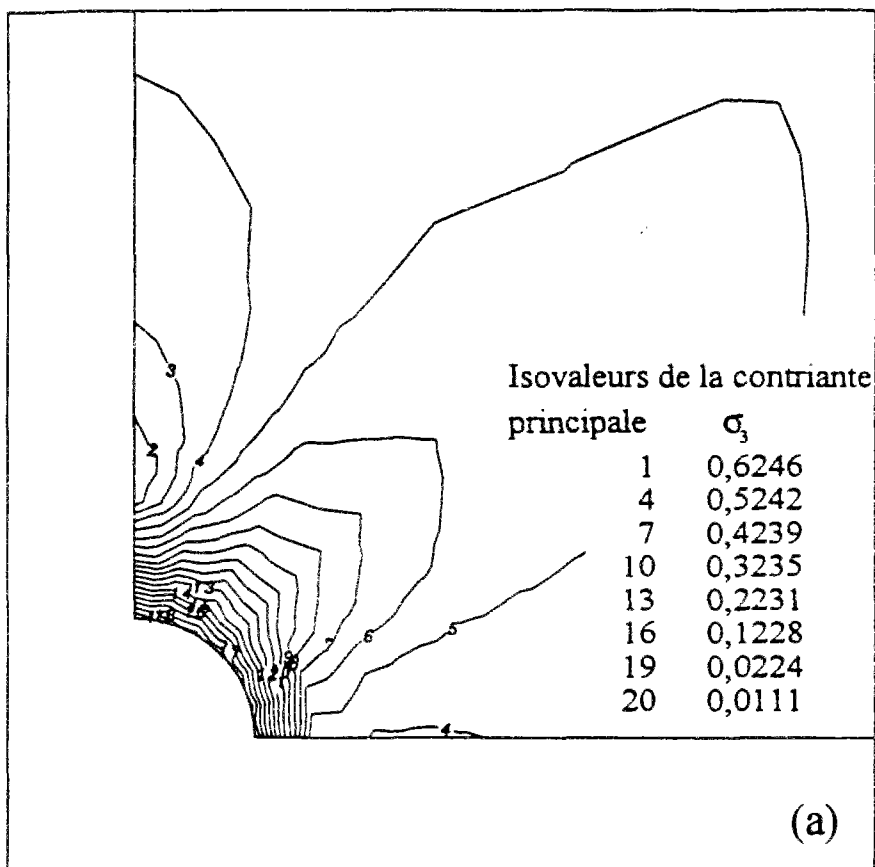


Figure C4 Isovaleurs des contraintes principales (a) mineure  $\sigma_3$  (b) majeure  $\sigma_1$ .

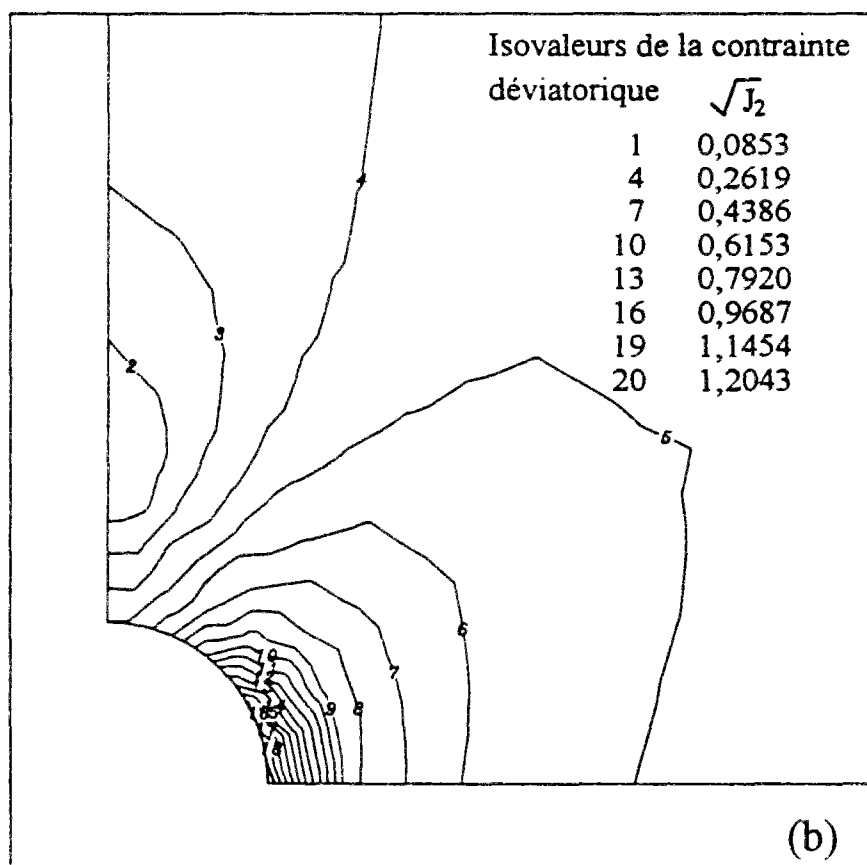
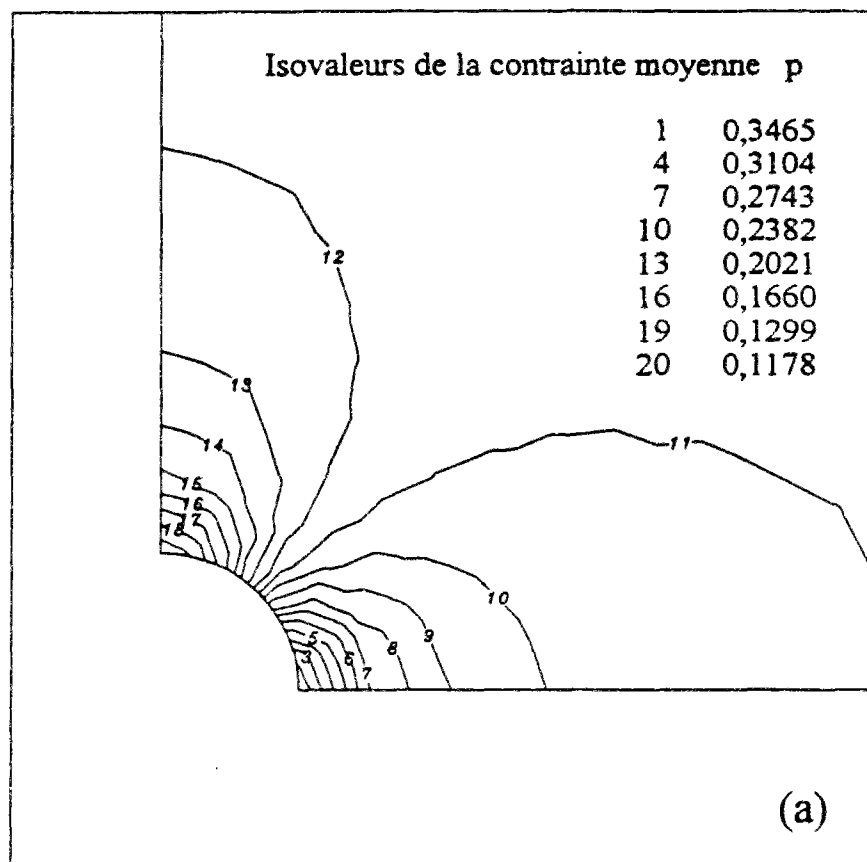


Figure C5 Isovaleurs des contraintes (a) moyenne  $p$  (b) déviatorique  $\sqrt{J_2}$ .

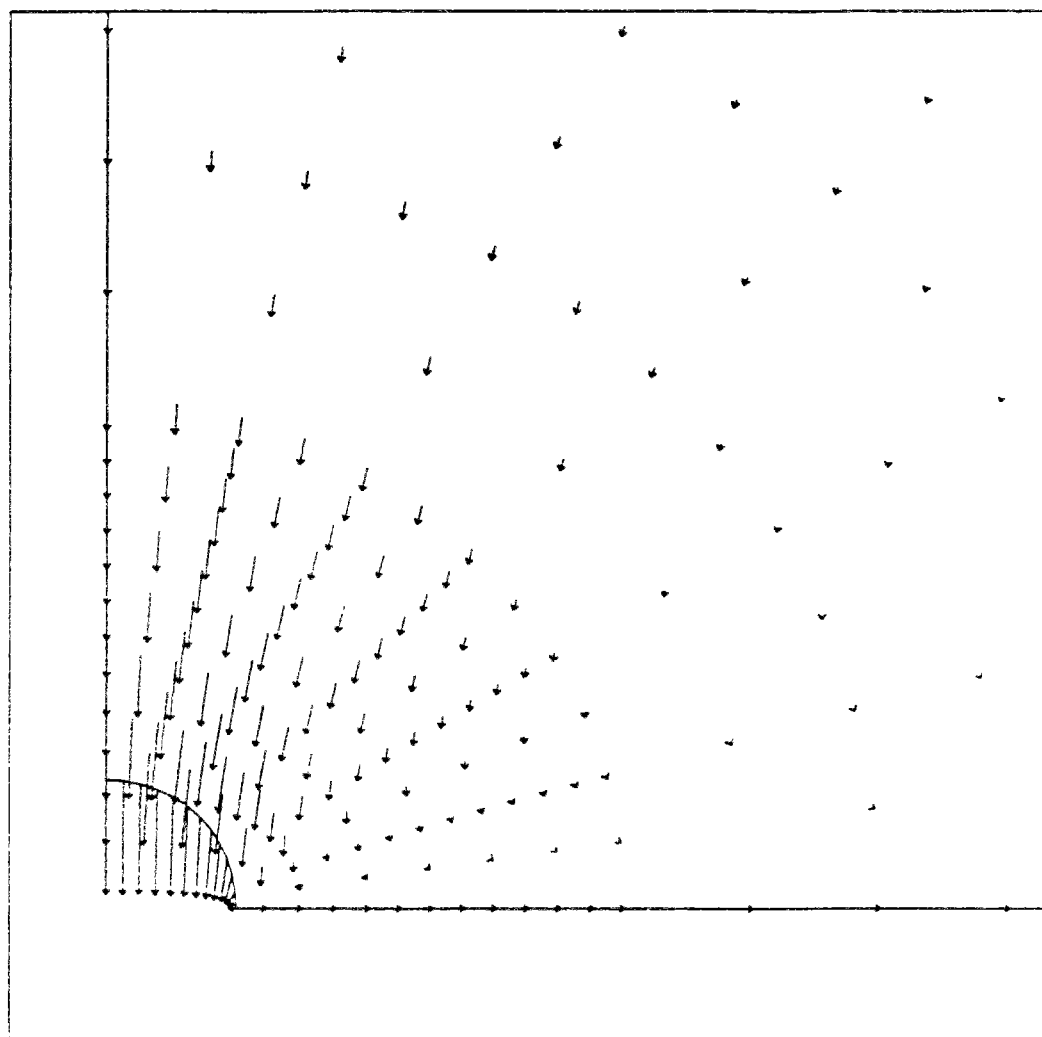


Figure C6 Champ de déplacements

### **Exemple de résultats de calculs**

**C2 - Simulation du creusement d'une galerie circulaire  
dans un milieu élastoplastique avec écoulement  
(modèle Cam-Clay modifié)**



**Jeu de données pour le creusement d'une galerie circulaire dans un milieu élastoplastique avec écrouissage (modèle Cam-Clay modifié)**

EXEC  
ILIG  
COMT

CESAR-LCPC Version 3.0.0

Creusement d'une galerie circulaire dans un milieu élastoplastique avec écrouissage  
modèle Cam-Clay modifié avec élasticité non linéaire (hypothèse H4)

Contrainte initiale anisotrope ( $K_0=0.5$  ,  $\sigma_v=-2.0$  MPa).

Nom de l'ETUDE : ts

Nom du CALCUL : tpx1

Familles : 1

Module : MCNL

383 noeuds, 2 groupe(s) et 128 éléments (78 MBQ8 et 50 MBT6)

COOR

2 1

ELEM

2 1

marne

98 1 0.21000E-01 0.30000E+03 0.30000E+00

0.40E-01 0.70E-02 0.1180E+01 0.380E+00 0.250E+01 5 150. 0.3942. 0.

marne excavé

1 1 0. 0. 0.

COND

2

NUL

2

50

77 80 82 85 87 90 92 95 97 100 117 120 137 140 157 160

177 180 197 200 217 220 237 240 267 271 273 274 275 276 281 282

283 284 287 303 312 315 316 318 320 321 322 323 324 337 341 345

349 353

1 0

2

50

1 3 7 9 19 21 37 39 61 63 101 103 121 123 141 143

161 163 181 183 201 203 221 223 241 243 245 274 314 320 325 326

327 328 354 355 359 363 367 275 276 277 278 279 280 290 292 296

299 302

0 1

0

CHAR

2

SIG

0 0

1

```

2
1 2
-0.50000E+00 -0.20000E+01 0.00000E+00 -0.50000E+00
CHAR
2
LAM
6 3
80 76 78 76 49 50 49 28 29 28 13 14
13 4 5 4 1 2
1
-2
1
ts_sg05a.resu
IMPR
2 2
MCNL
2
10 3000 0.10000E-05
1
0.10000E+00 0.20000E+00 0.30000E+00 0.40000E+00 0.50000E+00
0.60000E+00 0.70000E+00 0.80000E+00 0.90000E+00 0.10000E+01
0.10000E+00 0.20000E+00 0.30000E+00 0.40000E+00 0.50000E+00
0.60000E+00 0.70000E+00 0.80000E+00 0.90000E+00 0.10000E+01

```

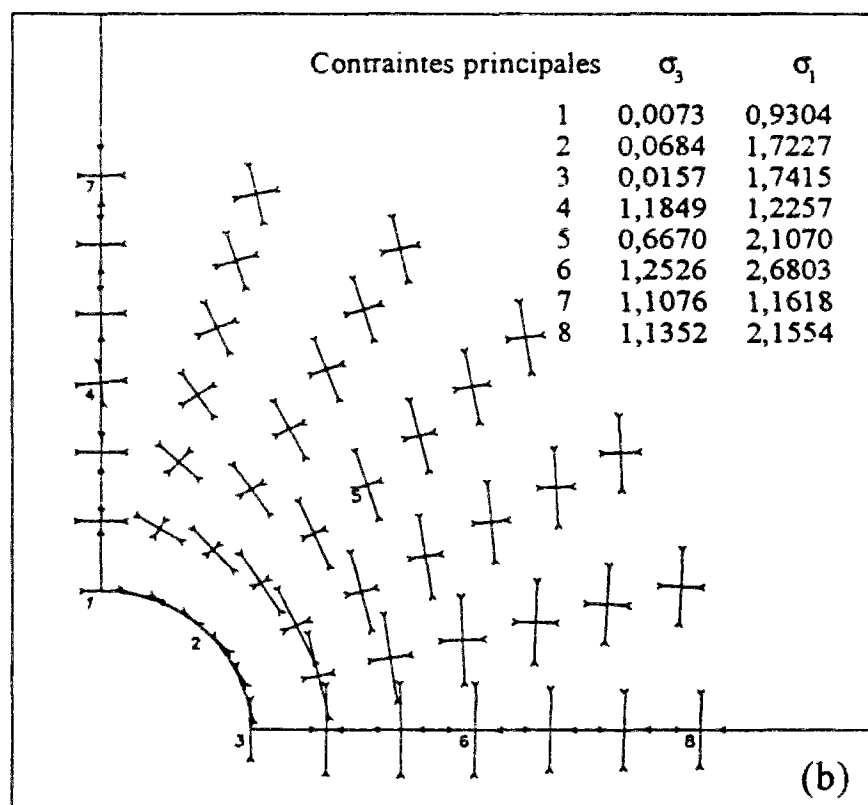
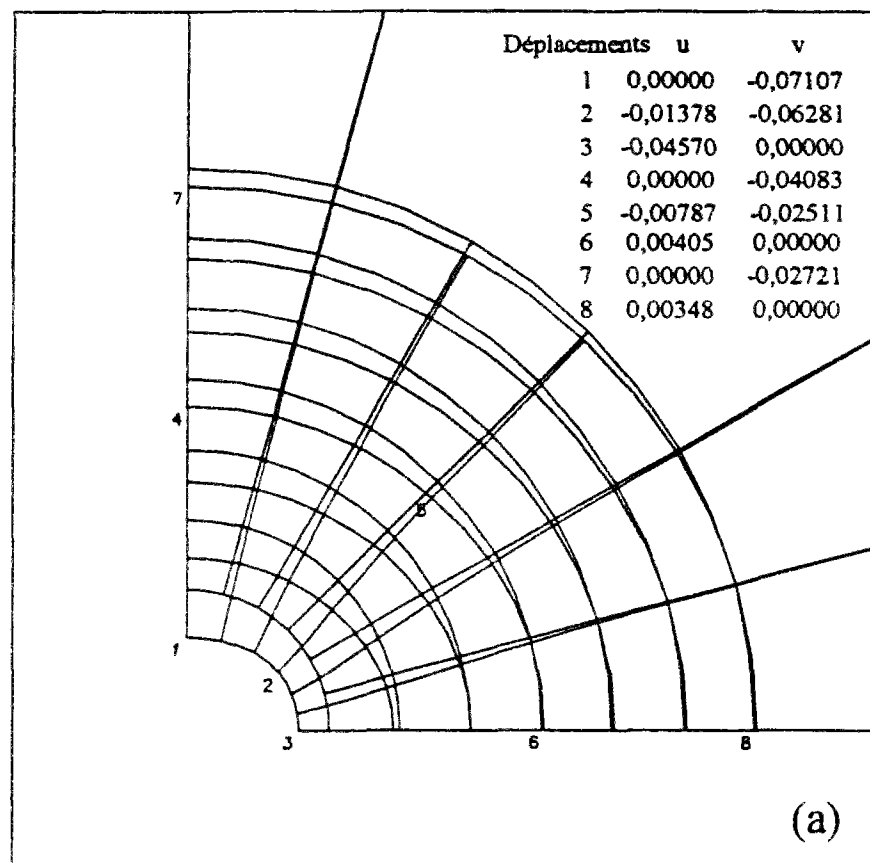


Figure C7 Etat d'équilibre du massif après creusement (a) maillage déformé (déplacements vertical  $v$  et horizontal  $u$ ) (b) contraintes principales mineure  $\sigma_3$  et majeure  $\sigma_1$ .



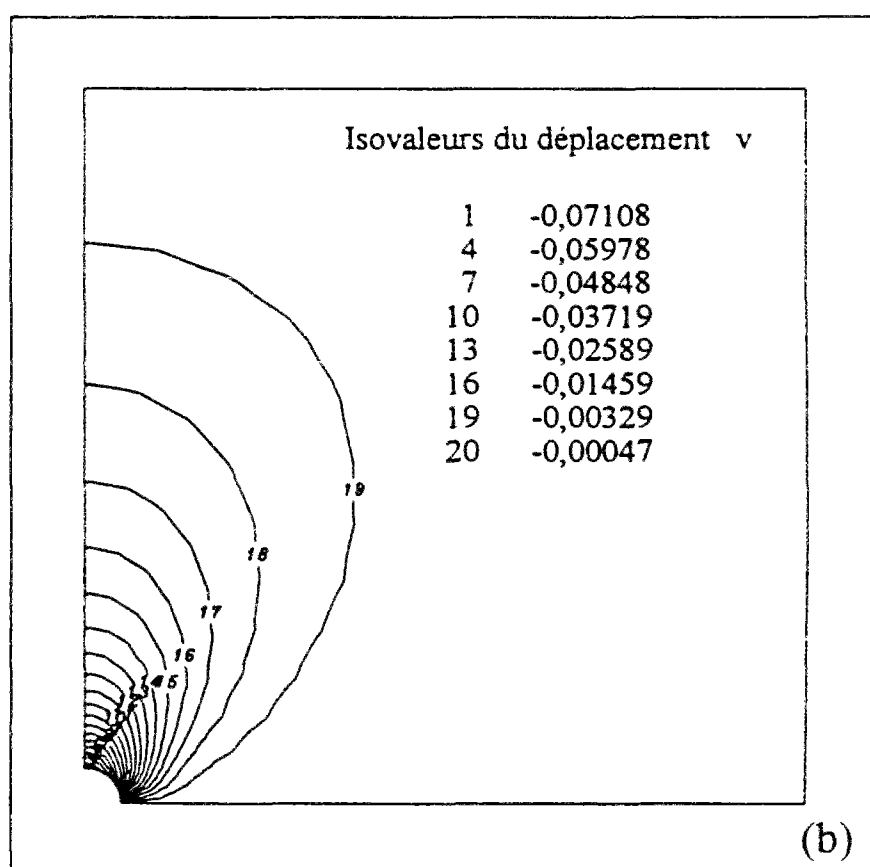
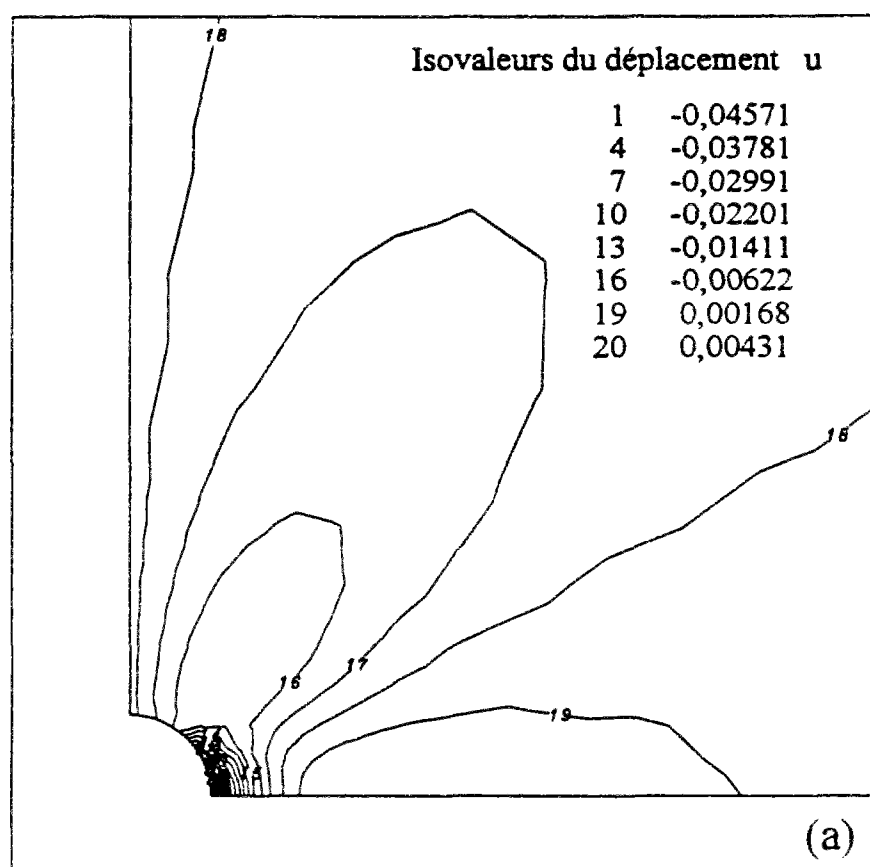


Figure C8 Isovaleurs des déplacements (a) horizontal  $u$  (b) vertical  $v$ .

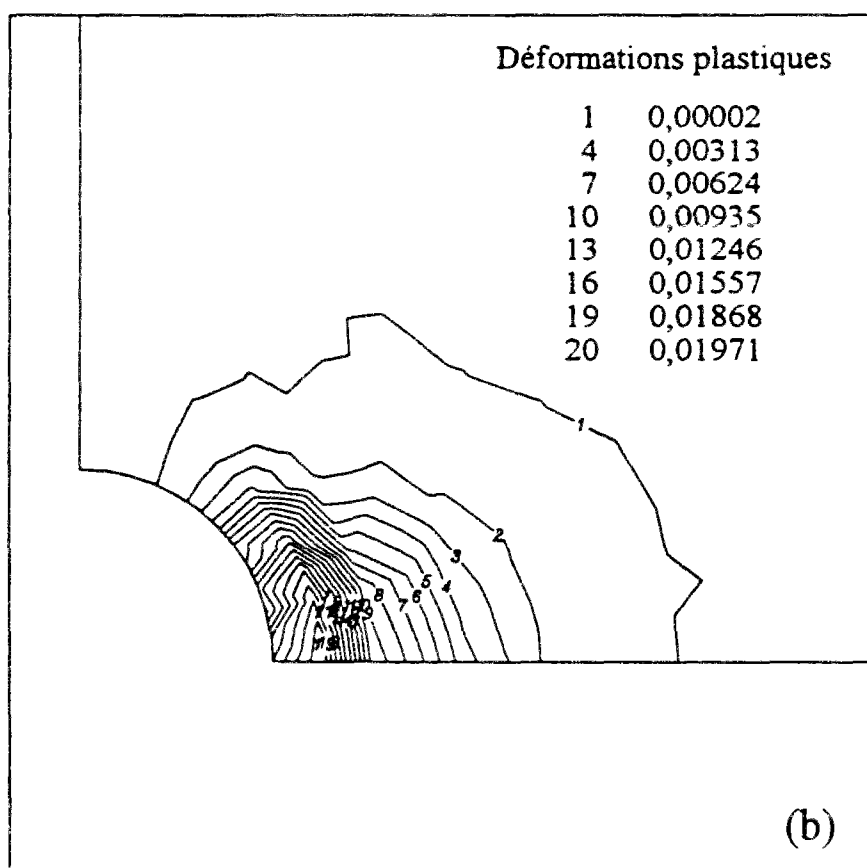
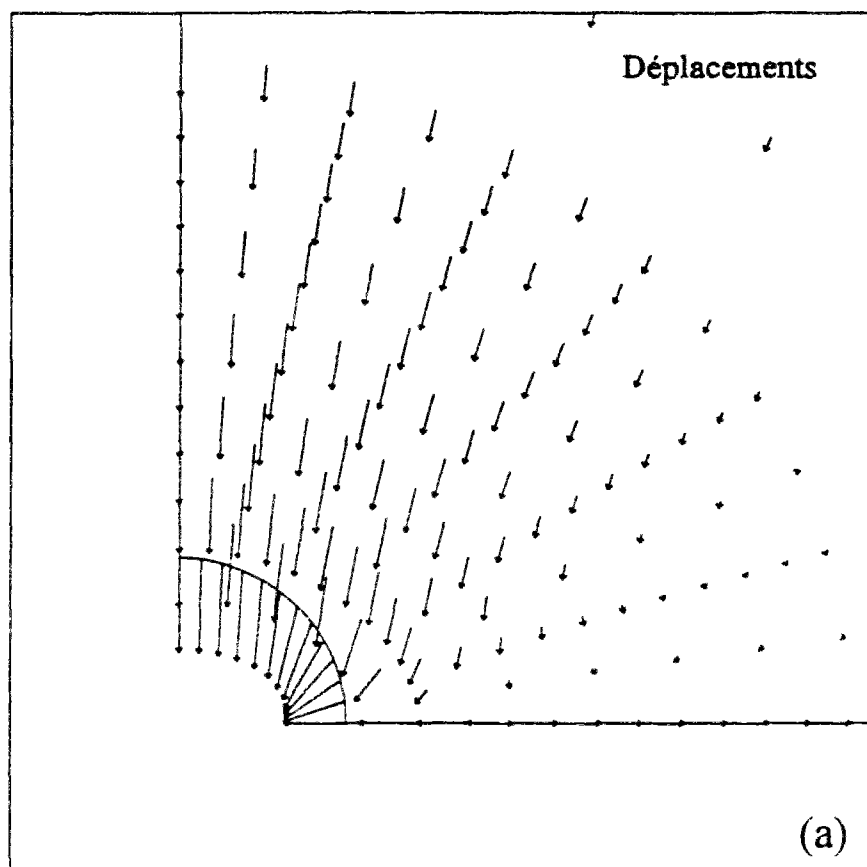


Figure C9 (a) champ de déplacements (b) isovalues des déformations plastiques.

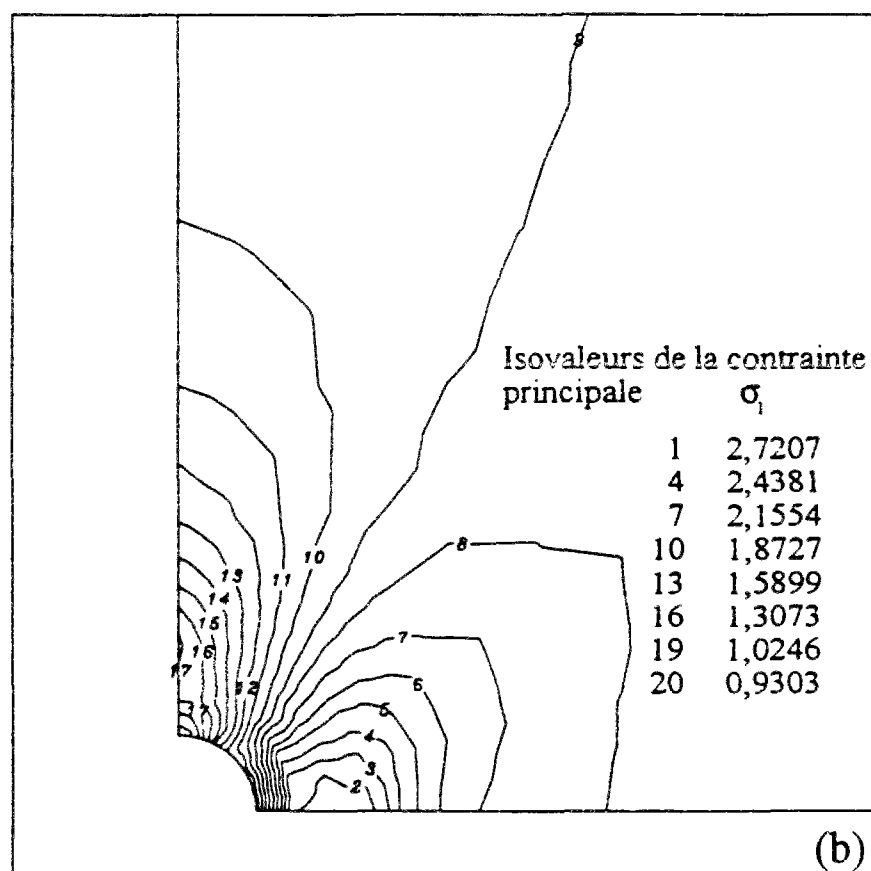
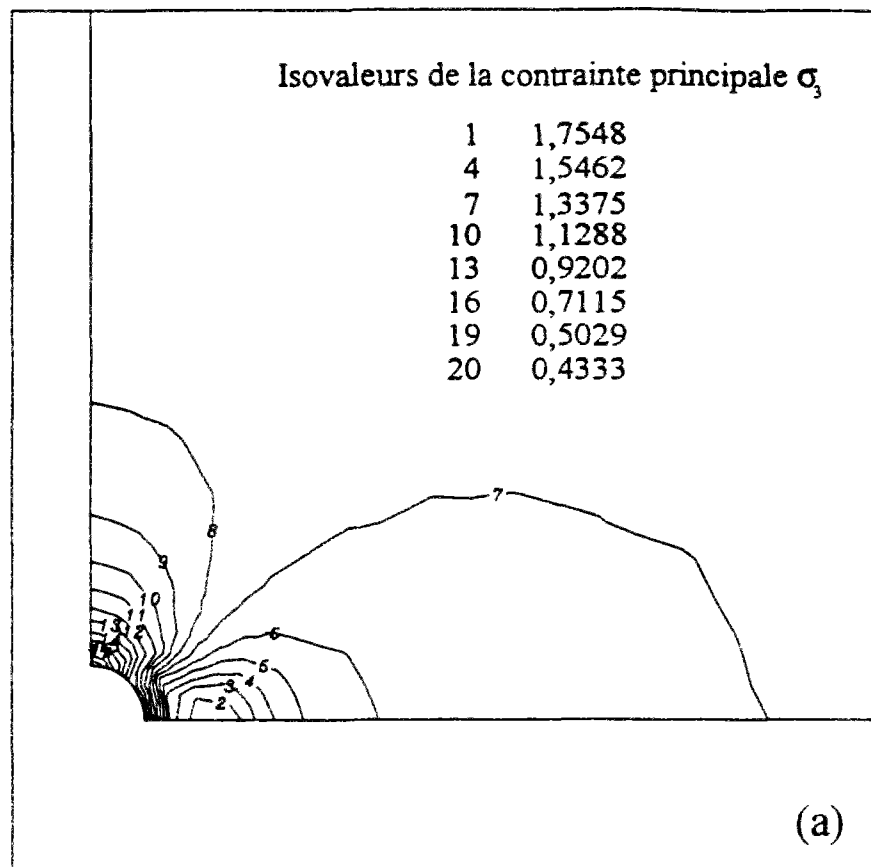


Figure C10 Isovaleurs des contraintes principales (a) mineure  $\sigma_3$  (b) majeure  $\sigma_1$ .

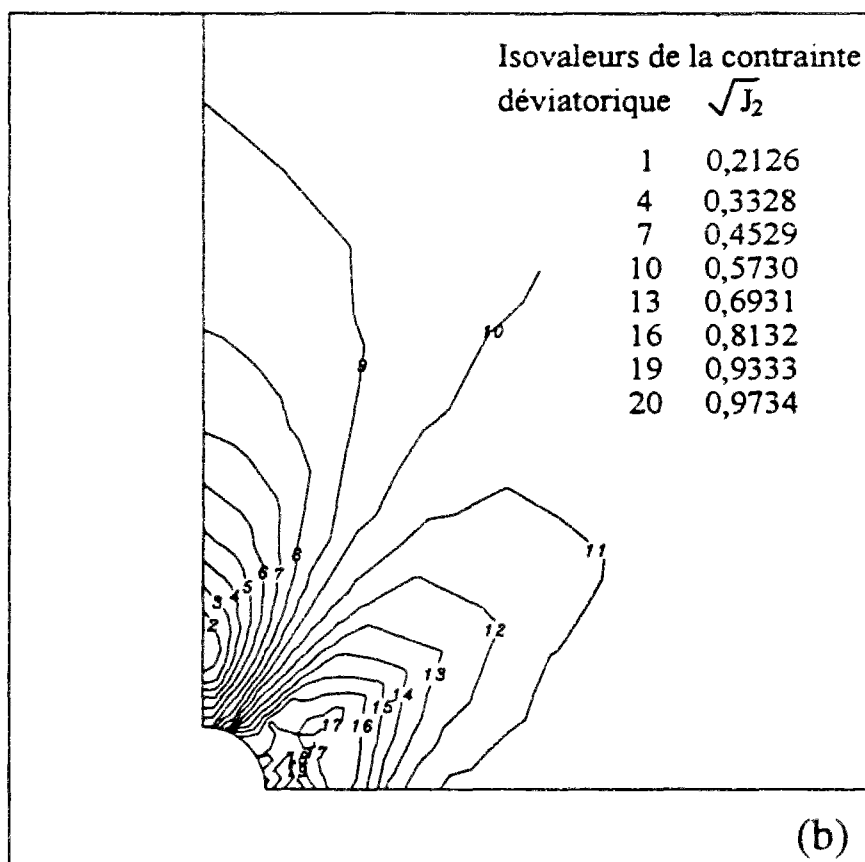
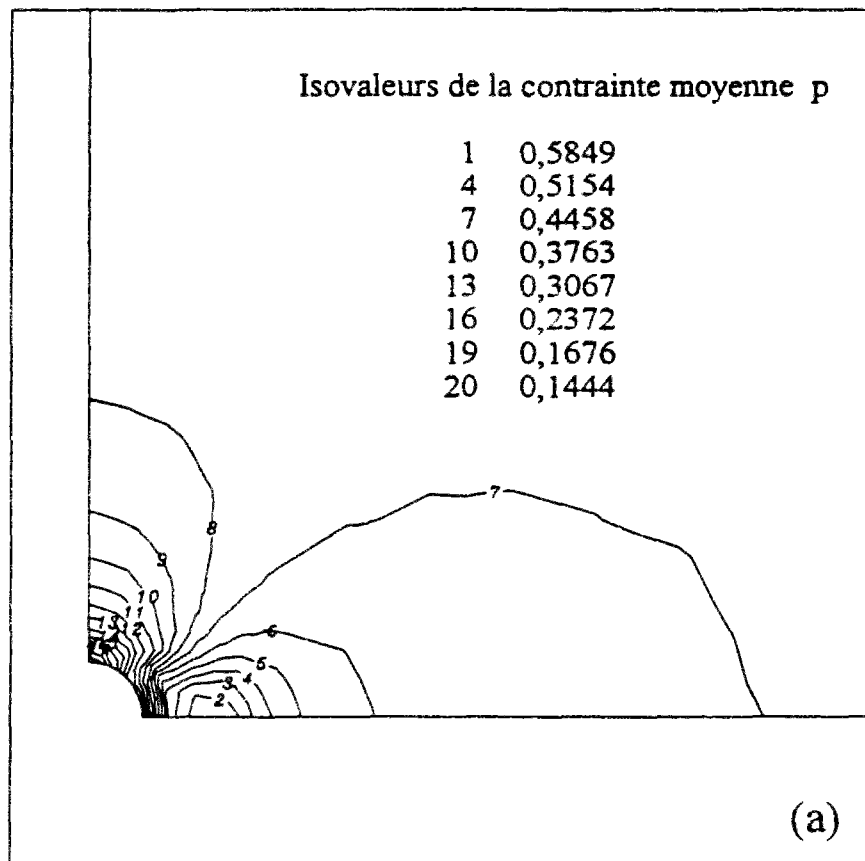


Figure C10 Isovaleurs des contraintes (a) moyenne  $p$  (b) déviatorique  $\sqrt{J_2}$ .



## **ANNEXE D**

**Exemples de résultats de calculs - modélisation  
du creusement du tunnel Sud de Las Planas**



**Jeu de données pour le creusement de la demi-section supérieure du  
tunnel Sud de Las Planas (la variante H4 du modèle Cam-Clay modifié)**

EXEC  
ILIG  
COMT

CESAR-LCPC version 3.0.0

Modélisation de creusement de la demi-section supérieure du tunnel Sud de Las Planas  
modèle Cam-Clay modifié avec élasticité non-linéaire de l'hypothèse H4  
sur phase 2 (excave groupes 3 et 4, contrainte initiale géostatique,  $K_0=0.5$ )

Nom de l'ETUDE : tas  
Nom du CALCUL : xlp2  
Familles : 1  
Module : MCNL  
2029 noeuds, 5 groupe(s) et 710 éléments (179 MBQ8 et 531 MBT6)

COOR

2 1

ELEM

2 1

marne (groupe 1)

98 1 0.21000E-01 0.30000E+03 0.30000E+00  
0.40E-01 0.70E-02 0.1180E+01 0.380E+00 0.25E+01 5 150 0.3942 0.

marne (groupe 2)

98 1 0.21000E-01 0.30000E+03 0.30000E+00  
0.40E-01 0.70E-02 0.1180E+01 0.380E+00 0.25E+01 5 150 0.3942 0.

excavé (groupe 3)

1 1 0. 0. 0.

excavé (groupe 4)

1 1 0. 0. 0.

marne (groupe 5)

98 1 0.21000E-01 0.30000E+03 0.30000E+00  
0.40E-01 0.70E-02 0.1180E+01 0.380E+00 0.25E+01 5 150 0.3942 0.

COND

2

NUL

2

132

1 3 7 9 19 21 28 30 37 39 61 63 91 93 106 108  
145 146 148 150 190 191 196 198 241 242 250 252 283 284 310 312  
346 347 376 378 412 413 455 457 494 495 533 536 584 585 622 623  
684 686 695 696 753 755 794 796 805 807 828 829 859 861 909 911  
952 956 994 997 1062 1064 1070 1073 1163 1165 1170 1173 1198 1200 1259 1261  
1271 1274 1340 1342 1356 1359 1431 1433 1444 1447 1517 1520 1522 1529 1599 1602  
1611 1613 1674 1677 1696 1698 1738 1741 1769 1771 1796 1799 1829 1831 1851 1878  
1880 1921 1923 1958 1960 1974 1981 1992 2001 2004 2006 2008 2011 2013 2017 2020  
2022 2027 2028 2029

1 0



```

2
13
1848 1851 1894 1897 1934 1937 1968 1971 1997 2000 2023 2026 2029
0 1
0
CHAR
2
SIG
0 0
3
1
0.10000E+03 0.21000E-01 0.50000E+00 0.50000E+00
0
CHAR
2
LAM
24 3
533 546 535 546 530 532
530 527 529 527 524 526
524 488 490 488 481 484
481 547 482 547 615 548
615 611 613 611 608 610
608 599 601 599 596 598
783 712 713 712 596 597
783 847 784 847 850 848
994 1002 995 1002 998 1001
998 990 993 990 969 970
969 930 931 930 912 914
912 917 913 917 850 852
4
-3 -4 1 2
1
tas_sig05.resu
IMPR
2 2
MCNL
1
10 5000 0.10000E-03
1
0.10000E+00 0.20000E+00 0.30000E+00 0.40000E+00 0.50000E+00
0.60000E+00 0.70000E+00 0.80000E+00 0.90000E+00 0.10000E+01
0.10000E+00 0.20000E+00 0.30000E+00 0.40000E+00 0.50000E+00
0.60000E+00 0.70000E+00 0.80000E+00 0.90000E+00 0.10000E+01
STK
tas_rxp23.resu

```

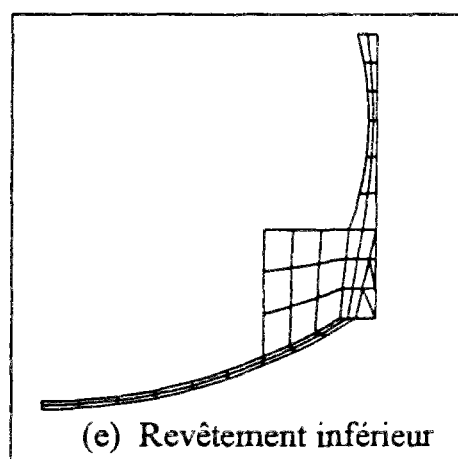
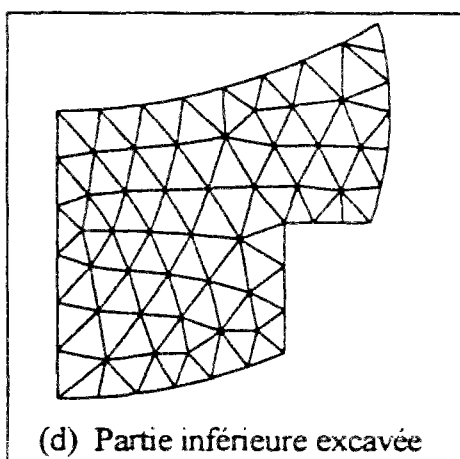
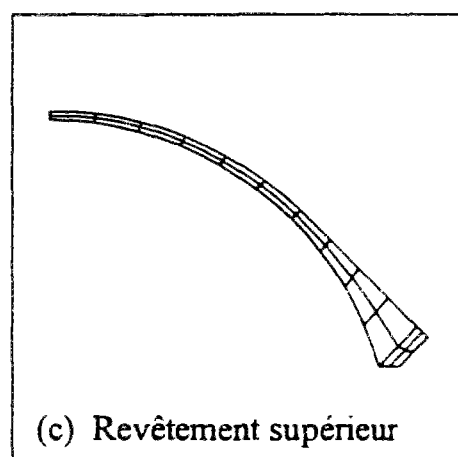
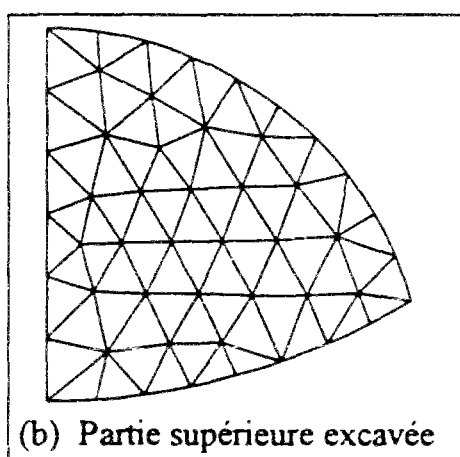
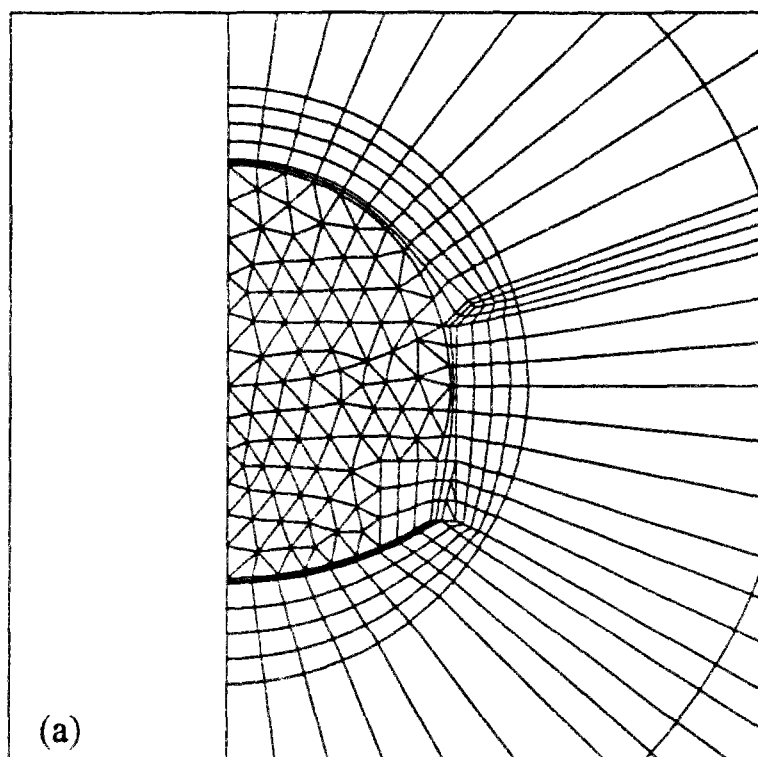


Figure D1 Maillage du tunnel Sud de Las Planas

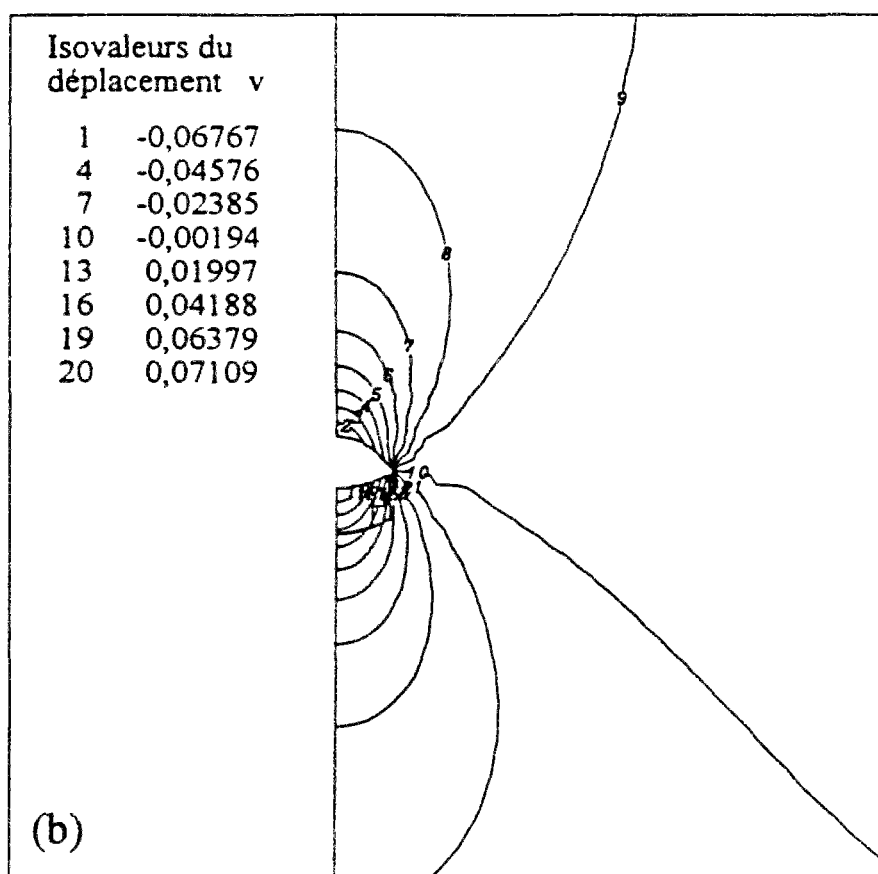
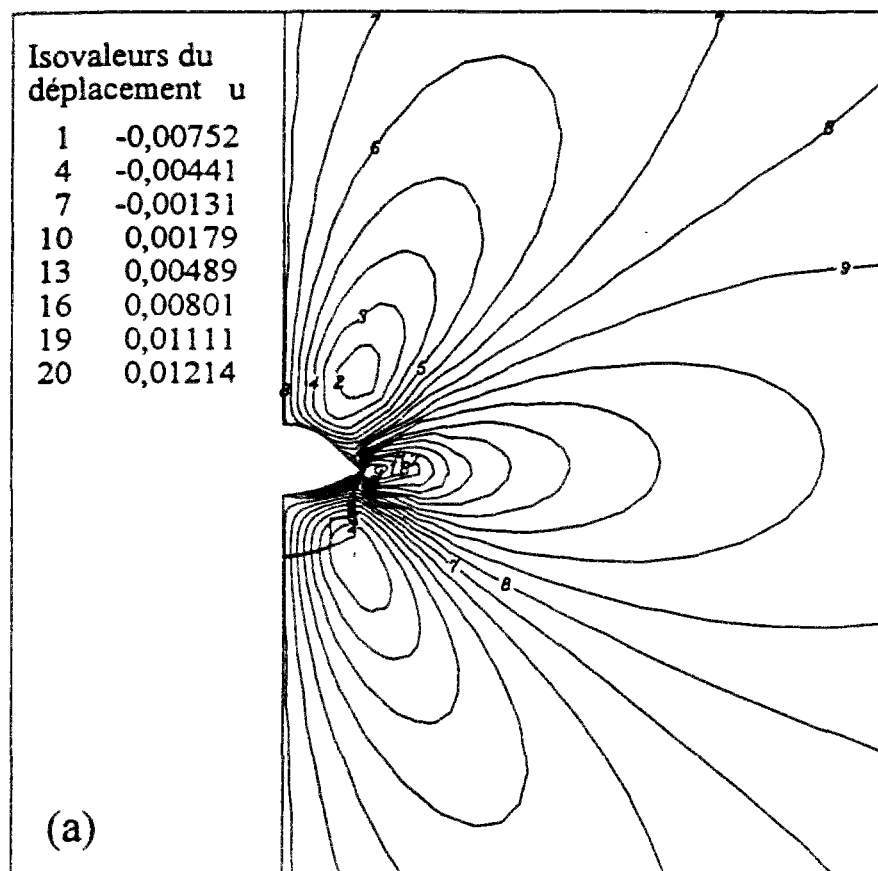


Figure D2 Isovaleurs des déplacements (a) horizontal  $u$  (b) vertical  $v$  (phase 2).

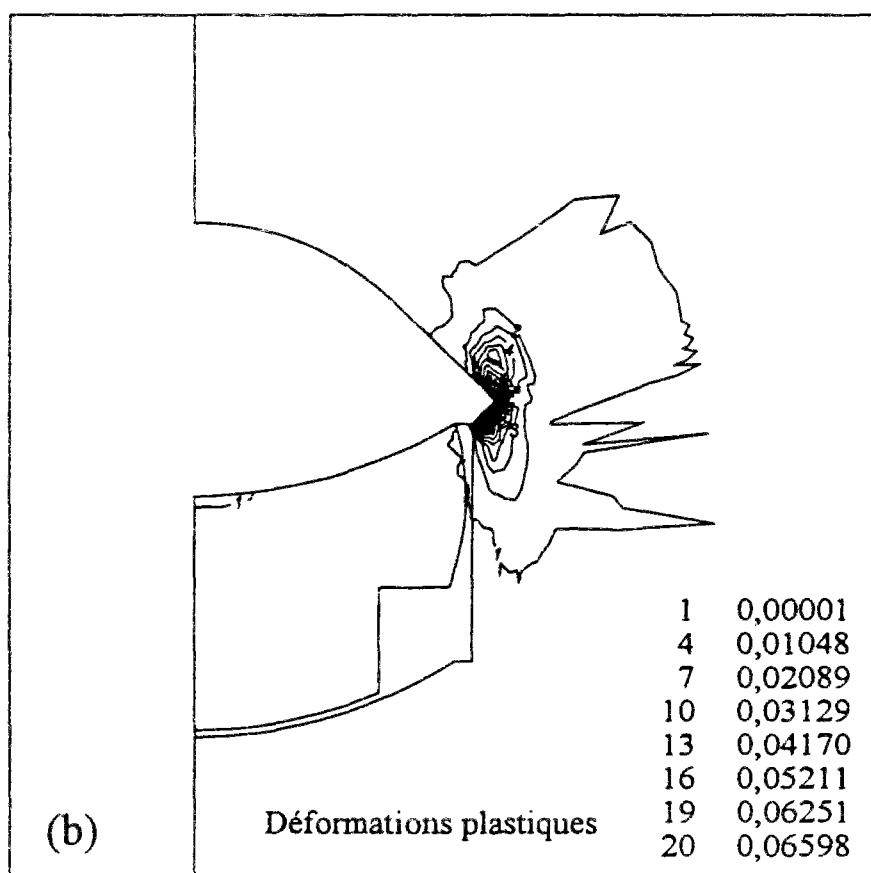
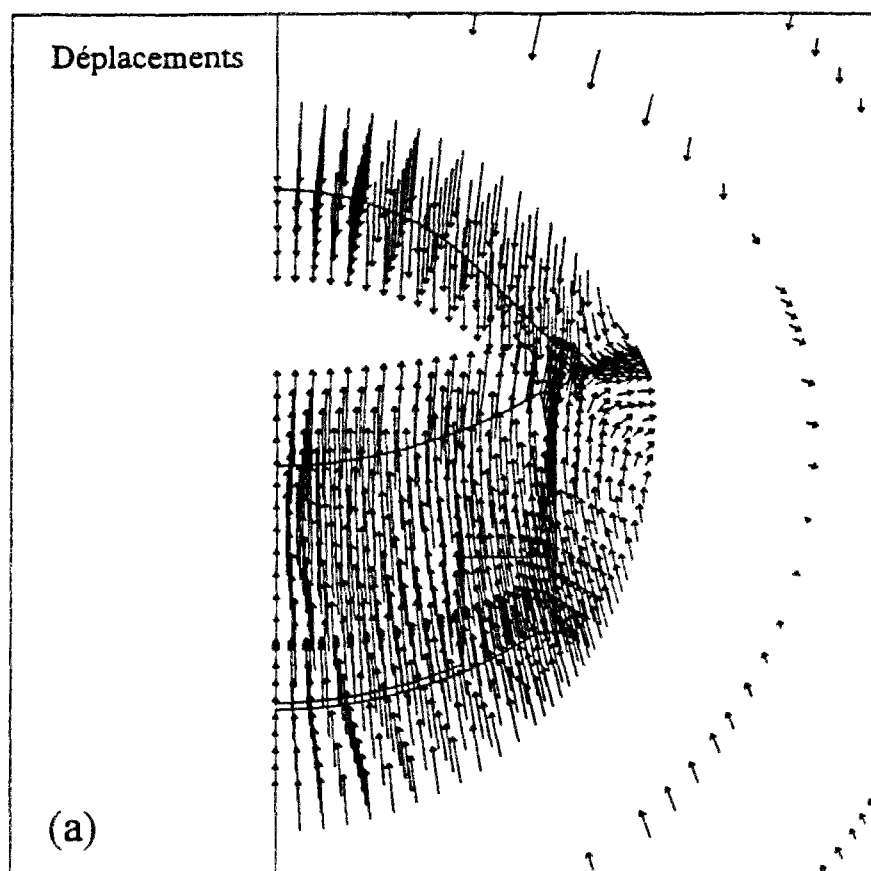


Figure D3 (a) déplacements (b) Isovaleurs des déformations plastiques (phase 2).

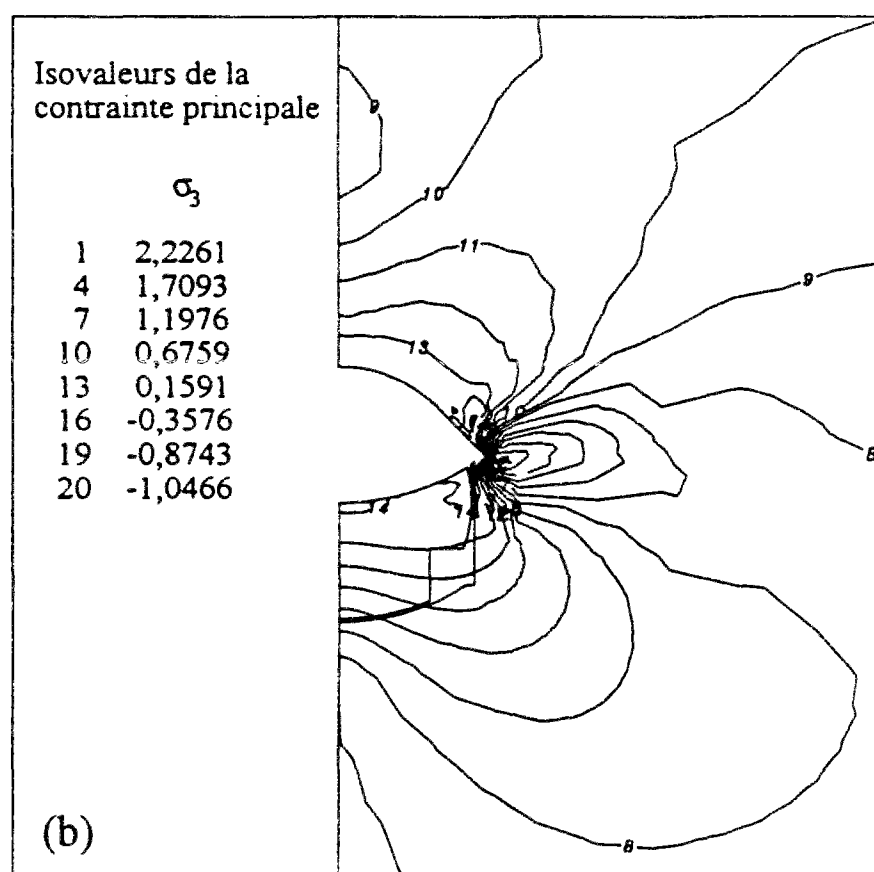
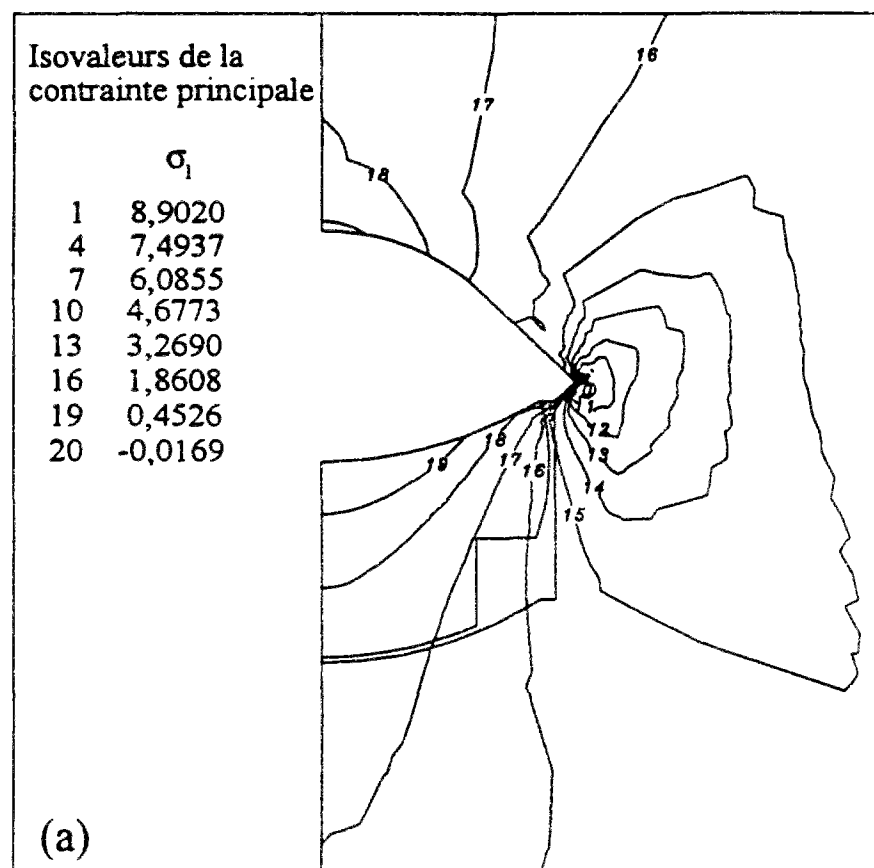


Figure D4 Isovaleurs des contraintes principales (a) majeure  $\sigma_1$  (b) mineure  $\sigma_3$  (phase 2).

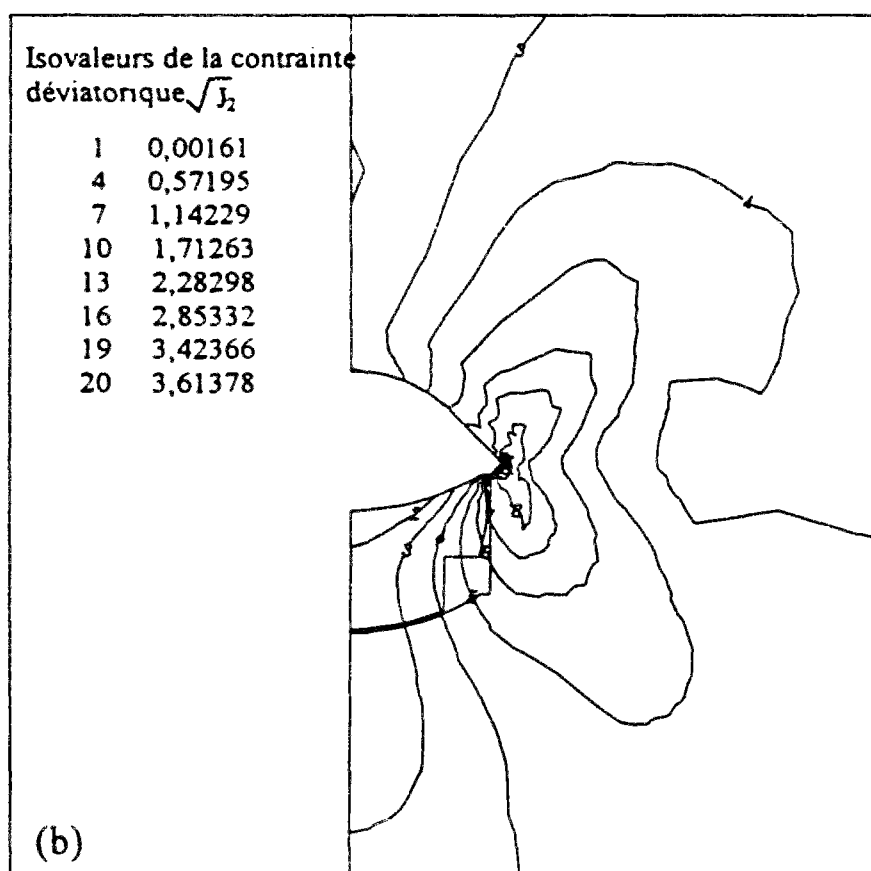
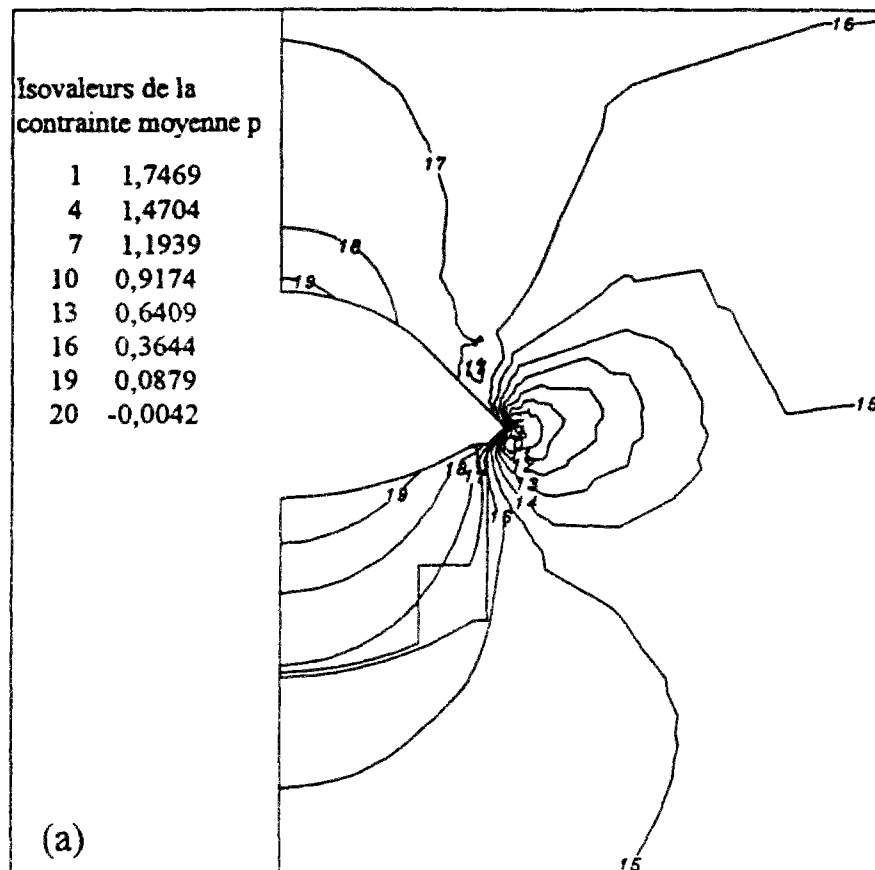


Figure D5 Isovaleurs des contraintes (a) moyenne  $p$  (b) déviatorique  $\sqrt{J_2}$  (phase 2).

**Jeu de données pour le creusement de la demi-section inférieure du  
tunnel Sud de Las Planas (la variante H4 du modèle Cam-Clay modifié)**

EXEC  
ILIG  
COMT

CESAR-LCPC version 3.0.0

Modélisation de creusement de la demi-section inférieure du tunnel Sud de Las Planas  
modèle Cam-Clay modifié avec élasticité non linéaire de l'hypothèse H4  
sur phase 4 (excave groupes 1 et 2, contrainte initiale géostatique,  $K_0=0.5$ )

Nom de l'ETUDE : tas  
Nom du CALCUL : x1p4  
Familles : 1  
Module : MCNL  
2029 noeuds, 5 groupe(s) et 710 éléments (179 MBQ8 et 531 MBT6)

COOR

2 1

ELEM

2 1

excavé (groupe 1)

1 1 0. 0. 0.

excavé (groupe 2)

1 1 0. 0. 0.

excavé (groupe 3)

1 1 0. 0. 0.

beton actif (groupe 4)

1 1 0.025 20000. 0.3

marne (groupe 5)

98 1 0.21000E-01 0.30000E+03 0.30000E+00

0.40E-01 0.70E-02 0.1180E+01 0.380E+00 0.25E+01 5 150 0.3942 0.

COND

2

NUL

2

132

1 3 7 9 19 21 28 30 37 39 61 63 91 93 106 108

145 146 148 150 190 191 196 198 241 242 250 252 283 284 310 312

346 347 376 378 412 413 455 457 494 495 533 536 584 585 622 623

684 686 695 696 753 755 794 796 805 807 828 829 859 861 909 911

952 956 994 997 1062 1064 1070 1073 1163 1165 1170 1173 1198 1200 1259 1261

1271 1274 1340 1342 1356 1359 1431 1433 1444 1447 1517 1520 1522 1529 1599 1602

1611 1613 1674 1677 1696 1698 1738 1741 1769 1771 1796 1799 1829 1831 1851 1878

1880 1921 1923 1958 1960 1974 1981 1992 2001 2004 2006 2008 2011 2013 2017 2020

2022 2027 2028 2029

1 0

2

13

```

1848 1851 1894 1897 1934 1937 1968 1971 1997 2000 2023 2026 2029
0 1
0
CHAR
2
LAM
19 3
1613 1608 1610 1608 1614 1609 1614 1617 1615 1617 1620 1618
1620 1623 1621 1623 1626 1624 1626 1645 1628 1645 1629 1632
1629 1553 1554 1553 1558 1555 1558 1474 1475 1474 1388 1389
1388 1303 1305 1303 1208 1210 1208 1111 1113 1111 1024 1026
1024 942 944 942 887 889 887 783 785
3
-1 -2 5
1
tas_xlp3.resu
IMPR
2 2
MCNL
1
10 5000 0.10000E-03
1
0.10000E+00 0.20000E+00 0.30000E+00 0.40000E+00 0.50000E+00
0.60000E+00 0.70000E+00 0.80000E+00 0.90000E+00 0.10000E+01
INI
tas_rxp34.resu
STK
tas_rxp45.resu

```



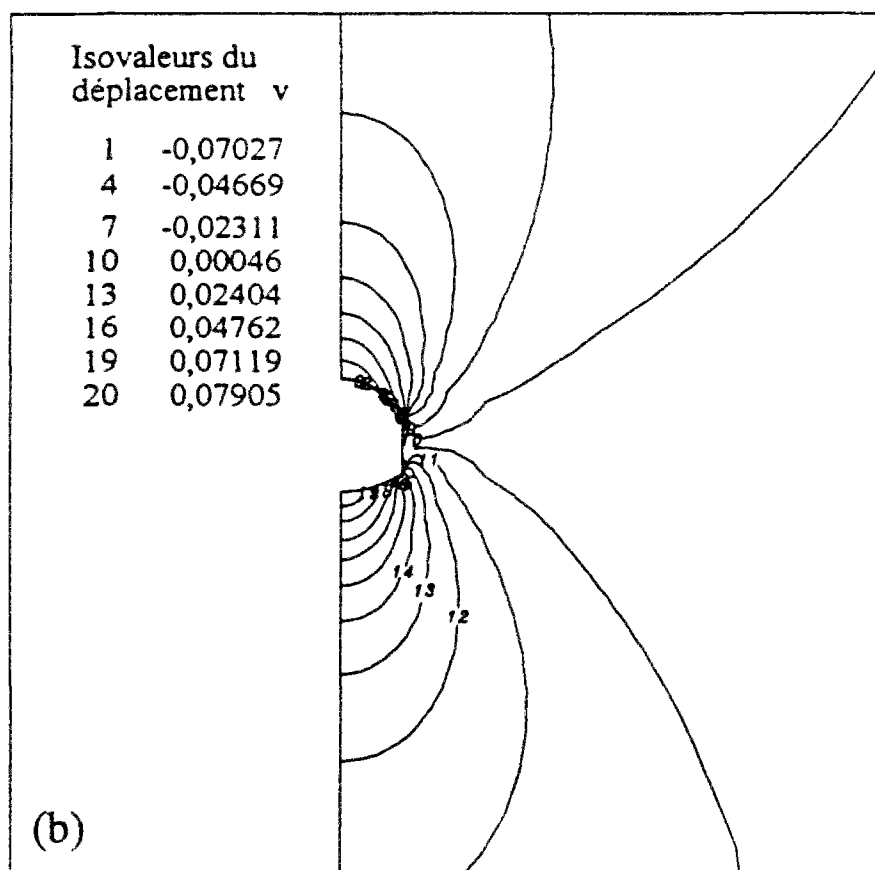
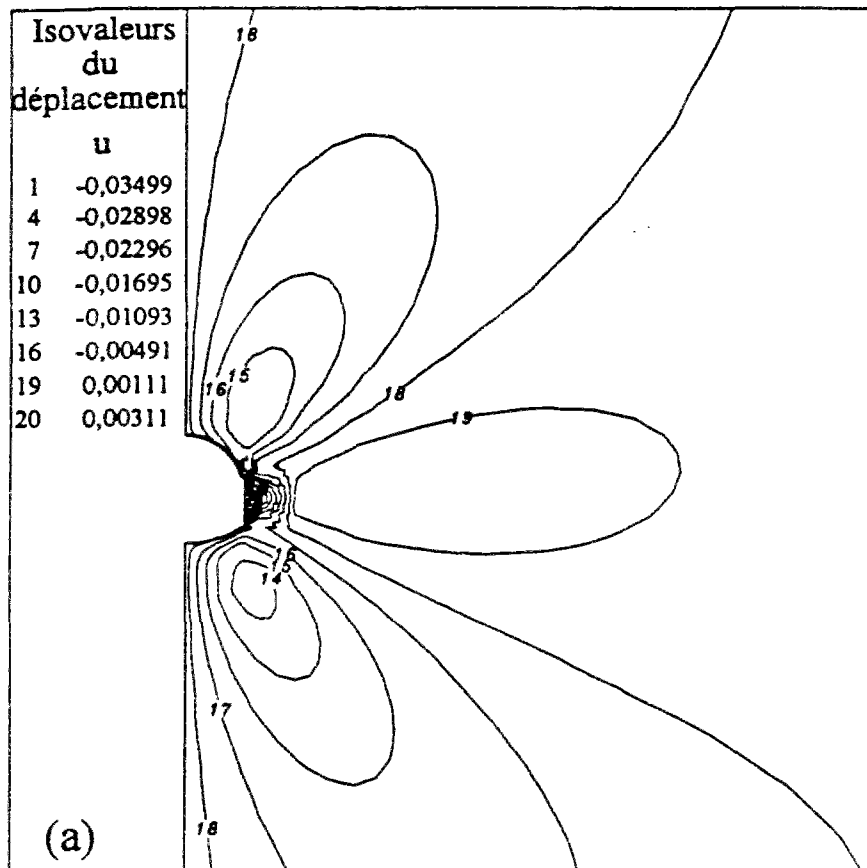


Figure D6 Isovaleurs des déplacements (a) horizontal  $u$  (b) vertical  $v$  (phase-4).

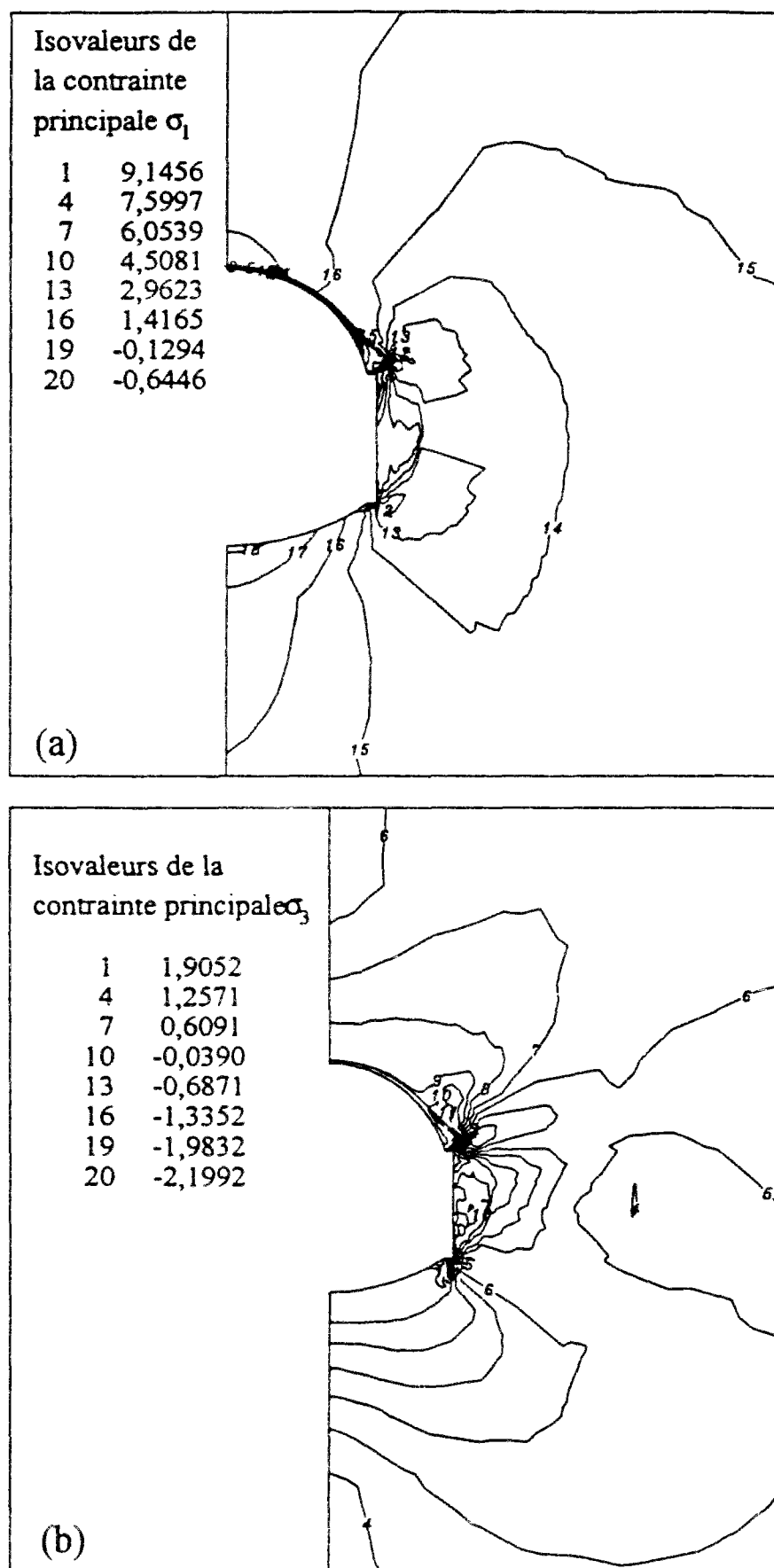


Figure D7 Isovaleurs des contraintes principales (a) majeure  $\sigma_1$  (b) mineure  $\sigma_3$  (phase 4).

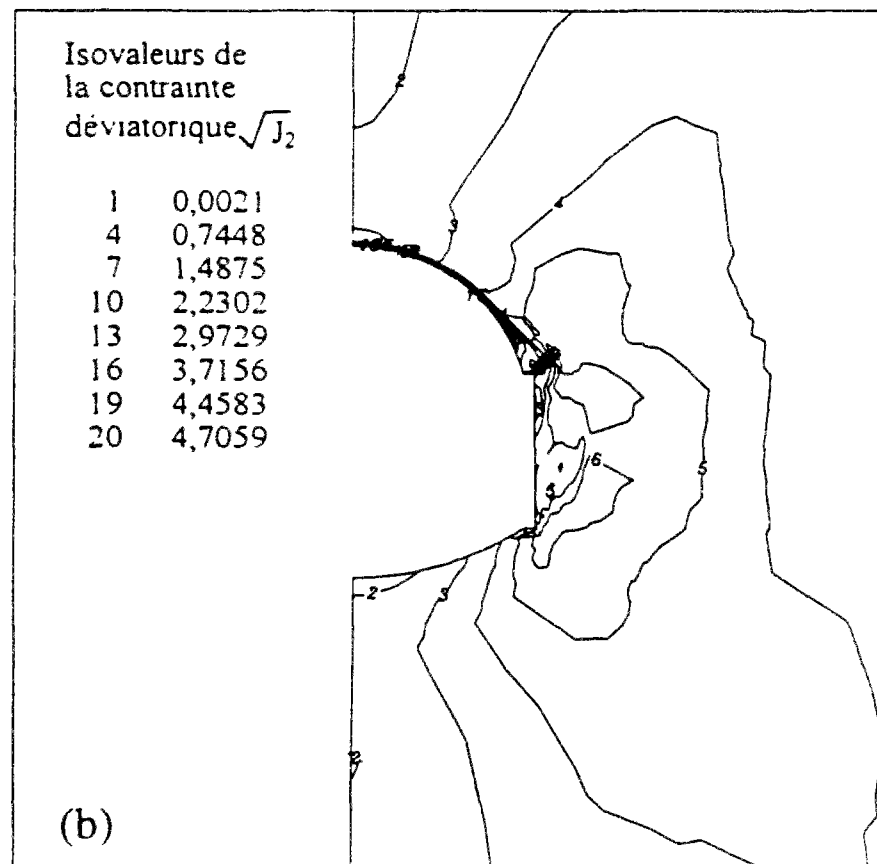
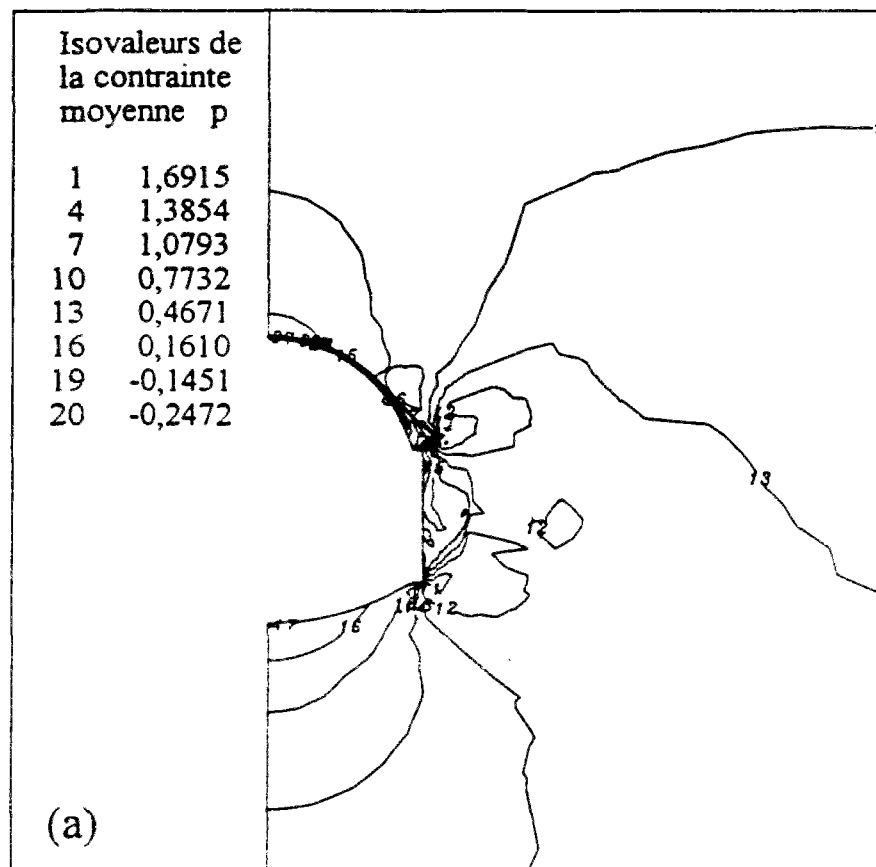


Figure D8 Isovaleurs des contraintes (a) moyenne  $p$  (b) déviatorique  $\sqrt{J_2}$  (phase 4).